

Corrigé – Brevet 2025 – mathématiques – Amérique du Nord

Cinq situations indépendantes de calcul, Théorème de Thalès et trigonométrie dans une figure, Comparer deux programmes de calcul littéral, Lecture graphique d'une course et vitesse moyenne, Programmation Scratch et probabilités d'un tirage

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Cinq situations indépendantes de calcul

(20 pts)

Situation 1. Les 40 boules sont indiscernables au toucher : il y a équiprobabilité. Le nombre d'issues favorables est le nombre de boules vertes, 20. La probabilité est $p = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$. **La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{1}{2}$.**

Situation 2. On divise successivement par les nombres premiers : $1050 = 2 \times 525$; $525 = 3 \times 175$; $175 = 5 \times 35$; $35 = 5 \times 7$. $1050 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$.

Situation 3. Augmenter de 14 % revient à multiplier par $1 + \frac{14}{100} = 1,14$. Nouveau prix : $25 \times 1,14 = 28,50$.

Après l'augmentation, l'article coûte 28,50 €. (Autre méthode : $\frac{14}{100} \times 25 = 3,50$ € d'augmentation, et $25 + 3,50 = 28,50$ €.)

Situation 4. Dans un agrandissement de coefficient k , les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2 . Ici $k = 2,5$, donc les aires sont multipliées par $2,5^2 = 6,25$. Aire du polygone 2 : $7,5 \times 6,25 = 46,875$. **L'aire du polygone 2 est 46,875 cm².**

Situation 5. a) L'effectif total est $2 + 4 + 2 + 5 + 2 + 4 + 6 + 5 = 30$ élèves. La moyenne est la somme des tailles divisée par l'effectif total :

$$M = \frac{152 \times 2 + 157 \times 4 + 160 \times 2 + 162 \times 5 + 165 \times 2 + 170 \times 4 + 174 \times 6 + 180 \times 5}{30}$$

$$M = \frac{304 + 628 + 320 + 810 + 330 + 680 + 1044 + 900}{30} = \frac{5016}{30} = 167,2.$$

La taille moyenne est 167,2 cm.

Situation 5. b) L'effectif total est 30 (nombre pair) : la médiane est la demi-somme de la 15^e et de la 16^e valeur de la série rangée dans l'ordre croissant. Effectifs cumulés : 152 cm → 2 ; 157 cm → 6 ; 160 cm → 8 ; 162 cm → 13 ; 165 cm → 15 ; 170 cm → 19. La 15^e valeur est 165 cm et la 16^e est 170 cm. Médiane = $\frac{165 + 170}{2} = 167,5$. **La taille médiane est 167,5 cm** (au moins la moitié des élèves mesurent 165 cm ou moins, et au moins la moitié mesurent 170 cm ou plus).

Exercice 2 – Théorème de Thalès et trigonométrie dans une figure**(20 pts)**

1. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $50^2 = AB^2 + 30^2$. D'où $AB^2 = 2500 - 900 = 1600$ et $AB = \sqrt{1600} = 40$. **AB = 40 m.**

2. Le triangle ADE est rectangle en E, donc $(DE) \perp (AE)$; le triangle ABC est rectangle en B, donc $(BC) \perp (AB)$. Or les points A, B, E, M sont alignés : (AE) et (AB) sont une même droite. **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles** : (DE) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à (AB) , donc **(DE) et (BC) sont parallèles.**

3. Les droites (EB) et (DC) sont sécantes en A, les points E, A, B sont alignés, les points D, A, C sont alignés et $(DE) \parallel (BC)$. D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$, soit $\frac{70}{50} = \frac{AE}{40} = \frac{DE}{30}$.
D'où $DE = \frac{70 \times 30}{50} = \frac{2100}{50} = 42$. **DE = 42 m.**

4. Dans le triangle DEM rectangle en E, le côté $[DE]$ est opposé à l'angle $\widehat{DME}$ et le côté $[EM]$ lui est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{DME} = \frac{DE}{EM}$, soit $\tan 60^\circ = \frac{42}{EM}$.
D'où $EM = \frac{42}{\tan 60^\circ} \approx \frac{42}{1,732} \approx 24,25$. **EM $\approx$ 24,2 m.**

5. Le triangle AMD a pour base $[AM]$ et, comme $(DE) \perp (AM)$, sa hauteur relative à cette base est $DE = 42$ m. Il faut d'abord calculer $AM = AE - EM$ (le point M est situé entre E et A).

D'après la question 3, $\frac{AE}{40} = \frac{70}{50}$, donc $AE = \frac{70 \times 40}{50} = 56$ m (on peut aussi le retrouver par Pythagore dans ADE : $AE^2 = 70^2 - 42^2 = 4900 - 1764 = 3136$ et $\sqrt{3136} = 56$).

$AM = 56 - 24,2 = 31,8$ m.

Aire = $\frac{AM \times DE}{2} = \frac{31,8 \times 42}{2} = 667,8$. **L'aire du triangle AMD est d'environ 668 m²** (valeur approchée, puisque EM a été arrondi).

Exercice 3 – Comparer deux programmes de calcul littéral**(20 pts)**

1. Programme A avec $4 : 4 \times 3 = 12 ; 12 + 15 = 27 ; 27 \div 3 = 9 ; 9 - 4 = 5$. **On obtient bien 5.**

2. Programme A avec $-2 : -2 \times 3 = -6 ; -6 + 15 = 9 ; 9 \div 3 = 3 ; 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$. **On obtient bien 5.**

3. Soit x le nombre choisi. Multiplier par 3 : $3x$; ajouter 15 : $3x + 15$; diviser par 3 : $\frac{3x + 15}{3} = x + 5$; soustraire le nombre de départ : $x + 5 - x = 5$. Le résultat vaut 5 quel que soit x . **L'affirmation est vraie : le programme A donne toujours 5.**

4. Programme B avec $10 : 10 - 1 = 9$ et $10 - 6 = 4$; produit des deux résultats : $9 \times 4 = 36$; ajouter 5 : $36 + 5 = 41$. **On obtient 41.**

5. Avec un nombre de départ x , le programme B donne $(x - 1)(x - 6) + 5$. Le programme A donne toujours 5. Les résultats sont identiques lorsque $(x - 1)(x - 6) + 5 = 5$, c'est-à-dire $(x - 1)(x - 6) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul : $x - 1 = 0$ ou $x - 6 = 0$, soit $x = 1$ ou $x = 6$.

Vérification : avec 1, le programme B donne $0 \times (-5) + 5 = 5$; avec 6, il donne $5 \times 0 + 5 = 5$. **Les deux nombres cherchés sont 1 et 6.**

Exercice 4 – Lecture graphique d’une course et vitesse moyenne**(20 pts)**

1. Si le temps et la distance étaient proportionnels, la courbe serait une droite passant par l’origine. Ce n’est pas le cas : la courbe est une ligne brisée (entre 30 et 40 min, la distance reste à 6,5 km alors que le temps s’écoule). On peut aussi comparer : en 10 min Malo parcourt 2 km, alors qu’en 20 min il parcourt 4,5 km et non $2 \times 2 = 4$ km. **Le temps et la distance ne sont pas proportionnels.**

2. Par lecture graphique, au bout de 20 minutes Malo a parcouru **4,5 km**.

3. Par lecture graphique, la courbe atteint 9 km pour un temps de 50 minutes : **Malo a mis 50 minutes pour parcourir les 9 premiers kilomètres.**

4. Malo parcourt les 13,5 km en 80 minutes (abscisse du dernier point de la courbe). $80 \text{ min} = \frac{80}{60} \text{ h} = \frac{4}{3} \text{ h}$.

Vitesse moyenne : $v = \frac{d}{t} = \frac{13,5}{\frac{4}{3}} = 13,5 \times \frac{3}{4} = 10,125 \text{ km/h}$. **Sa vitesse moyenne est d’environ 10,1 km/h (au dixième près).**

5. a) Les deux courent à vitesse régulière, donc distance et temps sont proportionnels pour chacun. Temps de Louise : $t = \frac{d}{v} = \frac{13,5}{12} = 1,125 \text{ h} = 1 \text{ h } 7 \text{ min } 30 \text{ s}$. Temps de Hillal : $\frac{13,5}{10} = 1,35 \text{ h} = 1 \text{ h } 21 \text{ min}$. Comme $1,125 < 1,35$ (ou simplement parce que, sur la même distance, le plus rapide arrive le premier), **Louise franchit la ligne d’arrivée la première.**

5. b) Lorsque Louise arrive, il s’est écoulé 1,125 h. Pendant ce temps, Hillal a parcouru $d = v \times t = 10 \times 1,125 = 11,25 \text{ km}$. Il lui reste $13,5 - 11,25 = 2,25 \text{ km}$. **Louise et Hillal sont alors séparés de 2,25 km (2 km 250 m).**

Exercice 5 – Programmation Scratch et probabilités d'un tirage

(20 pts)

Partie 1 : les motifs

1. Le script 1 répète 3 fois « avancer de 30 pas, tourner de 120° » : il trace un polygone à 3 côtés égaux, un triangle équilatéral, c'est le **dessin 2**. Le script 2 répète 6 fois « avancer de 30 pas, tourner de 60° » : 6 côtés égaux et $6 \times 60^\circ = 360^\circ$, il trace un hexagone régulier, c'est le **dessin 1**. **Script 1 → dessin 2 ; script 2 → dessin 1**.

2. Le lutin part du sommet du bas à gauche, orienté vers la droite, et trace le premier côté de 30 pas. Au sommet suivant, l'angle intérieur du losange est 60° : le lutin doit tourner de $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (instruction B), puis avancer de 30 pas (instruction C), puis au sommet d'angle intérieur 120° tourner de $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (instruction A). Le bloc « répéter 2 fois » reproduit ensuite les deux derniers côtés. **Ordre des instructions cachées : B, C, A** (tourner de 120° , avancer de 30 pas, tourner de 60°).

Partie 2 : le script principal

3. L'instruction « aller à x : -200 y : 0 » place le lutin au point de départ de coordonnées (-200 ; 0).

4. Le programme tire au hasard un nombre Motif parmi 1, 2, 3. Si Motif = 3, il répète 6 fois « Motif 3 (un losange de côté 30 pas) puis avancer de 60 pas » : on obtient 6 losanges alignés et séparés (chaque losange occupe 30 pas, puis le lutin avance de 60 pas, ce qui laisse un espace de 30 pas), et le message « Voici le dessin ! » : c'est la **capture d'écran n° 2**. Sinon, le lutin ne dessine rien et dit « Perdu ! » : c'est la **capture d'écran n° 3**. Les captures 1 (losanges collés), 4 (seulement 3 losanges) et 5 (losanges disposés en hexagone) ne peuvent pas être obtenues. **Seules les captures n° 2 et n° 3 sont possibles**.

5. Le message « Voici le dessin ! » s'affiche uniquement lorsque le nombre aléatoire vaut 3. Les trois valeurs 1, 2, 3 sont équiprobables, donc **la probabilité est $\frac{1}{3}$** .

6. a) Fréquence = $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} = \frac{40}{100} = 0,4$, soit **40 %**.

6. b) La probabilité $\frac{1}{3} \approx 0,33$ est une valeur théorique, alors que la fréquence 0,4 est observée sur seulement 100 lancers : d'une série de 100 lancers à une autre, la fréquence varie (c'est la **fluctuation d'échantillonnage**). Elle se rapprocherait de $\frac{1}{3}$ si l'on répétait l'expérience un très grand nombre de fois.

Conseils pour le jour J

L'exercice 2 est un enchaînement où chaque question sert à la suivante : Pythagore donne AB, les perpendiculaires donnent le parallélisme, Thalès donne DE, puis la tangente donne EM. Écrivez le nom de chaque théorème et la configuration (« les droites (EB) et (DC) sont sécantes en A... »), c'est là que se gagnent les points. À la question 5, n'oubliez pas de calculer $AE = 56$ m avant AM : c'est le piège du sujet. En statistiques (situation 5), posez le calcul de la moyenne avec les effectifs et repérez la médiane avec les effectifs cumulés, sans oublier que 30 est pair (moyenne des 15^e et 16^e valeurs). Pour les vitesses, convertissez 80 min en heures ($\frac{4}{3}$ h) plutôt qu'en 1,20 h, erreur très fréquente. Enfin l'exercice 5 ne demande aucune justification : répondez vite et clairement, puis gardez le temps gagné pour relire l'exercice 2.