Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Polynésie française

QCM : Pythagore, fonction affine, homothétie, ratio et diviseurs, Coût des jeux Olympiques : lecture de graphique, pourcentage, moyenne, Centre aquatique olympique : Pythagore, Thalès, trigonométrie et volume, Probabilités avec deux boîtes et décomposition en facteurs premiers, Résoudre f(x) = g(x) : tableur, Scratch et calcul littéral

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : Pythagore, fonction affine, homothétie, ratio et diviseurs *(20 pts)*

Aucune justification n'est demandée sur la copie ; elles sont données ici pour comprendre.

1. Réponse : ABC est un triangle rectangle en B. Le plus grand côté est [AC]. D'une part $AC^2 = 29^2 = 841$; d'autre part $AB^2 + BC^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$. Comme $AC^2 = AB^2 + BC^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle, et l'angle droit est le sommet opposé au plus grand côté [AC], c'est-à-dire **B**.

2. Réponse : $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$. La droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 1) : l'ordonnée à l'origine vaut 1, ce qui élimine $2x - 2$ et $\dfrac{x}{2} - 2$. Elle passe aussi par le point $(-2\ ;\ 0)$: quand x augmente de 2, y augmente de 1, le coefficient directeur vaut $\dfrac{1}{2}$. Vérification : $\dfrac{-2}{2} + 1 = 0$, alors que $2 \times (-2) + 1 = -3 \neq 0$.

3. Réponse : l'homothétie de centre O et de rapport -2. Le carré n°2 est situé de l'autre côté du point O par rapport au carré n°1 (les points C, O, E sont alignés et O est entre C et E) : le rapport est donc négatif. D'après le codage, $OE = 2 \times OC$, et le carré n°2 est deux fois plus grand que le carré n°1 : le rapport vaut -2. Une symétrie centrale ou une translation conserveraient les longueurs, et une homothétie de rapport 2 placerait l'image du même côté de O.

4. Réponse : 30 cL de jus de fruit de la passion. Le ratio 10 : 6 : 2 correspond à $10 + 6 + 2 = 18$ parts. Une part représente $\dfrac{90}{18} = 5$ cL. Le jus de fruit de la passion représente 6 parts : $6 \times 5 = 30$ cL. Vérification : $50 + 30 + 10 = 90$ cL.

5. Réponse : 24 sacs. Le nombre de sacs doit diviser à la fois 408 et 168 ; le plus grand possible est leur plus grand diviseur commun. Avec les décompositions en facteurs premiers : $408 = 2^3 \times 3 \times 17$ et $168 = 2^3 \times 3 \times 7$, donc le plus grand diviseur commun est $2^3 \times 3 = 24$. Chaque sac contient alors $408 \div 24 = 17$ pommes et $168 \div 24 = 7$ poires (17 et 7 n'ont plus de diviseur commun autre que 1).

Exercice 2 – Coût des jeux Olympiques : lecture de graphique, pourcentage, moyenne *(17 pts)*

1. On lit les coûts réels (barres hachurées) : Barcelone 9,3 ; Atlanta 2,3 ; Sydney 5,5 ; Athènes 10 ; Pékin 31 ; Londres 11 ; Rio de Janeiro 16,5 ; Tokyo 12,1 (en milliards d'euros). Les coûts supérieurs ou égaux à 10 (Athènes, avec exactement 10, compte) sont ceux d'Athènes (10), Pékin (31), Londres (11), Rio de Janeiro (16,5) et Tokyo (12,1). **5 éditions ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros.**

2. Pour Rio de Janeiro 2016, le coût prévisionnel est 9 milliards d'euros et le coût réel 16,5 milliards d'euros. Le pourcentage d'augmentation se calcule par rapport à la valeur de départ (le coût prévisionnel) :
$\dfrac{16{,}5 - 9}{9} \times 100 = \dfrac{7{,}5}{9} \times 100 \approx 83{,}3$.
Vérification : $9 \times 1{,}83 \approx 16{,}5$. **Le coût a augmenté d'environ 83 %.**

3. Le coût réel moyen des 8 éditions est la somme des coûts réels divisée par 8 :
$\dfrac{9{,}3+2{,}3+5{,}5+10+31+11+16{,}5+12{,}1}{8} = \dfrac{97{,}7}{8} = 12{,}212\,5.$
Le coût réel moyen est bien d'environ 12,2 milliards d'euros (arrondi au dixième de milliard).

4. a) Rangeons les 8 coûts réels dans l'ordre croissant : 2,3 ; 5,5 ; 9,3 ; 10 ; 11 ; 12,1 ; 16,5 ; 31. Seules **2 éditions sur 8** (Rio de Janeiro avec 16,5 et Pékin avec 31) ont un coût réel supérieur à 12,2 milliards d'euros, ce qui est loin de la moitié (4 éditions). **L'affirmation est fausse.** Le journaliste confond la moyenne et la **médiane** : c'est la médiane qui partage la série en deux moitiés. Ici, l'effectif est pair, la médiane est la moyenne des 4^{e} et 5^{e} valeurs : $\dfrac{10+11}{2} = 10{,}5$ milliards d'euros. La moyenne (12,2) est tirée vers le haut par la valeur exceptionnelle de Pékin (31 milliards).

> 💡 **Astuce.** La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes, la médiane non. Quand une question parle de « la moitié des valeurs », pense tout de suite à la médiane.

4. b) Entre 1992 et 2024, il y a 9 éditions (les 8 du graphique et Paris 2024). Si leur coût prévisionnel moyen est 5,5 milliards d'euros, la somme des 9 coûts prévisionnels vaut $9 \times 5{,}5 = 49{,}5$ milliards d'euros.
La somme des 8 coûts prévisionnels du graphique vaut : $3{,}5+1{,}8+3+5{,}3+2{,}6+4{,}8+9+13 = 43$ milliards d'euros.
Le coût prévisionnel de Paris 2024 vaut donc $49{,}5 - 43 = 6{,}5$ milliards d'euros. Vérification : $\dfrac{43+6{,}5}{9} = \dfrac{49{,}5}{9} = 5{,}5$. **La journaliste devrait annoncer un coût prévisionnel d'environ 6,5 milliards d'euros.**

Exercice 3 – Centre aquatique olympique : Pythagore, Thalès, trigonométrie et volume *(22 pts)*

1. a) Le triangle ABC est rectangle en C, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
$AB^2 = 15^2 + 27^2 = 225 + 729 = 954$, donc $AB = \sqrt{954} \approx 30{,}89$. **La distance entre Alyssa et le bord de la piscine est d'environ 31 m** (arrondie au mètre).

1. b) Les droites (JH) et (DE) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (FE) (angles droits en H et en E) : or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles. Donc **(JH) // (DE)**.
Les points F, J, D sont alignés, les points F, H, E sont alignés et (JH) // (DE) : d'après le **théorème de Thalès** dans le triangle FDE, $\dfrac{FJ}{FD} = \dfrac{FH}{FE} = \dfrac{JH}{DE}$.
Avec $\dfrac{FJ}{FD} = \dfrac{FH}{FE} : \dfrac{15}{FD} = \dfrac{7}{18}$, donc $FD = \dfrac{15 \times 18}{7} = \dfrac{270}{7} \approx 38{,}57$ m.
Comme J est sur le segment [FD] : $JD = FD - FJ = \dfrac{270}{7} - 15 = \dfrac{165}{7} \approx 23{,}57$ m.
La distance JD est bien de 24 m, arrondie au mètre près.

> ⚠ **Piège.** Le théorème de Thalès donne FD, pas JD : il faut encore retirer FJ = 15 m. Et n'oublie pas de justifier le parallélisme de (JH) et (DE) avant d'écrire les quotients.

1. c) $AB \approx 30{,}9$ m et $JD \approx 23{,}6$ m, donc $JD < AB$. **C'est Jules qui est le plus proche d'un bord de la piscine.**

2. Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté [AC] est opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ et le côté [BC] lui est adjacent.
On utilise la **tangente** : $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{15}{27} = \dfrac{5}{9}$.
À la calculatrice : $\widehat{ABC} = \arctan\left(\dfrac{5}{9}\right) \approx 29{,}1°$. Vérification : $\tan(29{,}1°) \approx 0{,}557 \approx \dfrac{5}{9}$.
Comme $29{,}1° < 35°$, **les gradins Nord respectent la norme de sécurité.**

3. Un panneau a une aire de $1 \times 1{,}7 = 1{,}7$ m². Le nombre de panneaux sur le toit est $\dfrac{4\,678{,}4}{1{,}7} = 2\,752$ (vérification : $2\,752 \times 1{,}7 = 4\,678{,}4$).
Chaque panneau produit environ 350 kWh par an, donc l'ensemble produit $2\,752 \times 350 = 963\,200$ kWh.
Les panneaux du toit produisent bien 963 200 kWh par an. La surface totale du toit (5 000 m²) ne sert pas dans ce calcul.

4. L'eau occupe un pavé droit, dont le volume est $V = L \times \ell \times h$:
$V = 50 \times 25 \times 3 = 3\,750$ m³.
Il faut 9,3 kWh par mètre cube, donc l'énergie nécessaire est $E = 3\,750 \times 9{,}3 = 34\,875$ kWh (vérification : $3\,750 \times 9 = 33\,750$ et $3\,750 \times 0{,}3 = 1\,125$, total 34 875).
Il faut environ 34 875 kWh pour chauffer toute l'eau de la piscine de 18 °C à 26 °C.

Exercice 4 – Probabilités avec deux boîtes et décomposition en facteurs premiers *(18 pts)*

1. Tableau complété (produit du nombre de la 1re boîte par celui de la 2e boîte) :

1er tirage / 2e tirage	**3**	**5**
5	15	25
2	6	10
3	9	15

2. Les boules sont indiscernables au toucher, donc les $3 \times 2 = 6$ issues du tableau sont équiprobables. Le résultat 15 apparaît 2 fois (5×3 et 3×5). La probabilité d'obtenir 15 est $p = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. **La probabilité d'obtenir 15 est $\dfrac{1}{3}$.**

3. Parmi les 6 résultats (15, 25, 6, 10, 9, 15), les multiples de 3 sont 15, 6, 9 et 15, soit 4 résultats ; 25 et 10 ne sont pas des multiples de 3. La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. **L'affirmation est vraie : il y a 2 chances sur 3 d'obtenir un multiple de 3.**

> ⚠ **Piège.** Le résultat 15 figure deux fois dans le tableau : il faut le compter deux fois, car il correspond à deux issues différentes.

4. On décompose les deux résultats en produits de facteurs premiers : $165 = 3 \times 5 \times 11$ et $78 = 2 \times 3 \times 13$.

Les produits possibles des deux premières boules sont 6, 9, 10, 15 et 25 (question 1). Le résultat final est ce produit multiplié par le nombre de la troisième boule.

- Anissa : 165 n'est divisible ni par 6, ni par 9, ni par 10, ni par 25 (il n'est pas pair, $1 + 6 + 5 = 12$ n'est pas divisible par 9, et 165 ne se termine pas par 00, 25, 50 ou 75). Seul 15 convient : $165 \div 15 = 11$. La troisième boîte contient donc une boule numérotée **11** (Anissa a tiré 5 et 3, ou 3 et 5, puis 11).
- Bilel : 78 n'est divisible ni par 9 ($7 + 8 = 15$), ni par 10, ni par 15, ni par 25 (il ne se termine pas par 0 ou 5). Seul 6 convient : $78 \div 6 = 13$. La troisième boîte contient donc une boule numérotée **13** (Bilel a tiré 2, puis 3, puis 13).

Vérification : $5 \times 3 \times 11 = 165$ et $2 \times 3 \times 13 = 78$. **Les boules de la troisième boîte portent les numéros 11 et 13.**

Exercice 5 – Résoudre f(x) = g(x) : tableur, Scratch et calcul littéral *(23 pts)*

Partie A

1. $f(-4) = (-4+2)^2 - (-4) = (-2)^2 + 4 = 4 + 4 = 8$. $f(-4) = 8$**.**

2. On cherche x tel que $g(x) = 3$: $7x + 4 = 3$, donc $7x = 3 - 4 = -1$, d'où $x = -\dfrac{1}{7}$. Vérification : $7 \times \left(-\dfrac{1}{7}\right) + 4 = -1 + 4 = 3$. **Un antécédent de 3 par la fonction** g **est** $-\dfrac{1}{7}$**.**

> ⚠ **Piège.** L'antécédent se cherche en résolvant $g(x) = 3$; calculer $g(3) = 25$ donne l'image de 3, pas son antécédent.

Partie B

1. a) La cellule B1 contient la valeur de x et $g(x) = 7x + 4$. Paul a saisi en B3 la formule **=7*B1+4** (en l'étirant vers la droite, B1 devient C1, D1, etc.). Vérification : $7 \times (-3) + 4 = -17$, c'est bien la valeur affichée en B3.

1. b) On compare les lignes 2 et 3 : les images par f et par g ne sont égales que dans la colonne E, pour $x = 0$ ($f(0) = g(0) = 4$). **Avec cette méthode, Paul trouve une seule solution :** $x = 0$**.**

2. a) La ligne 4 doit calculer g(réponse) $= 7 \times$ réponse $+ 4$. Il faut écrire **7** dans la première case vide et **4** dans la seconde : « mettre image par g à (7) * (réponse) + (4) ».

2. b) Avec 0 : la ligne 3 donne image par f $= (0+2) \times (0+2) - 0 = 4$; la ligne 4 donne image par g $= 7 \times 0 + 4 = 4$. Les deux images sont égales, la condition de la ligne 5 est vraie : **le programme dit « Le nombre choisi est une solution de l'équation f(x)=g(x) » pendant 2 secondes.**

2. c) On en déduit que **0 est une solution de l'équation** $f(x) = g(x)$**.**

3. a) Pour tout nombre x :
$f(x) = g(x)$
$(x+2)^2 - x = 7x + 4$
$x^2 + 4x + 4 - x = 7x + 4$ (identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$)
$x^2 + 3x + 4 = 7x + 4$
$x^2 + 3x + 4 - 7x - 4 = 0$
$x^2 - 4x = 0$.
L'équation $f(x) = g(x)$ **se ramène bien à l'équation** $x^2 - 4x = 0$**.**

3. b) Le facteur commun est x : $x^2 - 4x = x(x-4)$. Vérification en développant : $x \times x - x \times 4 = x^2 - 4x$.

3. c) L'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à $x(x-4) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul (**équation produit nul**) : $x = 0$ ou $x - 4 = 0$, c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = 4$.
Vérification pour 4 : $f(4) = 6^2 - 4 = 32$ et $g(4) = 7 \times 4 + 4 = 32$.
L'équation $f(x) = g(x)$ **a deux solutions : 0 et 4.**

> 💡 **Astuce.** Pour une équation du second degré au collège, le réflexe est : tout passer d'un côté, factoriser, puis appliquer la règle du produit nul. Ne divise jamais les deux membres par x : tu perdrais la solution 0.

4.

- **Paul n'a pas résolu l'équation** : il n'a testé que les nombres entiers de -3 à 3. Il trouve la solution 0 mais manque la solution 4, qui n'est pas dans son tableau, et il ne peut pas savoir s'il existe d'autres solutions (non entières, ou en dehors de ses valeurs).
- **Jane n'a pas résolu l'équation** non plus : elle teste les entiers de -5 à 3 ; son programme ne répond « solution » que pour 0, et la solution 4 lui échappe. Tester des valeurs une à une ne permet pas de trouver toutes les solutions.

- **Morgane a résolu l'équation** : sa méthode par le calcul transforme l'équation en une équation équivalente qu'elle résout complètement ; elle obtient toutes les solutions, 0 et 4, et prouve qu'il n'y en a pas d'autre.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long mais sans piège théorique : l'essentiel des points se joue sur la rédaction et la lecture attentive des documents. À l'exercice 3, écris toujours le nom du théorème (Pythagore, Thalès, tangente) et la condition qui permet de l'appliquer (triangle rectangle, droites parallèles justifiées, points alignés) ; à la question 1. b), c'est la justification du parallélisme de (JH) et (DE) par les deux angles droits qui fait la différence. Pense aussi à rendre l'annexe (tableau de l'exercice 4 et programme de l'exercice 5) avec ta copie.

À l'exercice 2, relis le graphique deux fois avant de calculer : une valeur mal recopiée fausse la moyenne et la question 4. b). Pour un pourcentage d'évolution, divise toujours par la valeur de **départ** (le coût prévisionnel). Enfin, à l'exercice 5, la question 4 attend une vraie explication : tester quelques valeurs ne prouve pas qu'on a trouvé toutes les solutions, seul le calcul algébrique le garantit. Le QCM de l'exercice 1 ne demande aucune justification : fais les calculs au brouillon, mais ne perds pas de temps à les rédiger.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).