

Corrigé – Brevet 2025 – mathématiques – Métropole

Probabilités avec deux urnes de nombres, Pythagore, Thalès et trigonométrie sur un aquathlon, QCM varié : proportionnalité, transformations, pourcentages, Programmes de calcul et algorithme sur Scratch, Comparer achat et location avec des fonctions affines

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités avec deux urnes de nombres

(20 pts)

1. L'urne A contient 6 boules, toutes équiprobables. Les numéros pairs sont 10, 12, 24 et 30, soit 4 boules sur 6. La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc $p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. **La probabilité vaut $\frac{2}{3}$.**

2. Un nombre premier possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Dans l'urne B (9 boules), les numéros premiers sont 2, 5 et 17 (6, 8, 18, 21, 22 et 25 ne le sont pas : $6 = 2 \times 3$, $8 = 2^3$, $18 = 2 \times 9$, $21 = 3 \times 7$, $22 = 2 \times 11$, $25 = 5^2$). Il y a donc 3 issues favorables sur 9 issues équiprobables : $p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. **La probabilité d'obtenir un nombre premier est bien $\frac{1}{3}$.**

 **Astuce.** Pour savoir si un nombre est premier, teste les divisions par 2, 3, 5, 7 dans l'ordre : dès qu'une division tombe juste, il n'est pas premier. Attention, 1 n'est pas premier (un seul diviseur).

3. Un multiple de 6 est un nombre de la forme $6 \times k$ avec k entier. Dans l'urne A : $12 = 6 \times 2$, $24 = 6 \times 4$ et $30 = 6 \times 5$, soit 3 boules. Dans l'urne B : $6 = 6 \times 1$ et $18 = 6 \times 3$, soit 2 boules. **C'est l'urne A qui contient le plus de multiples de 6 (3 contre 2).**

4. Dans l'urne A, les numéros supérieurs ou égaux à 20 sont 24 et 30 : $p_A = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Dans l'urne B, ce sont 21, 22 et 25 : $p_B = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Les deux probabilités sont égales à $\frac{1}{3}$. **La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 20 est donc la même quelle que soit l'urne choisie.**

5. On ajoute une boule numérotée 50 (qui est supérieure à 20) dans chaque urne. L'urne A contient alors 7 boules dont 3 favorables (24, 30, 50) : $p_A = \frac{3}{7}$. L'urne B contient 10 boules dont 4 favorables (21, 22, 25, 50) : $p_B = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. Pour comparer, on met au même dénominateur : $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ et $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$. Comme $\frac{15}{35} \neq \frac{14}{35}$, **les probabilités ne sont plus égales : elle est légèrement plus grande avec l'urne A ($\frac{3}{7} \approx 0,43$ contre $\frac{2}{5} = 0,4$).**

Exercice 2 – Pythagore, Thalès et trigonométrie sur un aquathlon**(23 pts)****Partie A : la course à pied**

1. Les points A, D et E sont alignés et, d'après le parcours ACDEB, le point D est situé entre A et E. On a donc $AE = AD + DE$, d'où $AD = AE - DE = 250 - 50 = 200$. **AD = 200 m.**

2. Le triangle ADC est rectangle en A, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $CD^2 = AC^2 + AD^2$.
 $CD^2 = 480^2 + 200^2 = 230\,400 + 40\,000 = 270\,400$, donc $CD = \sqrt{270\,400} = 520$. **La longueur CD est égale à 520 m.**

⚠ **Piège.** Le théorème de Pythagore ne s'applique que dans un triangle **rectangle** : écris toujours « le triangle ADC est rectangle en A » avant la formule, sinon la réponse n'est pas justifiée.

3. a) Les points A, C, B sont alignés dans cet ordre et les points A, D, E sont alignés dans le même ordre. On a $AB = AC + CB = 480 + 120 = 600$ m.

D'une part $\frac{AC}{AB} = \frac{480}{600} = 0,8$; d'autre part $\frac{AD}{AE} = \frac{200}{250} = 0,8$.

Les quotients $\frac{AC}{AB}$ et $\frac{AD}{AE}$ sont égaux et les points sont dans le même ordre sur les deux droites : d'après la **réci-proque du théorème de Thalès, les droites (CD) et (BE) sont parallèles.**

💡 **Astuce.** Pour la réciproque de Thalès, la rédaction attendue tient en trois temps : les deux quotients calculés séparément, la phrase « les points sont dans le même ordre », puis la conclusion « les droites sont parallèles ».

3. b) Dans le triangle ACD rectangle en A, le côté [AD] est opposé à l'angle $\widehat{ACD}$ et le côté [AC] lui est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{ACD} = \frac{AD}{AC} = \frac{200}{480} = \frac{5}{12}$. À la calculatrice, $\widehat{ACD} = \arctan\left(\frac{5}{12}\right) \approx 22,6^\circ$. **L'angle $\widehat{ACD}$ mesure environ $22,6^\circ$, il est donc bien supérieur à 20° .**

3. c) Les deux conditions sont vérifiées : les droites (CD) et (BE) sont parallèles (question 3. a) et l'angle $\widehat{ACD}$ dépasse 20° (question 3. b). **Le parcours est validé.**

Partie B : la natation

4. La série est déjà rangée dans l'ordre croissant et comporte 9 valeurs (effectif impair). La médiane est la valeur du milieu, c'est-à-dire la 5^e valeur (4 valeurs avant, 4 valeurs après) : 5 min 30 s ; 5 min 45 s ; 5 min 49 s ; 5 min 50 s ; **6 min** ; 6 min 11 s ; 6 min 12 s ; 6 min 20 s ; 6 min 40 s. **Le temps médian est 6 min.**

5. L'élève le plus rapide nage 200 m en 5 min 30 s, soit $5 \times 60 + 30 = 330$ s. Sa vitesse est $v = \frac{d}{t} = \frac{200}{330} \approx 0,61$ m/s.

Le poisson rouge nage à 5 km/h, soit 5 000 m en 3 600 s : $v = \frac{5\,000}{3\,600} \approx 1,39$ m/s.

Autre méthode : en 1 h (soit 60 min), l'élève parcourrait $\frac{200 \times 60}{5,5} \approx 2\,182$ m $\approx 2,2$ km, donc sa vitesse est d'environ 2,2 km/h, inférieure à 5 km/h.

Le poisson rouge (environ 1,39 m/s) nage plus vite que l'élève le plus rapide (environ 0,61 m/s).

Exercice 3 – QCM varié : proportionnalité, transformations, pourcentages (18 pts)

Question 1 : réponse C (14 €). Le prix est proportionnel au nombre de melons. Un melon coûte $8,40 \div 3 = 2,80$ €, donc 5 melons coûtent $5 \times 2,80 = 14$ €.

Question 2 : réponse D (une symétrie axiale). Sur le quadrillage, la figure 2 n'est pas superposable à la figure 1 par un simple glissement (ce n'est pas une translation) ni par une rotation : la figure 2 est « retournée », comme dans un miroir. La branche verticale de la figure 1 devient horizontale et l'encoche située à droite de cette branche se retrouve au-dessus : c'est l'effet d'une symétrie axiale d'axe oblique (une diagonale du quadrillage). Une symétrie centrale aurait au contraire retourné la figure de 180° en envoyant la pointe du bas vers le haut.

Question 3 : réponse A (420 €). Augmenter de 20 % revient à multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1,2$: $350 \times 1,2 = 420$ €.

 **Astuce.** Augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de t %, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Ce réflexe évite le calcul en deux étapes et les erreurs de signe.

Question 4 : réponse B (13,5 cm²). Le triangle ABC est rectangle en B, ses côtés de l'angle droit mesurent AB = 6 cm et BC = 4,5 cm (7,5 cm est l'hypoténuse, inutile ici). Aire = $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{6 \times 4,5}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$ cm².

Question 5 : réponse A ($2x^2 - 5x - 12$). On développe par double distributivité : $(2x + 3)(x - 4) = 2x \times x - 2x \times 4 + 3 \times x - 3 \times 4 = 2x^2 - 8x + 3x - 12 = 2x^2 - 5x - 12$.

Question 6 : réponse B (112 cm³). Volume d'une pyramide = $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$. La base est un rectangle de 7 cm sur 4 cm et la hauteur mesure 12 cm : $V = \frac{7 \times 4 \times 12}{3} = \frac{336}{3} = 112$ cm³ (336 cm³ est le volume du pavé de mêmes dimensions, piège classique).

Exercice 4 – Programmes de calcul et algorithme sur Scratch*(20 pts)***Partie A : le programme de Zoé**

1. On applique le programme au nombre 10 : $10 - 4 = 6$; $6 \times 2 = 12$; $12 + 8 = 20$. **On obtient bien 20.**
2. Avec -7 : $-7 - 4 = -11$; $-11 \times 2 = -22$; $-22 + 8 = -14$. **On obtient -14 .**
3. Soit x le nombre de départ. On soustrait 4 : $x - 4$; on multiplie par 2 : $2(x - 4) = 2x - 8$; on ajoute 8 : $2x - 8 + 8 = 2x$. Le résultat est $2x$, c'est-à-dire le double du nombre de départ, quel que soit ce nombre (on le vérifie avec les questions précédentes : $20 = 2 \times 10$ et $-14 = 2 \times (-7)$). **Zoé a raison, son programme est bien « magique ».**

 **Astuce.** Face à un programme de calcul, appelle le nombre de départ x et traduis chaque étape en calcul littéral, puis développe et réduis : c'est ce résultat réduit qui explique le « tour de magie ».

Partie B : le programme de Fred

4. On lit le programme Scratch ligne par ligne avec x comme nombre de départ (la variable « réponse ») :
 - « mettre résultat à réponse $\times 4$ » : résultat = $4x$;
 - « mettre résultat à résultat + 10 » : résultat = $4x + 10$;
 - « mettre résultat à résultat $\times 5$ » : résultat = $5(4x + 10) = 20x + 50$.**Le programme affiche bien $20x + 50$.**
5. On cherche x tel que $20x + 50 = 75$. On résout : $20x = 75 - 50 = 25$, donc $x = \frac{25}{20} = 1,25$. Vérification : $1,25 \times 4 = 5$; $5 + 10 = 15$; $15 \times 5 = 75$. **Il faut choisir 1,25 au départ.**
6. Après les trois premières instructions, le résultat vaut $20x + 50$. Pour obtenir $20x$, c'est-à-dire 20 fois le nombre de départ, il faut retirer 50. La sixième ligne doit donc être : « **mettre résultat à (résultat) – (50)** ». Le programme affiche alors $20x + 50 - 50 = 20x$.

Exercice 5 – Comparer achat et location avec des fonctions affines**(19 pts)****Partie A**

1. Une année compte 12 mois. Avec l'option Achat, la dépense est le prix de la voiture plus 12 mois d'assurance : $22\,400 + 75 \times 12 = 22\,400 + 900 = 23\,300$. **La dépense à la fin de la première année est bien de 23 300 €.**

2. Après 36 mois :

– option Achat : $22\,400 + 75 \times 36 = 22\,400 + 2\,700 = 25\,100$ € (valeur qui figure dans le tableau) ;

– option Location : $425 \times 36 = 15\,300$ €.

Économie : $25\,100 - 15\,300 = 9\,800$. **En choisissant la location, le client économise 9 800 € après 36 mois.**

3. La dépense de l'option Location est proportionnelle au nombre de mois : $425 \times \text{nombre de mois}$. Le nombre de mois se trouve en ligne 1, dans la même colonne. La formule à saisir en B3 est **$=425*B1$** (ou **$=B1*425$**). Étendue vers la droite, elle devient **$=425*C1$** , **$=425*D1$** , etc., ce qui donne 5 100 ; 10 200 ; 15 300 ; 20 400 ; 25 500.

△ **Piège.** Une formule de tableur commence obligatoirement par le signe = et utilise la référence de la cellule (B1), pas sa valeur (12) : sinon la formule ne peut pas être « étendue ».

Partie B

4. Avec l'option Achat, on paie 22 400 € une fois pour toutes, puis 75 € par mois pendant x mois : $f(x) = 75x + 22\,400$. C'est une fonction affine (de coefficient directeur 75 et d'ordonnée à l'origine 22 400), ce qui correspond à la droite C_f qui coupe l'axe des ordonnées en 22 400. Vérification : $f(12) = 900 + 22\,400 = 23\,300$, conforme à la question 1.

5. L'option Achat est la plus avantageuse lorsque sa dépense est inférieure à celle de la location, c'est-à-dire lorsque la courbe C_f est en dessous de C_g . Sur le graphique, les deux droites se coupent au point d'abscisse 64 environ (ordonnée environ 27 200 €) ; à gauche de ce point, C_g est en dessous, à droite c'est C_f . **Par lecture graphique, l'option Achat devient la plus avantageuse à partir de 64 mois environ** (soit un peu plus de 5 ans). Contrôle par le calcul : $75x + 22\,400 = 425x$ donne $350x = 22\,400$, soit $x = 64$ exactement.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est très classique et récompense avant tout la rédaction : à l'exercice 2, citez explicitement « théorème de Pythagore », « réciproque du théorème de Thalès » et « tangente », et concluez par une phrase ; un calcul juste sans le nom de la propriété perd des points. À la question 3. a), pensez à calculer $AB = 600$ m avant les quotients : l'erreur fréquente est d'utiliser $CB = 120$ m. Pour la vitesse (question 5), convertissez tout dans la même unité (m/s ou km/h) avant de comparer, et écrivez l'unité dans la conclusion. Au QCM, les distracteurs sont construits sur les oublis (volume du pavé au lieu de la pyramide, aire sans diviser par 2) : refaites le calcul plutôt que de choisir « au feeling ». Enfin, à l'exercice 5, même quand on demande une lecture graphique, le calcul $75x + 22\,400 = 425x$ est une excellente vérification qui sécurise la réponse 64 mois.