Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Polynésie française (remplacement)

Six questions indépendantes : nombres, vitesse, équation, fonction, Thalès, Statistiques et probabilités sur des températures, Trigonométrie, Pythagore, triangles égaux et agrandissement, Pentagone régulier, programmation et transformations, Vidange d'une piscine : volume d'un cylindre et fonction affine

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Six questions indépendantes : nombres, vitesse, équation, fonction, Thalès *(21 pts)*

1. On a $21 = 3 \times 7$ (3 et 7 sont premiers). Un nombre est divisible par 21 si sa décomposition en produit de facteurs premiers contient à la fois le facteur 3 et le facteur 7.
– Nombre 1 : $2^2 \times 11 \times 23$ ne contient ni 3 ni 7 ;
– Nombre 2 : $2^4 \times 3^4 \times 11$ contient 3 mais pas 7 ;
– Nombre 3 : $7^3 \times 13 \times 17$ contient 7 mais pas 3 ;
– Nombre 4 : $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 21 \times 10 = 210$;
– Nombre 5 : $2^3 \times 3^2 \times 7 = 21 \times 2^3 \times 3 = 21 \times 24 = 504$.
Seuls les nombres 4 et 5 sont divisibles par 21.

> ⚠ **Piège.** Avoir le facteur 3 **ou** le facteur 7 ne suffit pas : il faut les deux. Le nombre 2 (avec 3^4) et le nombre 3 (avec 7^3) sont là pour te tromper.

2. $0{,}000\,002\,76 = 2{,}76 \times 10^{-6}$**.** (Le chiffre 2 est au 6^{e} rang après la virgule.)

3. $2\,640$ km/min $= 2\,640\,000$ m par minute, soit $2\,640\,000$ m en 60 s. En une seconde : $\dfrac{2\,640\,000}{60} = 44\,000$ m.
Vérification : $44\,000 \times 60 = 2\,640\,000$. **La vitesse de la comète est de 44 000 m/s.**

4. C'est une **équation produit nul** : un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.
Donc $2x - 7 = 0$ ou $3x + 1 = 0$, c'est-à-dire $x = \dfrac{7}{2} = 3{,}5$ ou $x = -\dfrac{1}{3}$. **Les solutions sont $\dfrac{7}{2}$ et $-\dfrac{1}{3}$.**

5. $f(-3) = 5 \times (-3)^2 + 2 = 5 \times 9 + 2 = 45 + 2 = 47$. **L'image de -3 par f est 47.**

6. Les points C, E, A sont alignés, les points C, D, B aussi, et les droites (ED) et (AB) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle CAB : $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{DE}{BA}$. Comme D appartient au segment [CB], $CB = CD + DB = 3 + 1 = 4$ cm. Donc $\dfrac{3}{4} = \dfrac{DE}{5}$, d'où $DE = \dfrac{5 \times 3}{4} = \dfrac{15}{4} = 3{,}75$. **DE = 3,75 cm.**

> 💡 **Astuce.** Dans Thalès, les rapports partent tous du sommet commun (ici C) : on compare CD à CB tout entier, pas à DB. Utiliser $\dfrac{3}{1}$ au lieu de $\dfrac{3}{4}$ est l'erreur typique de cette figure.

Exercice 2 – Statistiques et probabilités sur des températures *(20 pts)*

1. Les températures sont dans les cellules B2 à J2. On peut saisir dans la cellule B4 : **=MOYENNE(B2:J2)** (ou =SOMME(B2:J2)/9).

2. La moyenne de la série est d'environ 24 °C. (Pour contrôle : la somme des 9 températures vaut 216,4 et $216{,}4 \div 9 \approx 24{,}04$.)

3. Rangée dans l'ordre croissant, la série s'écrit : 17,4 ; 22,6 ; 23,1 ; 23,4 ; **24** ; 25,2 ; 25,7 ; 26 ; 29. La médiane, 24 °C, est la 5^{e} valeur sur 9. **Interprétation : entre 2010 et 2018, pour au moins la moitié des années, la température maximale à Strasbourg le 25 juin a été inférieure ou égale à 24 °C, et pour au moins la moitié des années, elle a été supérieure ou égale à 24 °C.**

4. Pour la série de 2010 à 2018, la valeur minimale est 17,4 °C et la valeur maximale 29 °C (étendue : $29 - 17{,}4 = 11{,}6$ °C, comme dans le tableur). En ajoutant l'année 2019, l'étendue passe à 18,5 °C : la température de 2019 est donc devenue la nouvelle valeur maximale ou la nouvelle valeur minimale.
– Si c'est la nouvelle valeur maximale : $T - 17{,}4 = 18{,}5$, donc $T = 18{,}5 + 17{,}4 = 35{,}9$ °C.
– Si c'est la nouvelle valeur minimale : $29 - T = 18{,}5$, donc $T = 29 - 18{,}5 = 10{,}5$ °C.
Une température maximale de seulement 10,5 °C un 25 juin est très peu vraisemblable (elle serait bien plus basse que toutes celles du tableau). **La température maximale atteinte à Strasbourg le 25 juin 2019 était de 35,9 °C.**

> ⚠ **Piège.** L'étendue, c'est « valeur maximale − valeur minimale » : la nouvelle valeur ne s'ajoute pas à 29 °C. Pars toujours de la valeur extrême qui ne change pas (ici le minimum 17,4 °C).

5. a. Il y a 9 fiches équiprobables, et une seule porte 26 °C (l'année 2017). **La probabilité est $\frac{1}{9}$.**

5. b. Les températures inférieures ou égales à 24 °C sont 17,4 ; 22,6 ; 23,1 ; 23,4 et 24, soit 5 fiches sur 9. **La probabilité est $\frac{5}{9}$.**

5. c. Les températures supérieures à 25 °C sont 25,2 ; 25,7 ; 26 et 29, soit 4 fiches sur 9. La probabilité est $\frac{4}{9} \approx 0{,}444$, soit environ 44,4 %. Comme $44{,}4\,\% > 40\,\%$, **oui, on a raison : on a environ 44 % de chances, donc plus de 40 %.**

Exercice 3 – Trigonométrie, Pythagore, triangles égaux et agrandissement *(17 pts)*

1. Dans le triangle ONM rectangle en N, pour l'angle $\widehat{MON}$, le côté [MN] est opposé et le côté [ON] adjacent. D'après la **tangente** : $\tan\widehat{MON} = \dfrac{MN}{ON}$, donc $MN = ON \times \tan 32^\circ = 6 \times \tan 32^\circ \approx 3{,}749$. **MN ≈ 3,7 cm (au millimètre près).**

2. Le triangle OPQ est rectangle en P, d'hypoténuse [OQ]. D'après le **théorème de Pythagore** : $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$, donc $OP^2 = OQ^2 - PQ^2 = 6{,}5^2 - 2{,}5^2 = 42{,}25 - 6{,}25 = 36$. Ainsi $OP = \sqrt{36} = 6$. **On a bien OP = 6 cm.**

3. Deux triangles égaux ont leurs trois côtés deux à deux de même longueur. Les triangles ONM et OPQ sont tous deux rectangles et ont un côté de l'angle droit de même longueur (ON = OP = 6 cm). Mais leurs autres côtés de l'angle droit sont différents : $MN \approx 3{,}7$ cm alors que $PQ = 2{,}5$ cm. On peut aussi comparer les hypoténuses : $OM = \dfrac{ON}{\cos 32^\circ} = \dfrac{6}{\cos 32^\circ} \approx 7{,}1$ cm, alors que $OQ = 6{,}5$ cm. **Les triangles ONM et OPQ ne sont donc pas égaux.**

> 💡 **Astuce.** Pour prouver que deux triangles ne sont **pas** égaux, un seul contre-exemple suffit : il suffit de trouver deux côtés correspondants de longueurs différentes. Inutile de tout recalculer.

4. Le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS. Les hypoténuses se correspondent (OQ dans OPQ, rectangle en P ; OS dans ORS, rectangle en R). Le coefficient d'agrandissement est $k = \dfrac{OQ}{OS} = \dfrac{6{,}5}{3{,}25} = 2$: le triangle ORS est donc une réduction de OPQ de rapport $\frac{1}{2}$.

Aire de OPQ (rectangle en P) : $\dfrac{OP \times PQ}{2} = \dfrac{6 \times 2{,}5}{2} = 7{,}5$ cm². Dans une réduction de rapport $\dfrac{1}{2}$, les aires sont multipliées par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$: aire de ORS $= 7{,}5 \times \dfrac{1}{4} = 1{,}875$ cm².
Vérification directe : $OR = \dfrac{6}{2} = 3$ cm et $RS = \dfrac{2{,}5}{2} = 1{,}25$ cm, d'où une aire de $\dfrac{3 \times 1{,}25}{2} = 1{,}875$ cm². **L'aire du triangle ORS est de 1,875 cm².**

Exercice 4 – Pentagone régulier, programmation et transformations *(19 pts)*

1. Le point E appartient à la demi-droite [Dy) : les points D, E et y sont alignés, donc l'angle $\widehat{DEy}$ est un angle plat, de mesure 180°. Or $\widehat{DEy} = \widehat{DEF} + \widehat{FEy}$ et $\widehat{DEF} = 108°$ (angle du pentagone régulier). Donc $\widehat{FEy} = 180° - 108° = 72°$. **L'angle $\widehat{FEy}$ mesure bien 72 degrés.**

2. a. Le pentagone a 5 côtés, et à chaque sommet le lutin doit tourner de l'angle extérieur calculé à la question 1 (72°, et non 108°). Il faut compléter : **« répéter 5 fois »** et **« tourner ↺ de 72 degrés »**. (Vérification : $5 \times 72° = 360°$, le lutin fait un tour complet et revient à son point de départ avec son orientation de départ.)

2. b. Dans les trois programmes, le premier pentagone est tracé à partir du point (0 ; 0), le lutin étant orienté vers la droite ; il revient ensuite à ce point avec la même orientation.
– Camille avance de 120 pas vers la droite (stylo relevé) puis trace le même pentagone : c'est une **translation** ; les deux pentagones sont côte à côte, sans se toucher (copie d'écran 3).
– Lou tourne de 60° puis trace le pentagone : c'est une **rotation** de centre le point de départ et d'angle 60° ; les deux pentagones se chevauchent et ont un sommet commun (copie d'écran 1).
– Zoé tourne de 180° puis trace le pentagone : c'est une **symétrie centrale** de centre le point de départ ; les deux pentagones n'ont qu'un sommet en commun, l'un en haut à droite, l'autre en bas à gauche (copie d'écran 2).

Nom de l'élève	**Numéro de la copie d'écran**	**Nom de la transformation**
Camille	3	Translation
Lou	1	Rotation (d'angle 60°)
Zoé	2	Symétrie centrale

2. c. Sur le modèle des programmes de Camille, Lou et Zoé, on initialise d'abord le tracé, on trace le pentagone de départ (6^{e} instruction), puis on multiplie la longueur des côtés par 1,5 et on trace à nouveau le pentagone depuis le même point et avec la même orientation : on obtient son image par l'homothétie de centre le point de départ et de rapport 1,5.

Instruction	**Ordre d'apparition**
effacer tout	2^{e}
s'orienter à 90	4^{e}
pentagone	6^{e} (donné)
quand le drapeau est cliqué	1re (donné)
mettre longueur à 60	5^{e}
aller à x : 0 y : 0	3^{e}
pentagone	8^{e}
mettre longueur à longueur * 1.5	7^{e}

L'ordre des instructions 2 à 5 (effacer, se placer, s'orienter, fixer la longueur à 60) peut être permuté sans changer le dessin ; l'essentiel est que « mettre longueur à longueur * 1.5 » soit placé entre les deux « pentagone » (7^{e}) et que le second « pentagone » soit la dernière instruction (8^{e}).

Exercice 5 – Vidange d'une piscine : volume d'un cylindre et fonction affine *(23 pts)*

1. Le bassin est un cylindre de rayon $r = 3{,}60$ m et de hauteur $h = 1{,}50$ m. Volume d'un cylindre : $V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3{,}6^2 \times 1{,}5 = \pi \times 12{,}96 \times 1{,}5 = 19{,}44\pi \approx 61{,}07$. **Le volume du bassin, arrondi au dixième, est bien de 61,1 m³.**

2. Le débit de la pompe est de 14,1 m³ par heure : en 2 heures, elle vide $2 \times 14{,}1 = 28{,}2$ m³. Il reste $61{,}1 - 28{,}2 = 32{,}9$ m³. **Au bout de 2 heures, il reste 32,9 m³ d'eau à vider.**

3. a. Une heure compte 60 minutes, donc en une minute la pompe vide $\dfrac{14{,}1}{60} = 0{,}235$ m³. En t minutes, elle vide $0{,}235\,t$ m³ (situation de proportionnalité). Le bassin contenait 61,1 m³ au départ, il reste donc $61{,}1 - 0{,}235\,t$ m³ à vider. **On a bien $V(t) = 61{,}1 - 0{,}235\,t$, avec t en minutes.** (Contrôle : $V(120) = 61{,}1 - 0{,}235 \times 120 = 61{,}1 - 28{,}2 = 32{,}9$, résultat de la question 2.)

3. b. On résout $V(t) = 30$: $61{,}1 - 0{,}235\,t = 30$, donc $0{,}235\,t = 61{,}1 - 30 = 31{,}1$ et $t = \dfrac{31{,}1}{0{,}235} \approx 132{,}3$. Vérification : $V(132) = 61{,}1 - 31{,}02 = 30{,}08 \approx 30$. **Il faut environ 132 minutes (soit 2 h 12 min) pour qu'il reste 30 m³ d'eau à vider.**

> ⚠ **Piège.** Dans la fonction V, le temps t est en **minutes**, alors que le débit de l'énoncé est en m³ par **heure**. Ne mélange pas les deux : 132 min, ce n'est pas 1,32 h.

4. a. Sur le graphique, on part de 40 sur l'axe des ordonnées, on rejoint la droite horizontalement, puis on descend sur l'axe des abscisses : on lit $t \approx 90$ (chaque carreau horizontal vaut 10 minutes). **L'antécédent de 40 par V est environ 90.** Interprétation : au bout d'environ 90 minutes (1 h 30 min) de fonctionnement de la pompe, il reste 40 m³ d'eau à vider dans le bassin. (Le calcul donne $t = \dfrac{61{,}1 - 40}{0{,}235} \approx 89{,}8$, ce qui confirme la lecture.)

4. b. Le bassin est complètement vide lorsque $V(t) = 0$, c'est-à-dire au point où la droite coupe l'axe des abscisses. On lit $t = 260$. **La pompe vide complètement le bassin en 260 minutes environ, soit 4 h 20 min.** (Contrôle : $0{,}235 \times 260 = 61{,}1$, donc $V(260) = 0$.)

Conseils pour le jour J

Ce sujet balaie tout le programme avec beaucoup de petites questions : l'exercice 1 et les questions de lecture (tableur, médiane, graphique) sont des points rapides à prendre en premier. Pour chaque réponse, termine par une phrase avec l'unité (cm, m/s, m³, minutes, °C) : c'est ce qui distingue une réponse complète d'un simple calcul.

L'annexe de l'exercice 4 est à rendre avec ta copie : remplis-la, et n'oublie pas d'y inscrire ton numéro de candidat. Pour le pentagone, l'angle à mettre dans « tourner » est l'angle extérieur (72°), et non l'angle intérieur (108°) : c'est précisément ce que la question 1 te fait démontrer. Enfin, à la question 4 de l'exercice 2, montre que tu as envisagé les deux cas (nouveau maximum ou nouveau minimum) avant de choisir le plus réaliste.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).