Corrigé – Brevet 2025 – mathématiques – Asie

QCM : probabilité, pourcentage, statistiques, fonction affine, Pythagore, Thalès, aire et triangles semblables, Périmètres, tableur et équation, Scratch : triangle équilatéral et hexagones, Décomposition en facteurs premiers, volumes et pourcentage

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : probabilité, pourcentage, statistiques, fonction affine *(16 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; les explications ci-dessous montrent comment trouver la bonne réponse.

Question 1 : réponse C ($\frac{3}{10}$). L'urne contient $4+6+7+3=20$ boules, toutes équiprobables, dont 6 violettes. La probabilité est $p=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$. (La proposition A, $\frac{6}{14}$, compare les violettes aux autres boules au lieu de les comparer au total.)

Question 2 : réponse B (0,70). Prendre 70 % d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{70}{100}=0{,}70$. (Multiplier par 1,70 correspond à une augmentation de 70 %, et par 0,30 à une diminution de 70 %.)

Question 3 : réponse D (la moyenne est 13). Série rangée dans l'ordre croissant : 7 ; 12 ; 13 ; 15 ; 18.
– Étendue : $18-7=11$, et non 8 : A est fausse.
– Médiane : avec 5 valeurs, c'est la 3e, soit 13, et non 12 : B est fausse (12 est la valeur du milieu de la série non rangée, piège classique).
– Moyenne : $\frac{7+18+12+13+15}{5}=\frac{65}{5}=13$: C est fausse et D est juste.

Question 4 : réponse C ($f(x)=-2x+4$). La droite C_f coupe l'axe des ordonnées au point $(0;4)$: l'ordonnée à l'origine vaut 4, ce qui élimine B et D. Elle passe aussi par le point $(2;0)$: le coefficient directeur vaut $\frac{0-4}{2-0}=-2$ (la droite descend). Donc $f(x)=-2x+4$. Vérification : $f(1)=-2+4=2$, et la droite passe bien par le point $(1;2)$ sur le graphique.

Exercice 2 – Pythagore, Thalès, aire et triangles semblables *(24 pts)*

1) Le triangle CDE est rectangle en D, d'hypoténuse [CE]. D'après le **théorème de Pythagore** : $CE^2=CD^2+DE^2$, donc $DE^2=CE^2-CD^2$.
$DE^2=29{,}1^2-21{,}6^2=846{,}81-466{,}56=380{,}25$, d'où $DE=\sqrt{380{,}25}=19{,}5$ (vérification : $19{,}5^2=380{,}25$).
DE = 19,5 cm.

2) Le triangle CDE est rectangle en D : ses côtés de l'angle droit [CD] et [DE] sont une base et la hauteur associée.
Aire de CDE $=\frac{CD\times DE}{2}=\frac{21{,}6\times 19{,}5}{2}=\frac{421{,}2}{2}=210{,}6$. **L'aire du triangle CDE est 210,6 cm².**

3) Les points G, C, E sont alignés, les points F, C, D sont alignés, et les droites (GF) et (DE) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** (configuration « papillon ») : $\frac{CF}{CD}=\frac{CG}{CE}=\frac{GF}{DE}$.
Avec $\frac{CF}{CD}=\frac{GF}{DE}$: $\frac{17{,}2}{21{,}6}=\frac{GF}{19{,}5}$, donc $GF=\frac{17{,}2\times 19{,}5}{21{,}6}=\frac{335{,}4}{21{,}6}\approx 15{,}53$. **GF ≈ 15,5 cm au millimètre près.**

> ⚠ **Piège.** Dans le quotient de Thalès, mets au numérateur les longueurs du « petit » triangle (CF, CG, GF) et au dénominateur celles du triangle correspondant (CD, CE, DE) : GF va avec DE, pas avec CE. Arrondir « au millimètre » en centimètres, c'est garder un chiffre après la virgule.

4) a. On calcule $\frac{1}{9} \times 210{,}6 = \frac{210{,}6}{9} = 23{,}4$. Vérification inverse : $23{,}4 \times 9 = 210{,}6$. **L'aire du triangle ABC (23,4 cm²) est bien égale à $\frac{1}{9}$ de l'aire du triangle CDE (210,6 cm²).**

4) b. Les triangles ABC et EDC sont semblables : A correspond à E, B à D et C à C (angles droits en B et en D, angles en C opposés par le sommet). Si k est le rapport de réduction qui transforme EDC en ABC, les aires sont multipliées par k^2. Ici $k^2 = \frac{1}{9}$, donc $k = \frac{1}{3}$ (car $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$).
Le côté [AB] correspond au côté [ED] : $AB = \frac{1}{3} \times DE = \frac{19{,}5}{3} = 6{,}5$. **AB = 6,5 cm.**
Vérification : $BC = \frac{21{,}6}{3} = 7{,}2$ cm et $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{6{,}5 \times 7{,}2}{2} = \frac{46{,}8}{2} = 23{,}4$ cm², c'est bien l'aire affichée.

> 💡 **Astuce.** Quand les longueurs sont multipliées par k, les aires sont multipliées par k^2 (et les volumes par k^3). Un rapport d'aires de $\frac{1}{9}$ correspond donc à un rapport de longueurs de $\frac{1}{3}$, pas de $\frac{1}{9}$.

Exercice 3 – Périmètres, tableur et équation *(20 pts)*

PARTIE A (ici $x = 1{,}5$ cm)

1) Le côté du carré mesure $EF = 2x = 2 \times 1{,}5 = 3$ cm. Le périmètre d'un carré vaut 4 fois son côté : $4 \times 3 = 12$. **Le périmètre du carré EFGH est 12 cm.**

2) $AB = 16 - 2x = 16 - 2 \times 1{,}5 = 16 - 3 = 13$. **AB = 13 cm.**

3) Le rectangle ABCD mesure 13 cm de long (AB) et 1,5 cm de large (AD). Construction : tracer le segment [AB] de 13 cm ; tracer à l'équerre les perpendiculaires à (AB) passant par A et par B ; placer sur ces perpendiculaires, du même côté, les points D et C à 1,5 cm de A et de B ; joindre D et C. On nomme les sommets dans l'ordre A, B, C, D et on code les angles droits.

4) Périmètre du rectangle : $2 \times (AB + AD) = 2 \times (13 + 1{,}5) = 2 \times 14{,}5 = 29$ cm. Périmètre du carré : 12 cm (question 1). Comme $29 \neq 12$, **les périmètres de ABCD et EFGH ne sont pas égaux pour $x = 1{,}5$ cm.**

PARTIE B

1) a. Le périmètre du carré vaut $4 \times 2x = 8x$, et la valeur de x se trouve dans la cellule B1. On peut saisir en B2 **=8*B1** (ou =4*2*B1). Vérification : pour $x = 1$ on obtient 8, pour $x = 2$ (formule étirée =8*C1) on obtient 16, comme dans le tableau.

1) b. Il faut chercher une colonne où les lignes 2 et 3 contiennent le même nombre. Ce n'est le cas pour aucune colonne : pour $x = 3$, le carré a un périmètre de 24 et le rectangle de 26 ; pour $x = 4$, le carré a un périmètre de 32 et le rectangle de 24. Le périmètre du carré est plus petit pour $x = 3$ et plus grand pour $x = 4$: l'égalité a lieu pour une valeur comprise entre 3 et 4, qui n'est pas dans le tableau. **Non, ce tableau ne permet pas de trouver une valeur de x pour laquelle les deux périmètres sont égaux ; il indique seulement qu'elle se situe entre 3 et 4.**

> ⚠ **Piège.** Le nombre 24 apparaît dans les deux lignes, mais dans deux colonnes différentes ($x = 3$ pour le carré, $x = 4$ pour le rectangle) : ce n'est pas une égalité des périmètres. Il faut comparer les deux lignes **dans la même colonne**.

2) a. Le périmètre du rectangle vaut $2 \times (AB + AD) = 2 \times (16 - 2x + x) = 2 \times (16 - x) = 32 - 2x$. **Le périmètre du rectangle s'écrit bien $-2x + 32$.** Vérification avec le tableau : pour $x = 1$, $-2 + 32 = 30$.

2) b. Le périmètre du carré vaut $8x$. On résout l'équation $8x = -2x + 32$:
$8x + 2x = 32$, soit $10x = 32$, d'où $x = \dfrac{32}{10} = 3{,}2$.
Vérification : périmètre du carré $8 \times 3{,}2 = 25{,}6$ cm ; périmètre du rectangle $-2 \times 3{,}2 + 32 = -6{,}4 + 32 = 25{,}6$ cm. De plus, $AB = 16 - 6{,}4 = 9{,}6$ cm est positif, le rectangle existe bien. **Les deux périmètres sont égaux pour $x = 3{,}2$ cm** (ils valent alors 25,6 cm), ce qui confirme que la solution est bien comprise entre 3 et 4.

Exercice 4 – Scratch : triangle équilatéral et hexagones *(17 pts)*

Aucune justification n'est attendue ; les explications sont données pour comprendre.

PARTIE A

1) Lignes à recopier :
– ligne 2 : **répéter 3 fois** (un triangle a 3 côtés) ;
– ligne 3 : **avancer de 50 pas** (longueur du côté) ;
– ligne 4 : **tourner ↺ de 120 degrés**.
Dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure 60°. Le lutin, qui part vers la droite depuis le sommet en bas à gauche, doit tourner à gauche de l'angle extérieur, soit $180 - 60 = 120$ degrés, pour que le triangle soit construit au-dessus de sa base, comme sur le dessin. Après 3 rotations de 120°, il a fait un tour complet ($3 \times 120 = 360$) et revient à son point de départ, orienté vers la droite.

> 💡 **Astuce.** Pour tracer un polygone régulier à n côtés avec Scratch, le lutin tourne à chaque sommet de $\dfrac{360}{n}$ degrés (l'angle extérieur), et non de l'angle intérieur de la figure : 120° pour le triangle, 90° pour le carré, 60° pour l'hexagone.

2) C'est le programme A qui trace l'hexagone souhaité. Il dessine 6 triangles en tournant de 60° entre deux triangles : $6 \times 60 = 360$, les 6 triangles font exactement le tour du point de départ et forment l'hexagone (premier dessin). Le programme B tourne de 120° : seules 3 orientations différentes sont possibles ($3 \times 120 = 360$), les triangles 4, 5 et 6 repassent sur les triangles 1, 2 et 3, et on obtient les 3 triangles du second dessin.

PARTIE B

1) Bloc à recopier :
répéter 6 fois, et à l'intérieur de la boucle, dans cet ordre :

- **avancer de 50 pas** ;
- **tourner ↺ de 60 degrés**.

Donc **$\mathbf{A = 6}$** (l'hexagone a 6 côtés). Le lutin part du sommet en bas à gauche, de coordonnées (0 ; 0), orienté vers la droite : il trace d'abord le côté du bas, de 50 pas. Chaque angle de l'hexagone mesure 120°, donc à chaque sommet il tourne de l'angle extérieur $180 - 120 = 60$ degrés, vers la gauche (sens ↺) pour que la figure se construise au-dessus du côté de départ. Contrôle : $6 \times 60 = 360$, le lutin revient à son point de départ. Tourner de 120° tracerait un triangle, et tourner vers la droite (↻) construirait l'hexagone sous le point de départ.

Exercice 5 – Décomposition en facteurs premiers, volumes et pourcentage *(23 pts)*

PARTIE A

1) Proposition 3 : $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$**.** Les trois produits valent bien 300, mais seule la proposition 3 ne contient que des nombres premiers : dans la proposition 1, $15 = 3 \times 5$ n'est pas premier ; dans la proposition 2, $25 = 5^2$ n'est pas premier.

2) On divise successivement par les nombres premiers : $350 = 2 \times 175$; $175 = 5 \times 35$; $35 = 5 \times 7$. Donc $350 = 2 \times 5^2 \times 7$. Vérification : $2 \times 25 \times 7 = 50 \times 7 = 350$.

3) Tous les poissons doivent être répartis, avec le même nombre de poissons de chaque type dans chaque lot : le nombre de lots doit donc être un diviseur commun de 350 et de 300. Le nombre maximal de lots est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres. D'après les décompositions $350 = 2 \times 5^2 \times 7$ et $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, les facteurs premiers communs sont 2 (une fois) et 5^2 : le plus grand diviseur commun est $2 \times 5^2 = 50$. **La responsable pourra constituer au maximum 50 lots.**

> 💡 **Astuce.** Pour le plus grand diviseur commun, garde chaque facteur premier présent dans les **deux** décompositions, avec le plus petit exposant : ici 2^1 (et non 2^2) et 5^2 ; 3 et 7 n'apparaissent que dans une seule décomposition.

4) Chaque lot contient $350 \div 50 = 7$ poissons de type A et $300 \div 50 = 6$ poissons de type B. Vérification : $50 \times (7 + 6) = 50 \times 13 = 650$ poissons en tout. **Chaque lot contient 7 poissons de type A et 6 poissons de type B.**

PARTIE B

1) L'eau n'occupe que les $\frac{4}{5}$ de la hauteur de chaque aquarium. On rappelle que 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³.
Aquarium 1 (cylindre). Rayon : $r = 30 \div 2 = 15$ cm. Hauteur d'eau : $\frac{4}{5} \times 25 = 20$ cm. Volume d'eau : $V_1 = \pi \times 15^2 \times 20 = \pi \times 225 \times 20 = 4\,500\pi \approx 14\,137$ cm³, soit environ 14,1 L.
Aquarium 2 (pavé droit). Hauteur d'eau : $\frac{4}{5} \times 30 = 24$ cm. Volume d'eau : $V_2 = 28 \times 28 \times 24 = 784 \times 24 = 18\,816$ cm³, soit 18,816 L.
L'aquarium 1 contient environ 14,1 L d'eau, soit moins de 15 L ; l'aquarium 2 en contient environ 18,8 L, soit plus de 15 L. **Il faut choisir l'aquarium 2 (le pavé droit).**

> ⚠ **Piège.** Le diamètre n'est pas le rayon : il faut diviser 30 cm par 2 avant d'utiliser $\pi \times r^2$. Et n'oublie pas les $\frac{4}{5}$: rempli jusqu'en haut, le cylindre contiendrait $5\,625\pi \approx 17\,671$ cm³, soit plus de 15 L, et tu conclurais à tort que les deux aquariums conviennent.

2) Prix total avant réduction : $15 + 40 = 55$ €. Une réduction de 15 % revient à multiplier par $1 - \frac{15}{100} = 0{,}85$: $55 \times 0{,}85 = 46{,}75$ €. Vérification : la réduction vaut $55 \times 0{,}15 = 8{,}25$ € et $55 - 8{,}25 = 46{,}75$ €. **La famille va payer 46,75 €.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet est abordable et long à la fois : commence par le QCM (exercice 1) et l'exercice 4 sur Scratch, sans justification, qui rapportent 33 points rapidement, mais refais chaque calcul du QCM (moyenne, étendue, médiane après avoir rangé la série) car les mauvaises propositions correspondent toutes à une erreur classique. En Scratch, retiens que le lutin tourne toujours de l'angle extérieur : 120° pour le triangle, 60° pour l'hexagone.

À l'exercice 2, la rédaction rapporte autant que le calcul : écris « le triangle CDE est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore » puis, pour GF, cite les alignements et les droites parallèles avant d'écrire les quotients de Thalès. La question 4 b) se résout avec une seule idée : un rapport d'aires de $\frac{1}{9}$ correspond à un rapport de longueurs de $\frac{1}{3}$.

Dans l'exercice 5, les deux pièges du volume (diamètre au lieu du rayon, oubli des $\frac{4}{5}$) peuvent inverser la conclusion : pose les conversions ($1\ \text{L} = 1\ 000\ \text{cm}^3$) et termine par une phrase qui désigne clairement l'aquarium choisi. Enfin, à l'exercice 3, la question 2 b) se vérifie en deux secondes : remplace x par $3{,}2$ dans $8x$ et dans $-2x + 32$ et contrôle que tu obtiens bien $25{,}6$ des deux côtés.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).