Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane (remplacement)

Vrai ou faux : nombres premiers, probabilités, équation, volume, vitesse, Thalès, aire et Pythagore dans un champ de blé, Statistiques, pourcentage et trigonométrie : des panneaux solaires, Fonction, tableur et factorisation, Losange, angles et programmes Scratch

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : nombres premiers, probabilités, équation, volume, vitesse *(20 pts)*

1. Affirmation 1 : FAUSSE. Le produit $4 \times 5 \times 13$ vaut bien 260, mais ce n'est pas une décomposition en produit de facteurs **premiers** : 4 n'est pas un nombre premier, car $4 = 2 \times 2$ (il a trois diviseurs : 1, 2 et 4). On décompose : $260 = 2 \times 130 = 2 \times 2 \times 65 = 2 \times 2 \times 5 \times 13$. **La décomposition de 260 en produit de facteurs premiers est $2^2 \times 5 \times 13$; l'affirmation est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Vérifier que le produit « tombe juste » ne suffit pas : dans une décomposition en facteurs premiers, chaque facteur doit être premier. Contrôle facteur par facteur (2, 3, 5, 7, 11, 13…).

2. Affirmation 2 : FAUSSE. Première urne : $3 + 4 + 8 = 15$ boules équiprobables, dont 8 rouges : $p(\text{rouge}) = \dfrac{8}{15}$.
Seconde urne : $1 + 1 + 3 = 5$ boules équiprobables, dont 3 marquées C : $p(\text{C}) = \dfrac{3}{5} = \dfrac{9}{15}$.
Comme $\dfrac{8}{15} < \dfrac{9}{15}$ (soit environ 0,53 contre 0,6), **la probabilité d'obtenir une boule rouge est inférieure à celle d'obtenir la lettre C : l'affirmation est fausse.**

3. Affirmation 3 : VRAIE. On résout l'équation : $7x + 5 = 2x - 2$, donc $7x - 2x = -2 - 5$, soit $5x = -7$, d'où $x = \dfrac{-7}{5} = -1{,}4$.
Vérification : $7 \times (-1{,}4) + 5 = -9{,}8 + 5 = -4{,}8$ et $2 \times (-1{,}4) - 2 = -2{,}8 - 2 = -4{,}8$: les deux membres sont égaux. **La solution de l'équation est bien $-1{,}4$.**

4. Affirmation 4 : VRAIE. Les 10 pièces empilées forment un cylindre de même diamètre, 1,9 cm, donc de rayon $R = 1{,}9 \div 2 = 0{,}95$ cm, et de hauteur $h = 10 \times 0{,}2 = 2$ cm.
$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 0{,}95^2 \times 2 = \pi \times 0{,}9025 \times 2 = 1{,}805\pi \approx 5{,}67$ cm³.
Arrondi à l'unité, le volume est bien de 6 cm³ : l'affirmation est vraie.

> ⚠ **Piège.** La formule utilise le **rayon**, pas le diamètre : avec 1,9 au lieu de 0,95, on trouverait environ 22,7 cm³, quatre fois trop.

5. Affirmation 5 : VRAIE. On convertit la vitesse de l'éléphant en km/h. En 1 s, il parcourt 5 m ; en 1 h, soit 3 600 s, il parcourt $5 \times 3\,600 = 18\,000$ m, c'est-à-dire 18 km. Sa vitesse est donc de 18 km/h.
Autre méthode : $17 \text{ km/h} = \dfrac{17\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} \approx 4{,}72$ m/s, ce qui est inférieur à 5 m/s.
Comme 18 km/h > 17 km/h, l'éléphant est plus rapide que le cochon : l'affirmation est vraie.

Exercice 2 – Thalès, aire et Pythagore dans un champ de blé *(20 pts)*

1. a. À chaque passage, la moissonneuse batteuse coupe une bande de 12 m de large parallèle à (AB). Les codages de la figure montrent que [BG] est formé de 5 segments de même longueur que [BE], un par passage. Après 5 passages : $BG = 5 \times 12 = 60$. **On a bien BG = 60 m.**

1. b. Le point G appartient au segment [BC], donc $CG = BC - BG = 150 - 60 = 90$. **On a bien CG = 90 m.**

2. Les droites (AB) et (GF) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (BC) (angles droits codés en B et en G). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles : **(GF) // (AB)**.
Dans le triangle CAB, les points C, G, B sont alignés, les points C, F, A sont alignés et (GF) // (AB). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CG}{CB} = \dfrac{CF}{CA} = \dfrac{GF}{BA}$.
Donc $\dfrac{90}{150} = \dfrac{GF}{200}$, d'où $GF = \dfrac{90 \times 200}{150} = \dfrac{18\,000}{150} = 120$.
La longueur GF est de 120 m.

> 💡 **Astuce.** Le parallélisme n'est pas donné : il faut le démontrer avant d'utiliser Thalès. La phrase « deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles » rapporte des points à elle seule.

3. a. Le triangle CGF est rectangle en G : ses côtés de l'angle droit sont [CG] et [GF]. Son aire est $\mathcal{A} = \dfrac{CG \times GF}{2} = \dfrac{90 \times 120}{2} = \dfrac{10\,800}{2} = 5\,400$. **L'aire du triangle CGF est bien de 5 400 m².**
Contrôle : l'aire du champ ABC est $\dfrac{200 \times 150}{2} = 15\,000$ m², et $15\,000 - 5\,400 = 9\,600$ m², ce qui est bien l'aire du quadrilatère ABGF donnée à la question suivante.

3. b. Le temps de travail est proportionnel à la surface moissonnée. En 80 minutes, la moissonneuse traite 9 600 m², soit $9\,600 \div 80 = 120$ m² par minute. Pour 5 400 m² : $t = \dfrac{5\,400}{120} = 45$ min.
Vérification par le produit en croix : $t = \dfrac{5\,400 \times 80}{9\,600} = \dfrac{432\,000}{9\,600} = 45$.
Il faut 45 minutes pour moissonner la partie restante CGF.

4. La clôture fait le tour du champ : il faut calculer le périmètre du triangle ABC, donc d'abord la longueur AC.
Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 200^2 + 150^2 = 40\,000 + 22\,500 = 62\,500$, d'où $AC = \sqrt{62\,500} = 250$ m.
Périmètre : $AB + BC + AC = 200 + 150 + 250 = 600$ m.
L'agriculteur doit acheter 600 m de clôture.

Exercice 3 – Statistiques, pourcentage et trigonométrie : des panneaux solaires *(20 pts)*

1. a. La plus grande valeur du tableau est 405 kWh. **La production a été la plus grande le samedi (405 kWh).**

1. b. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série. La plus petite production est 322 kWh (mercredi) : $405 - 322 = 83$. **L'étendue est de 83 kWh.**

1. c. La moyenne est la somme des productions divisée par le nombre de jours :
$\dfrac{381 + 363 + 322 + 329 + 393 + 405 + 376}{7} = \dfrac{2\,569}{7} = 367$.
Vérification : $367 \times 7 = 2\,569$. **La production moyenne est de 367 kWh par jour.**

2. Production totale sur les 7 jours : 2 569 kWh (question 1. c).
Quantité revendue : 15 % de 2 569, soit $2\,569 \times \dfrac{15}{100} = 385{,}35$ kWh.
8 centimes = 0,08 €, donc le gain est $385{,}35 \times 0{,}08 = 30{,}828$ €.
Vérification en un seul calcul : $2\,569 \times 0{,}15 \times 0{,}08 = 2\,569 \times 0{,}012 = 30{,}828$.
L'entreprise a gagné environ 30,83 € pendant ces 7 jours.

> ⚠ **Piège.** Le tarif est en **centimes** : convertis 8 centimes en 0,08 € avant de multiplier, sinon tu trouves 3 082,80, un résultat cent fois trop grand.

3. Sur le schéma, le triangle OLV est rectangle en V, avec OL = 13,5 m (le pan du toit, hypoténuse) et OV = 7 m. Le côté [OV] est **opposé** à l'angle $\widehat{OLV}$ et [OL] est l'hypoténuse : on utilise le **sinus**.
$\sin\widehat{OLV} = \dfrac{OV}{OL} = \dfrac{7}{13{,}5} \approx 0{,}519$.
À la calculatrice : $\widehat{OLV} = \arcsin\left(\dfrac{7}{13{,}5}\right) \approx 31{,}2°$.
Contrôle : $\sin 30° = 0{,}5$ et $\sin 35° \approx 0{,}574$; la valeur 0,519 est bien comprise entre les deux.
La pente du toit mesure environ 31,2°, comprise entre 30° et 35° : les panneaux solaires ont une production maximale.

Exercice 4 – Fonction, tableur et factorisation *(20 pts)*

1. On remplace x par 6 : $f(6) = 6^2 + 10 \times 6 + 16 = 36 + 60 + 16 = 112$. **L'image de 6 par la fonction f est bien 112.**

2. a. La formule saisie en B2 doit calculer l'image du nombre écrit juste au-dessus, en B1, et s'adapter quand on l'étire vers la droite (B1 devient C1, D1…). **La formule saisie est =B1*B1+10*B1+16.**
Les autres ne conviennent pas : =A1*A1+10*A1+16 utilise la cellule A1, qui contient le texte « x » ; =(-4)*(-4)+10*(-4)+16 ne contient que des nombres et donnerait -8 dans toutes les cellules une fois étirée ; =x*x+10*x+16 n'est pas une formule valide, car « x » n'est pas une référence de cellule.

2. b. Dans le tableau, la cellule D2 contient 0 et la cellule D1 contient -2 : $f(-2) = 0$. Vérification : $(-2)^2 + 10 \times (-2) + 16 = 4 - 20 + 16 = 0$. **$-2$ est un antécédent de 0 par la fonction f.**

3. a. On développe par double distributivité : $(x+2)(x+8) = x \times x + x \times 8 + 2 \times x + 2 \times 8 = x^2 + 8x + 2x + 16 = x^2 + 10x + 16$. On retrouve l'expression de $f(x)$. **Donc, pour tout nombre x, $f(x) = (x+2)(x+8)$.**

3. b. On cherche les nombres x tels que $f(x) = 0$, c'est-à-dire $(x+2)(x+8) = 0$. Or, **un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul** : $x + 2 = 0$ ou $x + 8 = 0$, soit $x = -2$ ou $x = -8$. La solution -2 a déjà été trouvée à la question 2. b.
Vérification : $f(-8) = (-8)^2 + 10 \times (-8) + 16 = 64 - 80 + 16 = 0$. **Un autre antécédent de 0 par f est -8.**

> 💡 **Astuce.** Le tableau ne montre que les entiers de -4 à 4 : il ne peut pas révéler l'antécédent -8. C'est tout l'intérêt de la forme factorisée, qui donne d'un coup toutes les solutions de $f(x) = 0$.

Exercice 5 – Losange, angles et programmes Scratch *(20 pts)*

1. a. Construction en vraie grandeur (côté 5 cm) :
– tracer le segment [BC] de longueur 5 cm ;
– avec le compas ouvert à 5 cm, tracer un arc de centre B et un arc de centre C : leur point d'intersection situé au-dessus de [BC] est le point A (le triangle ABC est équilatéral) ;
– toujours avec une ouverture de 5 cm, tracer un arc de centre A et un arc de centre C, de l'autre côté de la droite (AC) par rapport à B : leur intersection est le point D (le triangle ACD est équilatéral) ;
– tracer les segments [AB], [AC], [CD] et [AD], et coder les côtés égaux.

1. b. Les triangles ABC et ACD sont équilatéraux de côté 5 cm, donc $AB = BC = CD = DA = 5$ cm. Un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur est un losange. **ABCD est un losange.**

1. c. Dans un triangle équilatéral, les trois angles mesurent 60° (leur somme vaut 180° et ils sont égaux : $180 \div 3 = 60$). Donc $\widehat{BCA} = 60°$ (triangle ABC) et $\widehat{ACD} = 60°$ (triangle ACD). Les points B et D sont de

part et d'autre de la droite (AC), donc les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ACD}$ sont adjacents : $\widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = 60° + 60° = 120°$. **L'angle $\widehat{BCD}$ mesure bien $120°$.**

2. Chaque côté mesure 5 cm, soit $5 \times 10 = 50$ pas. Le lutin part du sommet en bas à gauche en direction de la droite, trace le côté du bas (ligne 3), puis tourne de $60°$ (ligne 4) : l'angle intérieur du losange à ce sommet vaut $120°$, et $180° - 120° = 60°$. Il trace alors le côté oblique (ligne 5). Au sommet suivant, l'angle intérieur vaut $60°$: il faut tourner de $180° - 60° = 120°$ (ligne 6). La boucle « répéter 2 fois » trace ensuite les deux autres côtés ; au total, le lutin a tourné de $2 \times (60° + 120°) = 360°$ et revient au point de départ dans sa direction initiale.
Ligne 5 : « avancer de 50 pas » ; ligne 6 : « tourner ↺ de 120 degrés ».

> 💡 **Astuce.** Dans Scratch, l'angle à indiquer dans « tourner » n'est pas l'angle intérieur de la figure mais son supplémentaire : $180° -$ angle intérieur. Contrôle final : la somme des rotations d'un polygone parcouru une fois vaut $360°$.

3. Le bloc Motif ramène le lutin à son point de départ, dans sa direction de départ.
– **Programme A** : après chaque losange, le lutin tourne de $72°$ sans se déplacer ($5 \times 72° = 360°$). Les 5 losanges ont donc tous le même sommet de départ et forment une rosace dont tous les losanges se touchent au centre : c'est la figure 2.
– **Programme B** : après chaque losange, le lutin tourne de $72°$ puis avance de 25 pas : les losanges sont tournés les uns par rapport aux autres mais décalés, ils ne partent pas tous du même point ; il reste un espace au centre : c'est la figure 3.
– **Programme C** : il n'y a aucune rotation ; le lutin avance de 25 pas (la moitié d'un côté) après chaque losange. Les 5 losanges sont identiques, orientés de la même façon et décalés horizontalement, ils se chevauchent en ligne : c'est la figure 1.
Le programme A permet de tracer la figure 2. Le programme B permet de tracer la figure 3. Le programme C permet de tracer la figure 1.

Conseils pour le jour J

Ce sujet de 5 exercices à 20 points chacun est très accessible : l'objectif est de ne perdre aucun point sur les justifications. Au vrai/faux, chaque réponse « vrai » ou « faux » sans calcul ne vaut rien : pose le calcul, et pour une affirmation fausse, montre pourquoi (4 n'est pas premier, $\frac{8}{15} < \frac{9}{15}$). Attention aux conversions : rayon et non diamètre pour le cylindre, m/s en km/h (multiplier par 3,6), centimes en euros.

À l'exercice 2, démontre le parallélisme de (GF) et (AB) avant d'appliquer Thalès et nomme les théorèmes utilisés ; à l'exercice 3, choisis la bonne formule de trigonométrie : l'hypoténuse (13,5 m) et le côté opposé (7 m) sont connus, c'est donc le sinus. Conclus toujours par une phrase qui répond à la question posée (« les panneaux ont une production maximale », « il faut 600 m de clôture »).

L'exercice 5 demande du temps de construction : trace le losange au compas, proprement, en laissant les traits de construction. Pour Scratch, retiens que l'angle de rotation est le supplémentaire de l'angle intérieur, et pour associer programmes et figures, repère ce qui les distingue : rotation seule (A), rotation et déplacement (B), déplacement seul (C).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).