Corrigé – Brevet 2025 – mathématiques – Métropole (remplacement)

Statistiques et probabilités sur une liste de chansons, QCM : statistiques, unités, écriture scientifique, ratio, pourcentage, factorisation, Thalès, réciproque de Pythagore, trigonométrie et triangles semblables, Fonction affine : temps de filtration d'une piscine et coût électrique, Aires, rotation et programme Scratch : le dessus d'une table

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Statistiques et probabilités sur une liste de chansons *(20 pts)*

1. La liste compte 22 chansons, dont 9 chants de Noël et 6 comptines ; les autres sont des berceuses. Nombre de berceuses : $22 - 9 - 6 = 22 - 15 = 7$. Vérification : $9 + 6 + 7 = 22$. **La liste contient 7 berceuses.**

2. La durée moyenne est la durée totale divisée par le nombre de chansons : $\dfrac{55}{22} = 2{,}5$ min. Or $0{,}5$ min $= 0{,}5 \times 60$ s $= 30$ s. Autre calcul : 55 min $= 55 \times 60 = 3\,300$ s et $\dfrac{3\,300}{22} = 150$ s $= 2 \times 60 + 30$ s. **La durée moyenne d'une chanson est de 2 min 30 s.**

> ⚠ **Piège.** 2,5 min ne s'écrit pas « 2 min 5 s » ni « 2 min 50 s » : la partie décimale d'une durée en minutes se multiplie par 60 pour obtenir des secondes ($0{,}5 \times 60 = 30$).

3. a) La chanson est choisie au hasard parmi les 22 chansons : il y a 22 issues équiprobables. Il y a 6 comptines, donc 6 issues favorables : $p = \dfrac{6}{22} = \dfrac{2 \times 3}{2 \times 11} = \dfrac{3}{11}$. **La probabilité que la chanson écoutée soit une comptine est bien $\dfrac{3}{11}$.**

3. b) Les chansons qui ne sont pas des berceuses sont les chants de Noël et les comptines : $9 + 6 = 15$ chansons. Donc $p = \dfrac{15}{22}$. On peut aussi passer par l'événement contraire : la probabilité d'écouter une berceuse est $\dfrac{7}{22}$, donc celle de ne pas en écouter une est $1 - \dfrac{7}{22} = \dfrac{15}{22}$. **La probabilité que la chanson écoutée ne soit pas une berceuse est $\dfrac{15}{22}$.**

3. c) Un nombre premier possède exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même. Entre 1 et 22, les nombres premiers sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19, soit 8 nombres (1 n'est pas premier, et $21 = 3 \times 7$ ne l'est pas). La probabilité de l'événement est donc $p = \dfrac{8}{22} = \dfrac{4}{11}$.
Pour comparer avec $\dfrac{1}{3}$, on réduit au même dénominateur : $\dfrac{4}{11} = \dfrac{12}{33}$ et $\dfrac{1}{3} = \dfrac{11}{33}$. Comme $12 > 11$, $\dfrac{4}{11} > \dfrac{1}{3}$ (en valeurs approchées : $\dfrac{4}{11} \approx 0{,}364$ et $\dfrac{1}{3} \approx 0{,}333$). **Oui, la probabilité que le numéro soit un nombre premier ($\dfrac{4}{11}$) est supérieure à $\dfrac{1}{3}$.**

> 💡 **Astuce.** Pour comparer deux fractions, mets-les au même dénominateur ou donne leurs valeurs approchées : les deux méthodes sont acceptées, mais écris-les sur ta copie, un simple « oui » ne rapporte rien.

Exercice 2 – QCM : statistiques, unités, écriture scientifique, ratio, pourcentage, factorisation *(18 pts)*

Question 1 : réponse C (12). L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série : $14 - 2 = 12$.

Question 2 : réponse C (1 dm³). Par définition, 1 L = 1 dm³ (et 1 m³ = 1 000 L, 1 cm³ = 1 mL).

Question 3 : réponse B (0,000 86). Multiplier par 10^{-4} revient à décaler la virgule de 4 rangs vers la gauche : $8{,}6 \times 10^{-4} = 0{,}000\,86$. Le nombre est positif (le signe « − » porte sur l'exposant, pas sur le nombre), ce qui élimine la réponse C.

Question 4 : réponse D (60 cm). Le ratio 3 : 2 signifie que $\dfrac{\text{longueur}}{3} = \dfrac{\text{largeur}}{2}$. Avec une longueur de 90 cm : $\dfrac{90}{3} = 30$, donc la largeur vaut $2 \times 30 = 60$ cm. Vérification : 90 : 60 = 3 : 2.

Question 5 : réponse D (20 %). La baisse est de $75 - 60 = 15$ €. Le pourcentage de réduction se calcule par rapport au prix de départ : $\dfrac{15}{75} = 0{,}2 = 20\ \%$. Vérification : $75 \times (1 - 0{,}2) = 75 \times 0{,}8 = 60$ €.

Question 6 : réponse B ($(2x-5)(2x+5)$). On reconnaît une différence de deux carrés : $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$. D'après l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ avec $a = 2x$ et $b = 5$: $4x^2 - 25 = (2x-5)(2x+5)$. Vérification en développant : $(2x-5)(2x+5) = 4x^2 + 10x - 10x - 25 = 4x^2 - 25$.

> ⚠ **Piège.** Aux questions 3 et 5, les distracteurs sont faits pour tromper : un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif, et une baisse de 15 € sur 75 € n'est pas « 15 % ». Refais toujours le calcul avant de cocher.

Exercice 3 – Thalès, réciproque de Pythagore, trigonométrie et triangles semblables *(22 pts)*

1. a) Les points B, E et C sont alignés et, sur la figure, E appartient au segment [BC]. Donc $BC = BE + EC$, d'où $CE = BC - BE = 7{,}5 - 3 = 4{,}5$. **CE = 4,5 cm.**

1. b) Dans le triangle CBD : les points C, E, B sont alignés, les points C, F, D sont alignés (F appartient à [CD]) et les droites (EF) et (BD) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{CE}{CB} = \dfrac{CF}{CD} = \dfrac{EF}{BD}$, soit $\dfrac{4{,}5}{7{,}5} = \dfrac{2{,}7}{CD} = \dfrac{EF}{6}$.
Donc $EF = \dfrac{6 \times 4{,}5}{7{,}5} = \dfrac{27}{7{,}5} = 3{,}6$. Vérification : $\dfrac{4{,}5}{7{,}5} = 0{,}6$ et $6 \times 0{,}6 = 3{,}6$. **La longueur EF est bien égale à 3,6 cm.**

> 💡 **Astuce.** Avant d'écrire les rapports de Thalès, repère le sommet commun (ici C) : chaque rapport s'écrit « petit triangle CEF sur grand triangle CBD », avec les côtés dans le même ordre ($\dfrac{CE}{CB}$, $\dfrac{CF}{CD}$, $\dfrac{EF}{BD}$).

2. Dans le triangle CEF, le plus grand côté est [CE] (4,5 cm).
D'une part : $CE^2 = 4{,}5^2 = 20{,}25$.
D'autre part : $CF^2 + EF^2 = 2{,}7^2 + 3{,}6^2 = 7{,}29 + 12{,}96 = 20{,}25$.
On constate que $CE^2 = CF^2 + EF^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle CEF est rectangle en F** (le sommet opposé au plus grand côté [CE]).

3. a) Le triangle ABC est rectangle en B. Pour l'angle $\widehat{BCA}$, le côté [AB] est le côté opposé et [BC] le côté adjacent. On utilise la **tangente** :
$\tan \widehat{BCA} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{10}{7{,}5} = \dfrac{4}{3}$.
À la calculatrice : $\widehat{BCA} = \arctan\left(\dfrac{4}{3}\right) \approx 53{,}13°$. **L'angle $\widehat{BCA}$ mesure environ 53° (arrondi au degré).**

3. b) Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux égaux ; il suffit de trouver deux paires d'angles égaux.
– Le triangle ABC est rectangle en B et le triangle CEF est rectangle en F (question 2) : $\widehat{ABC} = \widehat{EFC} = 90°$.
– Comme E appartient à [CB] et F à [CA], l'angle $\widehat{ECF}$ est le même angle que $\widehat{BCA}$: les deux triangles ont en

commun l'angle de sommet C (environ 53°).
Les triangles ABC et CEF ont donc deux angles égaux deux à deux, et par suite le troisième aussi (la somme des angles d'un triangle vaut 180°) : $\widehat{BAC} = \widehat{CEF}$.
Contrôle par les longueurs : d'après Pythagore dans ABC, $AC^2 = 10^2 + 7{,}5^2 = 156{,}25$, donc $AC = 12{,}5$ cm ; les côtés homologues sont proportionnels : $\dfrac{CF}{CB} = \dfrac{2{,}7}{7{,}5} = 0{,}36$, $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{3{,}6}{10} = 0{,}36$ et $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{4{,}5}{12{,}5} = 0{,}36$.
Oui, les triangles ABC et CEF sont semblables (CEF est une réduction de ABC de coefficient 0,36).

Exercice 4 – Fonction affine : temps de filtration d'une piscine et coût électrique *(20 pts)*

1. On applique la méthode à 26 °C : $26 + 4 = 30$, puis $30 \times 0{,}5 = 15$. **Pour une eau à 26 °C, le temps de filtration est bien de 15 h.**

2. Avec une température x : on ajoute 4, ce qui donne $x + 4$, puis on multiplie par 0,5 : $0{,}5(x + 4) = 0{,}5 \times x + 0{,}5 \times 4 = 0{,}5x + 2$ (distributivité). **Le temps de filtration, en heure, s'écrit bien** $0{,}5x + 2$**.** Vérification avec $x = 26$: $0{,}5 \times 26 + 2 = 13 + 2 = 15$.

3. a) Une situation de proportionnalité est représentée par une droite qui passe par l'origine du repère (fonction linéaire). Ici la droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\ ;\ 2)$, car $f(0) = 2 \neq 0$: elle ne passe pas par l'origine. On peut aussi comparer deux quotients : $\dfrac{15}{26} \approx 0{,}58$ et $\dfrac{f(10)}{10} = \dfrac{7}{10} = 0{,}7$ ne sont pas égaux. **Le temps de filtration n'est pas proportionnel à la température de l'eau** (f est une fonction affine, non linéaire).

3. b) L'image de 10 par la fonction f est 7 (lecture graphique, confirmée par le calcul $f(10) = 0{,}5 \times 10 + 2 = 7$).

4. $0{,}5x + 2 = 17$
$0{,}5x = 17 - 2 = 15$
$x = \dfrac{15}{0{,}5} = 30$.
Vérification : $0{,}5 \times 30 + 2 = 15 + 2 = 17$. **La solution de l'équation est 30.** Interprétation : 30 est l'antécédent de 17 par f ; **lorsque l'eau de la piscine est à 30 °C, le temps de filtration idéal est de 17 h par jour.**

> ⚠ **Piège.** « Interpréter » est noté : une fois $x = 30$ trouvé, écris une phrase avec les deux grandeurs et leurs unités (30 °C et 17 h). Le nombre seul ne rapporte qu'une partie des points.

5. *Nombre de jours.* Du 1er juillet au 31 août inclus, il y a 31 jours en juillet et 31 jours en août : $31 + 31 = 62$ jours.
Consommation (document 3). $0{,}8 \times 16 \times 62 = 12{,}8 \times 62 = 793{,}6$ kWh.
Dépense (document 2). $793{,}6 \times 0{,}23 = 182{,}528$ €. Vérification : $0{,}8 \times 16 \times 0{,}23 = 2{,}944$ € par jour, et $2{,}944 \times 62 = 182{,}528$ €.
La dépense liée à la filtration sur cette période est d'environ 182,53 €.

> 💡 **Astuce.** Juillet et août comptent chacun 31 jours : l'erreur classique est de prendre 60 jours (« deux mois de 30 jours »), ce qui fausse tout le résultat. Pense aussi à arrondir une somme d'argent au centime.

Exercice 5 – Aires, rotation et programme Scratch : le dessus d'une table *(20 pts)*

1. Le dessus de la table est un carré de côté 80 cm. Aire d'un carré = côté × côté : $80 \times 80 = 6\,400$. **L'aire du dessus de la table est bien égale à 6 400 cm².**

2. *Méthode 1.* Chaque plaque en bois est un rectangle de 60 cm sur 20 cm, d'aire $60 \times 20 = 1\,200$ cm². Les quatre plaques en bois occupent $4 \times 1\,200 = 4\,800$ cm², donc la plaque en verre a pour aire $6\,400 - 4\,800 = 1\,600$ cm².
Vérification. Le côté de la plaque en verre vaut $80 - 20 - 20 = 40$ cm (ou $60 - 20 = 40$ cm), et $40 \times 40 = 1\,600$ cm².
Proportion : $\dfrac{1\,600}{6\,400} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$. **L'aire de la plaque en verre représente bien 25 % de l'aire totale du dessus de la table.**

3. C'est une rotation : de centre le centre de la table et d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (le rectangle n° 1, en bas, vient se placer à droite, en position n° 2).

4. a) Le bloc trace un rectangle de 60 pas sur 20 pas (1 pas = 1 cm), en répétant deux fois « un grand côté, un quart de tour, un petit côté, un quart de tour ». Le bloc complété est :
1 définir Rectangle
2 stylo en position d'écriture
3 répéter **2** fois
4 – avancer de 60 pas
5 – tourner ↻ de **90** degrés
6 – avancer de **20** pas
7 – tourner ↻ de 90 degrés
8 relever le stylo
Ligne 3 : répéter 2 fois ; ligne 5 : tourner de 90 degrés ; ligne 6 : avancer de 20 pas. Les 4 quarts de tour ($2 \times 2 \times 90^\circ = 360^\circ$) ramènent le lutin à son point de départ, orienté comme au début.

4. b) Le lutin part du coin inférieur gauche de la table, orienté vers la droite. Le bloc « Rectangle » trace le rectangle n° 1 et ramène le lutin à son point de départ, dans la même orientation.
– **Programme A** : le lutin ne se déplace jamais entre deux rectangles ; les quatre rectangles partent tous du même coin et sortent du carré de la table. Il ne convient pas.
– **Programme B** : après le rectangle n° 1, le lutin avance de 60 pas seulement et tourne d'un quart de tour vers le haut ; le rectangle suivant est tracé entre 40 cm et 60 cm du bord gauche, par-dessus le rectangle n° 1, au lieu d'être sur le bord droit. Il ne convient pas.
– **Programme C** : après chaque rectangle, le lutin avance de 80 pas, c'est-à-dire d'un côté complet de la table, jusqu'au coin suivant, puis tourne de 90° ; il trace alors le rectangle suivant le long du bord suivant (bas, puis droite, puis haut, puis gauche). Au bout des 4 répétitions, les quatre plaques sont dessinées et le lutin revient à son point de départ.
C'est le programme C qui permet de tracer la vue du dessus de la table.

> 💡 **Astuce.** Pour un programme Scratch, suis le lutin avec ton crayon sur un brouillon (ou sur la figure) : note sa position et son orientation après chaque bloc. C'est le moyen le plus sûr d'éliminer les mauvais programmes.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est accessible mais très sensible à la rédaction : à l'exercice 3, écris le nom de chaque propriété (« théorème de Thalès », « réciproque du théorème de Pythagore », « tangente ») et précise les points alignés et les droites parallèles avant tout calcul. À la question 2, compare bien le carré du plus grand côté (CE) à la somme des deux autres carrés, puis conclus « rectangle en F ».

Les pièges sont surtout des pièges d'unités et de lecture : 2,5 min = 2 min 30 s à l'exercice 1, 62 jours (et non 60) du 1er juillet au 31 août à l'exercice 4, et une somme d'argent arrondie au centime avec son unité. Dans le QCM, aucune justification n'est demandée : fais quand même le calcul au brouillon, les mauvaises réponses sont construites sur les erreurs classiques.

Gère ton temps : l'exercice 2 (QCM) et les premières questions des exercices 1, 4 et 5 se traitent vite et rapportent beaucoup ; garde une quinzaine de minutes pour l'exercice 3 et pour la question 4. b) de Scratch, où

il faut suivre le lutin pas à pas.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).