Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Asie

QCM : nombre premier, patron, factorisation, ratio, médiane, Vrai ou faux : vue de droite, Thalès, probabilités, Pythagore, trigonométrie et secteur de disque, Location de voiture : budget et fonctions affines, Scratch : losanges, bloc personnalisé et variable

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : nombre premier, patron, factorisation, ratio, médiane *(20 pts)*

Aucune justification n'est demandée sur la copie ; les explications ci-dessous servent à comprendre la bonne réponse.

Question 1 : réponse C (37). 37 n'est divisible que par 1 et par lui-même (il n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, et $7^2 = 49 > 37$). Les autres ne sont pas premiers : 1 n'a qu'un seul diviseur, $21 = 3 \times 7$ et $54 = 2 \times 27$.

Question 2 : réponse B (150 cm²). Le patron d'un cube est formé de 6 faces carrées de 5 cm de côté : $6 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150$ cm² (125 cm³ est le volume du cube, piège classique).

Question 3 : réponse B ($(2x-3)(2x+3)$). On reconnaît une différence de deux carrés : $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x-3)(2x+3)$, d'après l'identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Vérification en développant : $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 + 6x - 6x - 9 = 4x^2 - 9$.

Question 4 : réponse A (62 cm). Le ratio 16 : 9 signifie que $\dfrac{\text{largeur}}{\text{longueur}} = \dfrac{9}{16}$. Largeur $= 110 \times \dfrac{9}{16} = \dfrac{990}{16} = 61{,}875$ cm, soit environ 62 cm.

Question 5 : réponse B (4,1). On range les 5 valeurs dans l'ordre croissant : 3,4 ; 3,67 ; **4,1** ; 4,23 ; 4,5. L'effectif est impair, la médiane est la valeur du milieu, la 3e. (3,98 est la moyenne : $\dfrac{19{,}9}{5} = 3{,}98$.)

> ⚠ **Piège.** Pour la médiane, il faut **d'abord ranger** la série : la valeur du milieu de la liste non rangée (4,23) n'est pas la médiane.

Exercice 2 – Vrai ou faux : vue de droite, Thalès, probabilités *(18 pts)*

Remarque : l'énoncé annonce « quatre affirmations », mais le sujet n'en comporte que trois.

1. Affirmation n°1 : FAUSSE. L'assemblage comprend, sur la rangée avant, une colonne de deux cubes à gauche et un cube à droite, puis un quatrième cube placé derrière le cube de droite. Vu de droite, on voit la profondeur (deux cubes) et la hauteur (deux cubes) : en bas, deux carrés côte à côte (la rangée avant et le cube placé derrière), et au-dessus, un carré correspondant au cube du haut de la colonne de gauche, qui dépasse en hauteur. **La vue de droite est donc formée de trois carrés disposés en « L »** (deux carrés en bas et un carré au-dessus de celui qui correspond à l'avant), et non de deux carrés côte à côte.

2. Affirmation n°2 : FAUSSE. Le codage indique que N est le milieu de [OS] : $SN = ON = 6$ cm et $SO = 12$ cm. Les points S, U, D sont alignés dans cet ordre : $SD = SU + UD = 5 + 6 = 11$ cm.
Les points S, N, O et S, U, D sont alignés dans le même ordre. On compare : $\dfrac{SN}{SO} = \dfrac{6}{12} = 0{,}5$ et $\dfrac{SU}{SD} = \dfrac{5}{11} \approx 0{,}45$.
Les quotients $\dfrac{SN}{SO}$ et $\dfrac{SU}{SD}$ ne sont pas égaux (produits en croix : $6 \times 11 = 66$ et $12 \times 5 = 60$). Si les droites étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait des quotients égaux : d'après la **contraposée du théorème de Thalès**, **les droites (NU) et (OD) ne sont pas parallèles.**

> 💡 **Astuce.** Pour comparer deux quotients sans arrondi, utilise les produits en croix : $\frac{6}{12} = \frac{5}{11}$ équivaudrait à $6 \times 11 = 12 \times 5$, ce qui est faux ($66 \neq 60$). La comparaison est ainsi exacte.

3. Affirmation n°3 : VRAIE. Urne : 10 boules équiprobables, dont 6 bleues : $p(\text{bleue}) = \frac{6}{10} = 0{,}6$. Dé non truqué : 3 faces paires (2, 4, 6) sur 6 : $p(\text{pair}) = \frac{3}{6} = 0{,}5$. Comme $0{,}6 > 0{,}5$, **la probabilité d'obtenir une boule bleue est bien supérieure à celle d'obtenir un nombre pair.**

Exercice 3 – Pythagore, trigonométrie et secteur de disque *(20 pts)*

1. Les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires en C, donc le triangle BCG est rectangle en C, d'hypoténuse [BG]. D'après le **théorème de Pythagore** : $BG^2 = BC^2 + CG^2$, donc $BC^2 = BG^2 - CG^2 = 20^2 - 10^2 = 400 - 100 = 300$.
$BC = \sqrt{300} \approx 17{,}32$. **BC mesure environ 17,3 cm.**

2. C est le milieu de [AB] (AC = CB), donc $AB = 2 \times BC = 2\sqrt{300} \approx 34{,}64$ cm. Dans le triangle BAG, la hauteur issue de G est [GC], car (GC) est perpendiculaire à (AB).
Aire $= \dfrac{AB \times CG}{2} = \dfrac{2\sqrt{300} \times 10}{2} = 10\sqrt{300} \approx 173{,}2$ cm². **L'aire du triangle BAG est d'environ 173 cm²** (arrondie à l'unité).

> ⚠ **Piège.** Garde la valeur exacte $\sqrt{300}$ (ou la mémoire de la calculatrice) plutôt que 17,3 : avec $2 \times 17{,}3 \times 10 \div 2 = 173$ tu tombes juste ici, mais arrondir en cours de calcul fait souvent perdre la précision demandée.

3. a) Dans le triangle BCG rectangle en C, pour l'angle $\widehat{CGB}$, [CG] est le côté adjacent et [BG] l'hypoténuse. On utilise le **cosinus** : $\cos\widehat{CGB} = \dfrac{CG}{BG} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$. Or l'angle aigu dont le cosinus vaut exactement 0,5 est $60°$. **L'angle $\widehat{CGB}$ mesure exactement $60°$.**

3. b) La droite (GC) est perpendiculaire à [AB] et passe par son milieu C : c'est la médiatrice de [AB]. Le triangle AGB est donc symétrique par rapport à (GC) (on a d'ailleurs $GA = GB = 20$ cm), et $\widehat{AGC} = \widehat{CGB} = 60°$. Ainsi $\widehat{AGB} = \widehat{AGC} + \widehat{CGB} = 60° + 60°$. **L'angle $\widehat{AGB}$ mesure $120°$.**

4. L'arc qui relie A à B a pour centre G et passe par B, donc son rayon est $GB = 20$ cm (et $GA = GB$). Chaque pièce est donc un **secteur angulaire** (une « part ») du disque de centre G et de rayon 20 cm, limité par les rayons [GA] et [GB] et d'angle $\widehat{AGB} = 120°$. En plaçant les trois pièces identiques côte à côte autour de leur sommet G, les angles s'ajoutent : $3 \times 120° = 360°$, soit un tour complet. **Les trois pièces forment exactement un disque complet de rayon 20 cm : les élèves ont raison.**

5. L'aire du disque de rayon 20 cm est $\pi \times 20^2 = 400\pi \approx 1\,256{,}6$ cm². Chaque pièce en représente le tiers : $\dfrac{400\pi}{3} \approx 418{,}9$ cm². **L'aire de chaque pièce est d'environ 419 cm²** (arrondie à l'unité).

> 💡 **Astuce.** Un secteur d'angle a (en degrés) a pour aire $\frac{a}{360} \times \pi r^2$: ici $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$, c'est exactement ce que la question 4 permet de « voir ».

Exercice 4 – Location de voiture : budget et fonctions affines *(26 pts)*

Partie A

1. D'après le tableau, la distance Strasbourg–Marseille est de 803 km (à l'intersection de la ligne « Strasbourg » et de la colonne « Marseille »). Aller-retour : $2 \times 803 = 1\,606$. **Ils vont parcourir 1 606 km.**

2. Formule B : $300 + 0{,}25 \times 1\,606 = 300 + 401{,}50 = 701{,}50$. **La location coûte bien 701,50 €.**

3. Formule A : $0{,}50 \times 1\,606 = 803$ €. Formule B : 701,50 €. Formule C : 900 €. Comme $701{,}50 < 803 < 900$, **la formule B est la plus avantageuse.**

4. On calcule toutes les dépenses du voyage avec la formule B.
– Carburant : la voiture consomme 5,6 L pour 100 km, donc pour 1 606 km : $\dfrac{1\,606 \times 5{,}6}{100} = 89{,}936$ L. Coût : $89{,}936 \times 1{,}87 \approx 168{,}18$ €.
– Péages : 115,80 €.
– Location (formule B) : 701,50 €.
Total : $701{,}50 + 168{,}18 + 115{,}80 = 985{,}48$ €.
Comme $985{,}48 < 1\,000$, **leur budget est suffisant** (il leur reste environ 14,52 €).

> ⚠ **Piège.** La consommation porte sur l'**aller-retour** (1 606 km), pas sur 803 km, et il ne faut oublier aucun poste de dépense : location, gazole et péages.

Partie B

5. Pour x kilomètres parcourus :
– formule A : $0{,}5x$ (fonction linéaire) ;
– formule B : $0{,}25x + 300$ (fonction affine) ;
– formule C : 900 (fonction constante).

6. Courbe 1 → formule C (droite horizontale : le prix ne dépend pas de la distance) ; **courbe 2 → formule B** (droite qui coupe l'axe des ordonnées en 300) ; **courbe 3 → formule A** (droite qui passe par l'origine : situation de proportionnalité).

7. $0{,}25x + 300 = 0{,}5x$ donne $300 = 0{,}5x - 0{,}25x$, soit $0{,}25x = 300$ et $x = \dfrac{300}{0{,}25} = 1\,200$. **La solution est $x = 1\,200$.**
Interprétation : pour 1 200 km parcourus, les formules A et B coûtent le même prix : $0{,}5 \times 1\,200 = 600$ € et $0{,}25 \times 1\,200 + 300 = 600$ €. Graphiquement, c'est l'abscisse du point d'intersection des courbes 2 et 3.

8. a) Formule C. (Pour 2 500 km : A coûte 1 250 €, B coûte 925 € et C coûte 900 €.)

8. b) Par exemple **1 000 km** (A coûte 500 €, B 550 € et C 900 €). Toute distance strictement comprise entre 0 et 1 200 km convient.

8. c) On cherche, pour chaque distance, la courbe située le plus bas. Sur le graphique, les courbes 3 et 2 se coupent à l'abscisse 1 200 km et les courbes 2 et 1 se coupent à l'abscisse 2 400 km. Donc, pour une distance inférieure à 2 600 km :
– entre 0 et 1 200 km, **la formule A** est la moins chère ;
– entre 1 200 km et 2 400 km, **la formule B** est la moins chère ;
– entre 2 400 km et 2 600 km, **la formule C** est la moins chère.
Pour 1 200 km exactement, A et B coûtent autant (600 €) ; pour 2 400 km, B et C coûtent autant (900 €).
Contrôle par le calcul : $0{,}25x + 300 = 900$ donne $x = 2\,400$.

Exercice 5 – Scratch : losanges, bloc personnalisé et variable *(16 pts)*

Aucune justification n'est attendue dans cet exercice ; les explications sont données pour comprendre.

1. Le bloc « aller à x : −100 y : 0 » place le lutin au point de **coordonnées $(-100\ ;\ 0)$**.

2. Le lutin part de $(-100\ ;\ 0)$, orienté vers la droite, avec côté = 80 pas, soit $80 \div 20 = 4$ cm.
– Première boucle (on tourne vers la gauche de $120°$) : le lutin trace un **triangle équilatéral de 4 cm de côté situé au-dessus** du segment horizontal de départ, et revient au point de départ, orienté vers la droite.
– Seconde boucle (on tourne vers la droite de $120°$) : il trace sur le même segment horizontal un **triangle**

équilatéral de 4 cm de côté situé en dessous.
Figure à dessiner : un segment horizontal de 4 cm, puis un triangle équilatéral de côté 4 cm construit au-dessus et un autre construit en dessous (au compas). On obtient **un losange de 4 cm de côté partagé en deux triangles équilatéraux** par sa diagonale horizontale ; le point de départ est le sommet de gauche. Contrôle : la grande diagonale (verticale) mesure $2 \times 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}9$ cm.

3.
– **Script n°1 → figure B** : après chaque motif, le lutin (stylo relevé) avance de 100 pas vers la droite ; comme un motif fait 80 pas de large, on obtient trois losanges identiques alignés et séparés par un espace.
– **Script n°2 → figure A** : les trois motifs partent du même point, mais le côté est multiplié par 1,2 à chaque fois ; on obtient trois losanges emboîtés de plus en plus grands, avec le même sommet de gauche.
– **Script n°3 → figure C** : après chaque motif, le lutin tourne de $120°$ vers la gauche sur place ; les trois losanges tournent autour du point de départ et forment un hexagone régulier découpé en six triangles équilatéraux ($3 \times 120° = 360°$).

4. a) Le bloc « Motif » est dans une boucle « répéter 3 fois » : **il est exécuté 3 fois.**

4. b) La variable côté vaut 80 au départ et elle est multipliée par 1,2 après chacun des 3 motifs : $80 \times 1{,}2 = 96$, puis $96 \times 1{,}2 = 115{,}2$, puis $115{,}2 \times 1{,}2 = 138{,}24$. Autrement dit $80 \times 1{,}2^3 = 80 \times 1{,}728 = 138{,}24$. **À la fin du script, côté vaut 138,24.** (Le troisième losange est tracé avec côté $= 115{,}2$; la dernière multiplication a lieu après lui.)

Conseils pour le jour J

Ce sujet récompense la régularité plus que la difficulté. À l'exercice 2, une affirmation « fausse » se justifie toujours : par la **contraposée du théorème de Thalès** pour les droites (après avoir calculé SO $= 12$ cm et SD $= 11$ cm grâce au codage), par une description précise de la vue pour les cubes. À l'exercice 3, les questions s'enchaînent : si tu bloques sur l'aire du triangle, tu peux quand même traiter les questions 3 à 5, car la valeur de BC est donnée.

L'exercice 4 est le plus rentable (26 points) : lis bien le tableau à double entrée, pense à l'aller-retour et additionne tous les frais avant de conclure sur le budget. Pour les lectures graphiques, repère les points d'intersection (1 200 km et 2 400 km) et vérifie-les par le calcul. En Scratch, suis le lutin à la main, instruction par instruction, en notant sa position et son orientation : c'est le meilleur moyen d'associer les scripts aux figures sans te tromper.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).