Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane

Probabilités à la roulette de casino, Comparaison de deux programmes de calcul, Cercle, triangle rectangle et aires, QCM : fonctions, translation, statistiques et trigonométrie, Répartition en lots et volume d'une piscine

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités à la roulette de casino *(20 pts)*

1. La roue comporte les numéros de 0 à 36, soit 37 numéros, et la bille a la même probabilité de s'arrêter sur chacun d'eux : il y a équiprobabilité. Le numéro 7 est une issue parmi 37 issues équiprobables, donc **la probabilité que la bille s'arrête sur le 7 est $\frac{1}{37}$.**

2. En lisant la roue, les cases noires portant un numéro pair sont : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28, soit 10 cases sur 37. **La probabilité d'obtenir une case noire et paire est $\frac{10}{37}$.**

3. a) Les numéros inférieurs ou égaux à 6 sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 (attention au 0 !), soit 7 numéros. **La probabilité est $\frac{7}{37}$.**

3. b) L'événement « obtenir un numéro supérieur ou égal à 7 » est l'événement contraire de « obtenir un numéro inférieur ou égal à 6 ». La somme des probabilités de deux événements contraires vaut 1 : $p = 1 - \frac{7}{37} = \frac{37}{37} - \frac{7}{37} = \frac{30}{37}$. **La probabilité est $\frac{30}{37}$.**

3. c) On compare $\frac{30}{37}$ et $\frac{3}{4}$: $\frac{30}{37} \approx 0{,}81$ et $\frac{3}{4} = 0{,}75$. (On peut aussi comparer les produits en croix : $30 \times 4 = 120$ et $3 \times 37 = 111$, et $120 > 111$.) Comme $\frac{30}{37} > \frac{3}{4}$, **le joueur a raison : on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7.**

Exercice 2 – Comparaison de deux programmes de calcul *(20 pts)*

1. a) Programme A avec 5 : le carré de 5 est $5^2 = 25$; $25 \times 2 = 50$; on ajoute le double de 5, soit 10 : $50 + 10 = 60$; on soustrait 4 : $60 - 4 = 56$. **On obtient bien 56.**

1. b) Programme B avec -9 : Résultat 1 $= -9 + 2 = -7$; Résultat 2 $= -9 - 1 = -10$; le programme affiche le produit Résultat 1 $\times$ Résultat 2 $= (-7) \times (-10) = 70$. **On obtient 70.**

2. a) Avec x comme nombre choisi, Résultat 1 vaut $x + 2$ et Résultat 2 vaut $x - 1$; le programme B affiche leur produit. **L'expression qui convient est $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$.** ($E_1$ est une différence et non un produit ; dans E_3, la multiplication porte seulement sur $2 \times x$ à cause des priorités.)

2. b) Programme A avec x : le carré de x est x^2 ; multiplié par 2 : $2x^2$; on ajoute le double de x : $2x^2 + 2x$; on soustrait 4 : **$A = 2x^2 + 2x - 4$.**

3. On développe le résultat du programme B par double distributivité :
$(x + 2)(x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$.
Son double est $2 \times (x^2 + x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$, ce qui est exactement le résultat du programme A. **Quel que soit le nombre de départ, le résultat du programme A est le double du résultat du programme B.**
(Vérification avec 5 : programme B $= 7 \times 4 = 28$ et $2 \times 28 = 56$, conforme à la question 1. a.)

Exercice 3 – Cercle, triangle rectangle et aires *(22 pts)*

1. [AB] est un diamètre du cercle de rayon 4,5 cm. Un diamètre mesure le double du rayon : $AB = 2 \times 4{,}5 = 9$. **Le diamètre [AB] mesure 9 cm.**

2. Le point D appartient au cercle de diamètre [AB]. **Si un triangle est inscrit dans un cercle et qu'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.** Le triangle ABD est inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$ et [AB] est un diamètre, donc **ABD est rectangle en D.**
On peut aussi le démontrer avec la **réciproque du théorème de Pythagore** : $AB^2 = 9^2 = 81$ et $BD^2 + DA^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2 = 29{,}16 + 51{,}84 = 81$. Comme $AB^2 = BD^2 + DA^2$, le triangle ABD est rectangle en D.

3. Les points B, E, A sont alignés, les points D, F, A sont alignés, les droites (BE) et (DF) sont sécantes en A et (EF) // (BD). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AD} = \dfrac{EF}{BD}$, soit $\dfrac{2{,}7}{9} = \dfrac{AF}{7{,}2}$.
D'où $AF = \dfrac{2{,}7 \times 7{,}2}{9} = \dfrac{19{,}44}{9} = 2{,}16$. **AF = 2,16 cm.**

4. a) Le triangle ABD est rectangle en D, donc ses côtés [BD] et [DA] sont perpendiculaires : l'un est une base, l'autre la hauteur correspondante. Aire $= \dfrac{BD \times DA}{2} = \dfrac{5{,}4 \times 7{,}2}{2} = \dfrac{38{,}88}{2} = 19{,}44$. **L'aire du triangle ABD est bien 19,44 cm².**

4. b) Aire du disque $= \pi \times R^2 = \pi \times 4{,}5^2 = 20{,}25\pi \approx 63{,}617$. **L'aire du disque est d'environ 63,62 cm² (arrondie au centième).**

5. On calcule le quotient $\dfrac{\text{aire du triangle}}{\text{aire du disque}} = \dfrac{19{,}44}{20{,}25\pi} \approx 0{,}306$. **L'aire du triangle ABD représente environ 30,6 % de l'aire du disque** (environ 31 %).

Exercice 4 – QCM : fonctions, translation, statistiques et trigonométrie *(18 pts)*

Question 1 : réponse A (-14). L'image de -4 est $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$.

Question 2 : réponse A (-125). $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times (-5) = -125$ (un nombre négatif élevé à une puissance impaire reste négatif).

Question 3 : réponse B (E). Sur le quadrillage, pour aller de C à A, on se déplace d'un carreau vers la gauche et d'un carreau vers le bas. En appliquant le même déplacement au point J (un carreau à gauche, un carreau en bas), on arrive sur le point E.

Question 4 : réponse C (0). Un antécédent de 3 est un nombre x tel que $f(x) = 3$. Sur le graphique, la droite $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(0\ ;\ 3)$: elle atteint l'ordonnée 3 pour l'abscisse 0. L'antécédent de 3 est donc 0.

Question 5 : réponse B (1,67). On range les 7 tailles dans l'ordre croissant : 1,46 ; 1,6 ; 1,65 ; 1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75. L'effectif est impair, la médiane est la 4^{e} valeur (3 avant, 3 après) : 1,67 m.

Question 6 : réponse A (0,8). Dans le triangle ABC rectangle en A, $\cos\alpha = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$.

Exercice 5 – Répartition en lots et volume d'une piscine *(20 pts)*

Partie A

1. Pour faire 15 sachets identiques en utilisant tout, 15 doit diviser à la fois 330 et 132. Or $330 \div 15 = 22$ mais $132 \div 15 = 8{,}8$, qui n'est pas un nombre entier : 15 ne divise pas 132. **Il est donc impossible de faire 15 sachets.**

2. a) $330 = 2 \times 165 = 2 \times 3 \times 55 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et $132 = 2 \times 66 = 2 \times 2 \times 33 = 2^2 \times 3 \times 11$.
$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ **et** $132 = 2^2 \times 3 \times 11$**.**

2. b) Le nombre de sachets doit être un diviseur commun de 330 et 132 ; le plus grand possible est leur PGCD. D'après les décompositions, les facteurs premiers communs (avec leur plus petit exposant) sont 2, 3 et 11 : $\text{PGCD}(330\ ;\ 132) = 2 \times 3 \times 11 = 66$. **La présidente pourra réaliser au maximum 66 sachets.**

2. c) $330 \div 66 = 5$ et $132 \div 66 = 2$. **Chaque sachet contiendra 5 autocollants et 2 drapeaux.**

Partie B

Volume du pavé droit : $V = L \times l \times h = 25 \times 15 \times 2 = 750$ m³.
La piscine est remplie aux $\dfrac{9}{10}$: volume d'eau $= \dfrac{9}{10} \times 750 = 675$ m³.
Coût : $675 \times 4{,}14 = 2\,794{,}50$ €. **Le remplissage de la piscine coûte 2 794,50 €.**

Conseils pour le jour J

Sujet abordable où l'on perd surtout des points par étourderie. À l'exercice 1, n'oublie pas le 0 : il y a 37 numéros et 7 numéros de 0 à 6, pas 6 ; et pour la question 2, compte patiemment sur la roue, sans te fier à ta mémoire. À l'exercice 3, la question 2 attend le nom d'une propriété (triangle inscrit dans un cercle de diamètre [AB], ou réciproque de Pythagore avec les trois carrés calculés) : un simple « on voit que » ne rapporte rien. Pour Thalès, écris d'abord les trois rapports égaux, puis isole AF. À l'exercice 5, rédige la décomposition en facteurs premiers proprement et conclus avec le mot PGCD ; la partie B est un calcul en trois lignes (volume, neuf dixièmes, prix), écris les unités. Le QCM ne demande aucune justification : fais-le en 10 minutes et garde le temps pour relire les calculs des exercices 2 et 3.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).