Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Amérique du Sud

QCM : probabilité, vue de droite, Thalès, engrenage, homothétie, Deux fonctions, tableur et équation produit nul, Les félins : probabilités, vitesse, pourcentage, latitude et longitude, Terrain en pente : Pythagore, trigonométrie et volume d'un prisme, Programmation : losanges et motifs

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : probabilité, vue de droite, Thalès, engrenage, homothétie *(20 pts)*

1) Réponse C ($\frac{2}{5}$). L'urne contient $3+2=5$ jetons, tous ayant la même chance d'être tirés, dont 2 blancs : $p=\frac{2}{5}$.

2) Réponse B. On regarde le solide depuis la droite, dans le sens de la flèche. Ce qu'on voit en largeur, c'est la profondeur du solide : la rangée avant (celle de la colonne de 3 cubes) apparaît à gauche et la rangée arrière à droite. La rangée avant donne une colonne de 3 carrés. La rangée arrière comporte un cube au niveau du bas de la rangée avant et un cube en dessous, celui qui dépasse sur le dessin : elle donne une colonne de 2 carrés décalée d'un cran vers le bas. La figure B (colonne de 3 carrés, puis colonne de 2 carrés à sa droite, dont le premier est à la hauteur du carré du bas) correspond. Les figures A et C ont une colonne de 4 carrés, alors que le solide n'a jamais 4 cubes empilés dans une même rangée.

3) Réponse A (3,2 cm). Les points B, H, A sont alignés, les points B, D, C aussi, et (DH) // (AC). D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle BAC : $\frac{BD}{BC}=\frac{BH}{BA}=\frac{DH}{AC}$, donc $\frac{2}{10}=\frac{DH}{16}$ et $DH=\frac{16\times 2}{10}=3{,}2$ cm.

4) Réponse A (3 tours complets). La petite roue a 9 dents : en 4 tours, $4\times 9=36$ dents passent au point de contact. La grande roue a 12 dents, elle fait donc $36\div 12=3$ tours complets.

5) Réponse C (BDC). L'homothétie de centre A transforme le carré ADCB en AGFE : A a pour image A, D a pour image G, C a pour image F et B a pour image E (le rapport est -2 : G est de l'autre côté de A que D, deux fois plus loin). Le triangle EGF est donc l'image du triangle BDC.

> 💡 **Astuce.** Pour une homothétie (comme pour toute transformation), l'ordre des lettres compte : « le carré ADCB a pour image AGFE » se lit lettre à lettre, A→A, D→G, C→F, B→E. Il suffit ensuite de « remonter » chaque sommet de EGF.

Exercice 2 – Deux fonctions, tableur et équation produit nul *(24 pts)*

1) a) $f(5)=5^2-5-6=25-5-6=14$. **L'image de 5 par la fonction f est bien 14.**

1) b) On cherche x tel que $g(x)=4$, c'est-à-dire $-2x=4$, soit $x=\frac{4}{-2}=-2$. Vérification : $g(-2)=-2\times(-2)=4$ (c'est d'ailleurs la valeur lue en D3 dans le tableur). **L'antécédent de 4 par g est -2.**

1) c) D'après la question 1) a), $f(5)=14$, donc 5 est un antécédent de 14. D'après le tableur, la cellule B2 affiche 14 pour $x=-4$: $f(-4)=(-4)^2-(-4)-6=16+4-6=14$. **Deux antécédents de 14 par f sont 5 et -4.**

1) d) La valeur de x se trouve en ligne 1, dans la même colonne. On peut saisir en B2 : **=B1^2-B1-6** (ou =B1*B1-B1-6).

> ⚠ **Piège.** Écris la référence **B1** et non la valeur -4 : sinon, en étirant la formule vers la droite, toutes les cellules afficheraient 14. N'oublie pas non plus le signe $=$ au début.

1) e) Dans le tableur, on repère les colonnes où les lignes 2 et 3 affichent le même nombre : pour $x=-3$ (colonne C), $f(-3)=6$ et $g(-3)=6$; pour $x=2$ (colonne H), $f(2)=-4$ et $g(2)=-4$. Vérification : $f(-3)=9+3-6=6$ et $g(-3)=-2\times(-3)=6$; $f(2)=4-2-6=-4$ et $g(2)=-2\times 2=-4$. **Oui : les nombres -3 et 2 ont chacun la même image par f et par g** (un seul exemple suffisait). Par le calcul, $f(x)=g(x)$ équivaut à $x^2+x-6=0$, soit $(x+3)(x-2)=0$: ce sont les deux seuls nombres qui conviennent.

2) a) On développe par double distributivité : $(x+2)(x-3)=x\times x-3\times x+2\times x-2\times 3=x^2-3x+2x-6=x^2-x-6$. **Pour tout nombre x, $f(x)=(x+2)(x-3)$.**

2) b) D'après la question précédente, $f(x)=0$ équivaut à $(x+2)(x-3)=0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul (**équation produit nul**) : $x+2=0$ ou $x-3=0$, soit $x=-2$ ou $x=3$. Vérification : le tableur donne $f(-2)=0$, et $f(3)=9-3-6=0$. **Les solutions de l'équation sont -2 et 3.**

> 💡 **Astuce.** Pour résoudre $f(x)=0$, utilise la forme factorisée démontrée juste avant : c'est exactement pour cela que le sujet te la fait établir. Avec la forme x^2-x-6, on ne sait pas conclure en 3e.

Exercice 3 – Les félins : probabilités, vitesse, pourcentage, latitude et longitude *(22 pts)*

1) On écrit toutes les probabilités sous forme décimale : lion $25\,\%=0{,}25$; guépard $\dfrac{1}{2}=0{,}5$; tigre $0{,}1$; chat à pieds noirs $\dfrac{6}{10}=0{,}6$. Or $0{,}1<0{,}25<0{,}5<0{,}6$. **Le chat à pieds noirs a bien la probabilité la plus élevée d'attraper sa proie (0,6, soit 60 %).**

2) On convertit la vitesse en m/s : $115\text{ km/h}=\dfrac{115\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}}\approx 31{,}94\text{ m/s}$. La durée est $t=\dfrac{d}{v}=\dfrac{100}{\dfrac{115\,000}{3\,600}}=\dfrac{100\times 3\,600}{115\,000}=\dfrac{360}{115}\approx 3{,}130$ s. Vérification : $31{,}94\times 3{,}13\approx 100$ m. **À 115 km/h, le guépard parcourt 100 m en environ 3,13 s.**

> ⚠ **Piège.** Ne divise pas 100 par 115 directement : les unités ne sont pas compatibles (mètres et kilomètres par heure). Convertis d'abord, et garde la valeur exacte $\dfrac{360}{115}$ jusqu'à l'arrondi final.

3) La baisse est de $1\,200-170=1\,030$ guépards. En pourcentage de la valeur de départ : $\dfrac{1\,030}{1\,200}\approx 0{,}858$, soit environ $85{,}8\,\%$. Autre méthode : $1\,200\times(1-0{,}86)=1\,200\times 0{,}14=168$, très proche de 170. **C'est vrai : le nombre de guépards a baissé d'environ 86 %.**

4) Sur la carte, le parc d'Etosha (la croix) est situé sous l'équateur, donc dans l'hémisphère Sud, entre les parallèles 10° et 20°, tout près de 20°. Il est à droite du méridien 0° (méridien de Greenwich), donc à l'Est, entre les méridiens 10° Est et 20° Est. **Le parc national d'Etosha a pour coordonnées approximatives : latitude 20° Sud, longitude 15° Est.** (Une lecture entre 15° et 20° Sud et entre 10° et 20° Est est acceptable.)

Exercice 4 – Terrain en pente : Pythagore, trigonométrie et volume d'un prisme *(20 pts)*

1) Le triangle ABC est rectangle en C, d'hypoténuse [AB]. D'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AC^2 + CB^2$, donc $CB^2 = AB^2 - AC^2 = 17^2 - 2{,}6^2 = 289 - 6{,}76 = 282{,}24$. Ainsi $CB = \sqrt{282{,}24} = 16{,}8$ (vérification : $16{,}8^2 = 282{,}24$). **La longueur CB est bien égale à 16,8 m.**

2) Dans le triangle ABC rectangle en C, pour l'angle $\widehat{ABC}$, le côté [AC] est opposé et le côté [CB] adjacent. D'après la **tangente** : $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{CB} = \dfrac{2{,}6}{16{,}8} \approx 0{,}155$. À la calculatrice, $\widehat{ABC} = \arctan\left(\dfrac{2{,}6}{16{,}8}\right) \approx 8{,}8°$. Vérification avec le sinus (qui n'utilise que les données de l'énoncé) : $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2{,}6}{17}$, d'où $\widehat{ABC} \approx 8{,}8°$ également. Comme $8{,}8° > 8{,}5°$, **oui, ce terrain entraînera un surcoût des travaux.**

> 💡 **Astuce.** Vérifie que ta calculatrice est en mode **degrés** avant d'utiliser arctan ou arcsin : en radians, tu obtiendrais environ 0,15, ce qui n'a aucun sens pour un angle de terrain.

3) La base du prisme est le triangle ACB, rectangle en C : son aire est $\dfrac{AC \times CB}{2} = \dfrac{2{,}6 \times 16{,}8}{2} = \dfrac{43{,}68}{2} = 21{,}84$ m². La hauteur du prisme est $CF = AD = 30$ m (longueur lue sur la figure). D'après la formule du volume d'un prisme droit : $V = 21{,}84 \times 30 = 655{,}2$. **Le volume de terre à enlever est de 655,2 m³.**

Exercice 5 – Programmation : losanges et motifs *(14 pts)*

1) Un losange a ses quatre côtés de même longueur, donc **a = 20**. Au départ, le lutin est orienté vers la droite ; il trace le côté du haut, tourne de 60° vers la droite et descend. Pour revenir vers la gauche en traçant le côté du bas, il doit tourner de $180° - 60° = 120°$ (les deux rotations d'une boucle font un demi-tour : $60 + 120 = 180$, et les deux boucles un tour complet de 360°). Donc **b = 120**.

2) C'est la figure 3. À la fin du bloc « Losange », le lutin est revenu à son point de départ avec son orientation de départ (il a tourné de $2 \times (60 + 120) = 360°$). Le bloc « Motif A » trace donc trois losanges de même sommet de départ, chacun tourné de 60° vers la droite par rapport au précédent : ils se partagent le demi-tour situé sous le point de départ ($3 \times 60° = 180°$), avec un losange à droite, un losange « en pointe » au milieu et un losange à gauche. La figure 2 (six losanges) demanderait 6 répétitions.

3) Les trois losanges sont identiques au losange de départ, avec la même orientation, alignés horizontalement et séparés par un espace. Un script possible, bloc par bloc :

- « définir Motif B » ;
- « répéter 3 fois » contenant :
  - « Losange » ;
  - « avancer de 40 ».

Le bloc « Losange » se termine par « relever le stylo » et ramène le lutin à son point de départ, orienté vers la droite : le déplacement « avancer de 40 » ne trace donc rien et place le lutin au point de départ du losange suivant. Un losange occupe $20 + 10 = 30$ pas en largeur (côté du haut de 20 pas, plus le décalage $20 \times \cos 60° = 10$ pas du côté oblique) : toute valeur supérieure à 30 (par exemple 40) laisse bien un espace entre les losanges.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long mais sans piège théorique : gagne du temps sur le QCM (aucune justification demandée), mais fais quand même les calculs au brouillon, car les mauvaises réponses correspondent à des erreurs classiques (engrenage à l'envers : $4 \times 12 \div 9$ ne tombe pas juste ; Thalès avec les mauvais rapports). Pour la vue de droite, place-toi mentalement du côté de la flèche : ce qui est « devant » sur le dessin se retrouve d'un côté, ce qui est « derrière » de l'autre, et seules les hauteurs comptent.

À l'exercice 4, nomme les théorèmes (« Pythagore », « tangente ») et écris la phrase de conclusion avec l'unité : « oui, il y a un surcoût car $8{,}8^\circ > 8{,}5^\circ$ ». Au volume, la hauteur du prisme n'est pas 2,6 m mais la longueur AD $= 30$ m : c'est l'erreur la plus fréquente. À l'exercice 3, pense à répondre explicitement « vrai » à la question du pourcentage, et précise « Sud » et « Est » pour les coordonnées : sans l'hémisphère, la réponse est incomplète.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).