Corrigé – Brevet 2024 – mathématiques – Amérique du Nord

Vrai ou faux : statistiques, probabilités, homothétie, Programme de calcul et calcul littéral, Comparaison de tarifs de cinéma par fonctions, Volume et béton d'une terrasse, peinture, Triangle équilatéral, Thalès et programme Scratch

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : statistiques, probabilités, homothétie *(20 pts)*

1. Affirmation A : VRAIE. La moyenne est la somme des valeurs divisée par leur nombre : $\dfrac{12+15+10+7+13}{5} = \dfrac{57}{5} = 11{,}4$. La moyenne des prix est bien 11,40 €.

1. Affirmation B : FAUSSE. On range les prix dans l'ordre croissant : 7 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15. Il y a 5 valeurs (effectif impair), la médiane est la 3^{e} valeur : 12 €, et non 10 €.

2. Affirmation C : FAUSSE. L'élève court 20 m en 6 s. Comme $3\,600 \div 6 = 600$, en 1 h (3 600 s) elle parcourrait $20 \times 600 = 12\,000$ m $= 12$ km. Sa vitesse moyenne est de 12 km/h, et non 14 km/h. (Autre méthode : $v = \dfrac{20}{6} \approx 3{,}33$ m/s et $3{,}33 \times 3{,}6 \approx 12$ km/h.)

3. Affirmation D : FAUSSE. Les nombres premiers de 1 à 15 sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13, soit 6 nombres (attention : 1 n'est pas premier, il n'a qu'un seul diviseur). Les 15 boules étant équiprobables, la probabilité est $\dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$, et non $\dfrac{7}{15}$.

4. Affirmation E : FAUSSE. Dans une homothétie de rapport k, les longueurs sont multipliées par $|k|$ et les aires par k^2. Ici $k = -3$, donc les longueurs sont multipliées par 3 (ce que confirment les mesures : $5 \times 3 = 15$, $6 \times 3 = 18$, $9 \times 3 = 27$) et les aires par $(-3)^2 = 9$. L'aire de A'B'C' est égale à 9 fois l'aire de ABC, pas 3 fois.

Exercice 2 – Programme de calcul et calcul littéral *(20 pts)*

1. Avec 2 : branche de gauche, $2 + 2 = 4$ puis $4 \times 4 = 16$; branche de droite, $2 \times 5 = 10$ puis $10 - 3 = 7$; produit : $16 \times 7 = 112$. **Le résultat est bien 112.**

2. Avec -3 : branche de gauche, $-3 + 2 = -1$ puis $-1 \times 4 = -4$; branche de droite, $-3 \times 5 = -15$ puis $-15 - 3 = -18$; produit : $(-4) \times (-18) = 72$. **Le résultat est 72.**

3. Avec x au départ, la branche de gauche donne $(x + 2) \times 4 = 4x + 8$ et la branche de droite $5x - 3$. Le résultat est $(x + 2) \times 4 \times (5x - 3) = (4x + 8)(5x - 3)$. **Les expressions C et D conviennent.** (A vaut $(x + 8)(5x - 3)$ à cause des priorités opératoires et B ajoute 2 après avoir multiplié par 4 : elles sont fausses.)

4. On cherche x tel que $4(x + 2)(5x - 3) = 0$. **Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.** Comme $4 \neq 0$: $x + 2 = 0$ ou $5x - 3 = 0$, soit $x = -2$ ou $x = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$. Vérification : avec -2, la branche de gauche donne $0 \times 4 = 0$; avec 0,6, la branche de droite donne $3 - 3 = 0$; le produit est nul dans les deux cas. **Les deux nombres de départ sont -2 et 0,6.**

5. Par double distributivité : $(4x + 2)(5x - 3) = 4x \times 5x - 4x \times 3 + 2 \times 5x - 2 \times 3 = 20x^2 - 12x + 10x - 6$. $B = 20x^2 - 2x - 6$.

Exercice 3 – Comparaison de tarifs de cinéma par fonctions *(20 pts)*

1. Chaque entrée coûte 11 € : $3 \times 11 = 33$. **Elle va payer 33 €.**

2. Abonnement de 50 € puis 8 entrées à 5 € : $50 + 8 \times 5 = 50 + 40 = 90$. **Elle va bien payer 90 €.**

3. $f : x \mapsto 50 + 5x$ **correspond au tarif « Essentiel »** (50 € fixes plus 5 € par entrée) ; $g : x \mapsto 240$ **correspond au tarif « Liberté »** (prix constant quel que soit le nombre d'entrées) ; $h : x \mapsto 11x$ **correspond au tarif « Classique »** (11 € par entrée).

4. Le prix est proportionnel au nombre d'entrées lorsqu'il s'obtient en multipliant ce nombre par un coefficient fixe. C'est le cas du tarif « Classique » : $h(x) = 11x$ est une fonction linéaire, et sa droite (d_1) passe par l'origine. **Le tarif « Classique » propose un prix proportionnel au nombre d'entrées.** (Le tarif « Essentiel » ne l'est pas à cause des 50 € d'abonnement, le tarif « Liberté » non plus car le prix ne dépend pas du nombre d'entrées.)

5. a) Sur (d_2), le prix 150 € correspond à 20 entrées (calcul : $50 + 5 \times 20 = 150$). **Avec 150 €, on peut acheter au maximum 20 entrées au tarif « Essentiel ».**

5. b) La droite (d_3) passe en dessous de (d_2) à partir de leur point d'intersection, d'abscisse 38 (calcul : $50 + 5 \times 38 = 240$). Pour 38 entrées les deux tarifs coûtent 240 € ; au-delà, « Liberté » est le moins cher. **Le tarif « Liberté » devient le plus intéressant à partir de 39 entrées.**

5. c) Avec 200 € : tarif « Classique », $200 \div 11 \approx 18{,}2$, soit 18 entrées ; tarif « Essentiel », $(200 - 50) \div 5 = 30$ entrées ; tarif « Liberté », impossible car l'abonnement coûte 240 € > 200 €. **Le tarif « Essentiel » permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées (30).**

Exercice 4 – Volume et béton d'une terrasse, peinture *(21 pts)*

1. EFGH est un rectangle, donc $EF = HG = 6$ m. Le point F est situé sur le segment [EJ], donc $FJ = EJ - EF = 10 - 6 = 4$. **FJ = 4 m.**

2. Il faut le périmètre de la vue de dessus, c'est-à-dire du quadrilatère HEJG. On connaît $HE = 3$ m, $EJ = 10$ m, $GH = 6$ m ; il manque GJ. Dans le triangle GFJ rectangle en F, avec $GF = HE = 3$ m (EFGH rectangle) et $FJ = 4$ m, le **théorème de Pythagore** donne $GJ^2 = GF^2 + FJ^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc $GJ = 5$ m.
Périmètre : $3 + 10 + 5 + 6 = 24$. **Ils doivent acheter au minimum 24 m de planches.**

3. a) Aire de la base (vue de dessus) = aire du rectangle EFGH + aire du triangle GFJ $= 6 \times 3 + \dfrac{4 \times 3}{2} = 18 + 6 = 24$ m².
La hauteur de la terrasse est 15 cm = 0,15 m. Volume du prisme : $V = 24 \times 0{,}15 = 3{,}6$ m³. **Le volume de la terrasse, 3,6 m³, est bien inférieur à 4 m³.**

3. b) La masse de ciment est proportionnelle au volume de béton : $4 \times 250 = 1\,000$. **Il faut 1 000 kg de ciment pour 4 m³ de béton.**

3. c) Le ratio ciment : gravier : sable est 2 : 7 : 5. Les 1 000 kg de ciment correspondent à 2 parts, donc une part vaut $1\,000 \div 2 = 500$ kg. Gravier : $7 \times 500 = 3\,500$ kg ; sable : $5 \times 500 = 2\,500$ kg. **Il faut 3 500 kg de gravier et 2 500 kg de sable.**

4. La surface supérieure de la terrasse mesure 24 m² (question 3. a). Deux couches sont nécessaires : $2 \times 24 = 48$ m² à peindre. Comme 1 L couvre 5 m², il faut $48 \div 5 = 9{,}6$ L, donc au moins 10 L de peinture.
Un pot A (5 L) ne suffit pas. Deux pots A donnent 10 L pour $79{,}90 + 79{,}90 \times 0{,}5 = 79{,}90 + 39{,}95 = 119{,}85$ € grâce à l'offre du mois (-50 % sur le deuxième article identique). Un pot B (10 L) coûte 129,90 €. Toute autre combinaison (pot A + pot B, deux pots B…) est plus chère.
Comme $119{,}85 < 129{,}90$, **le coût minimum est obtenu avec 2 pots A, pour 119,85 €.**

Exercice 5 – Triangle équilatéral, Thalès et programme Scratch *(19 pts)*

Partie A

1. D'après le codage de la figure, $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 60°$. **La somme des angles d'un triangle vaut** $180°$, donc $\widehat{ACB} = 180° - 60° - 60° = 60°$. Les trois angles du triangle ABC mesurent $60°$: **ABC est un triangle équilatéral** (un triangle dont les trois angles sont égaux est équilatéral). En particulier $CA = CB = AB =$ 240 mm.

2. D'après le codage, $CD = CE = 80$ mm. Les points A, C, E sont alignés et les points B, C, D sont alignés, avec C entre A et E et entre B et D (les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C).
$\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{80}{240} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{80}{240} = \dfrac{1}{3}$.
Les quotients sont égaux et les points sont dans le même ordre sur chaque droite : d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (DE) et (AB) sont parallèles.**

Partie B

1. D'après la ligne 2, le lutin part du point de coordonnées $(-180\ ;\ -150)$.

2. Le premier triangle tracé est ABC, de côté 240 mm, soit 240 pas. **À la ligne 4, il faut saisir 240.**

3. Le bloc « triangle » ramène le lutin à son point de départ A (case D8) orienté vers la droite ; la ligne 6 le fait tourner de 60° vers la gauche, dans la direction de C, et la ligne 7 le fait avancer de 240 pas, soit la longueur AC. Après la ligne 7, le lutin se trouve donc au point C, sommet du grand triangle : **case G3.**

4. Le second triangle CDE a pour côté $CD = CE = 80$ mm, et $80 = 240 \div 3$. L'instruction « mettre côté à côté / 3 » divise donc la variable côté par 3 (elle passe de 240 à 80) pour que le bloc « triangle » de la ligne 9 trace le petit triangle CDE de côté 80 pas à partir du point C.

Conseils pour le jour J

Ce sujet ne demande pas de calculs difficiles mais beaucoup de précision. Pour un vrai/faux, une réponse sans justification vaut zéro : donne le calcul qui contredit ou confirme, et rappelle au passage que 1 n'est pas premier et qu'une homothétie de rapport -3 multiplie les aires par 9. À l'exercice 4, la vraie difficulté est de convertir 15 cm en 0,15 m avant le volume, puis de ne pas oublier la deuxième couche et la remise de 50 % ; compare les prix de toutes les solutions qui donnent au moins 10 L. À l'exercice 5, la réciproque de Thalès exige d'écrire les deux quotients et de préciser que les points sont dans le même ordre. Enfin, pour les lectures graphiques de l'exercice 3, un petit calcul à côté (par exemple $50 + 5 \times 38 = 240$) confirme la valeur lue et évite l'erreur d'un carreau.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).