Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Polynésie française

QCM : fonctions, tableur et identité remarquable, Panneaux photovoltaïques : Pythagore, trigonométrie et Thalès, Probabilités avec un sac de boules et une roue, Programme de calcul, Scratch et équation produit nul, Circuit de karting : longueurs, vitesses et PPCM

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : fonctions, tableur et identité remarquable *(16 pts)*

Question 1 : réponse B. La fonction $f(x) = -2x + 3$ est affine, de coefficient directeur -2 (négatif) et d'ordonnée à l'origine 3 : sa représentation est une droite **décroissante** qui coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,;3)$. Les droites A et C montent (fonctions croissantes) ; seule la droite B descend et passe par $(0\,;3)$. Vérification : $f(2) = -2 \times 2 + 3 = -1$, et la droite B passe bien par le point $(2\,;-1)$.

Question 2 : réponse A (l'image de 1 est 2). On se place à l'abscisse 1 sur l'axe horizontal et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant : c'est le point C, situé à la hauteur 2. L'image de 1 est donc 2.

> ⚠ **Piège.** Le point B a pour coordonnées $(-1\,;-2)$: -2 est l'image de -1, pas celle de 1. Pour une image, on part toujours de l'axe des abscisses (horizontal) et on lit la réponse sur l'axe des ordonnées.

Question 3 : réponse C (=-B1+1). Dans le tableur, la valeur de x se trouve dans la cellule B1 : pour calculer $h(x) = -x + 1$, on remplace x par B1, d'où la formule **=-B1+1**. En l'étirant vers la droite, B1 devient C1, D1…, ce qui calcule toutes les images. La formule A ne donne que $h(-3)$ (elle ne s'adapte pas quand on l'étire) et la formule B n'est pas comprise par le tableur (x n'est pas une cellule). Vérification : $-(-3) + 1 = 4$, valeur affichée en B2.

Question 4 : réponse B ($9x^2 - 42x + 49$). On utilise l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 7$: $(3x-7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$.

Exercice 2 – Panneaux photovoltaïques : Pythagore, trigonométrie et Thalès *(22 pts)*

1) a) Le triangle HPS est rectangle en P (angle droit codé sur le plan), avec HP = 90 cm et PS = 140 cm. D'après le **théorème de Pythagore** : $HS^2 = HP^2 + PS^2 = 90^2 + 140^2 = 8\,100 + 19\,600 = 27\,700$.
Donc $HS = \sqrt{27\,700} \approx 166{,}43$ cm. **Arrondie au millimètre, HS ≈ 166,4 cm.**

1) b) La longueur du panneau est 1 700 mm = 170 cm. 95 % de cette longueur valent $\dfrac{95}{100} \times 170 = 0{,}95 \times 170 = 161{,}5$ cm. Or $HS \approx 166{,}4$ cm et $166{,}4 > 161{,}5$. **Le support est donc conforme au conseil du fabricant.**

2) Dans le triangle HPS rectangle en P, le côté [HP] est opposé à l'angle $\widehat{HSP}$ et le côté [PS] lui est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{HSP} = \dfrac{HP}{PS} = \dfrac{90}{140} = \dfrac{9}{14}$.
À la calculatrice : $\widehat{HSP} = \arctan\left(\dfrac{9}{14}\right) \approx 32{,}7°$. Comme $30° \leqslant 32{,}7° \leqslant 35°$, **l'inclinaison permettra un fonctionnement optimal des panneaux.**

3) Les droites (UT) et (HP) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (PS) ; or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles : **(UT) // (HP)**.
Dans le triangle SHP, T est sur [SP], U est sur [SH] et (UT) // (HP) : d'après le **théorème de Thalès**, $\dfrac{ST}{SP} =$

$\dfrac{SU}{SH} = \dfrac{UT}{HP}$.
Donc $\dfrac{ST}{140} = \dfrac{50}{90}$, d'où $ST = \dfrac{140 \times 50}{90} = \dfrac{7\,000}{90} \approx 77{,}78$ cm. **Arrondie au millimètre, ST ≈ 77,8 cm.**
Vérification par la trigonométrie : dans le triangle STU rectangle en T, $\tan\widehat{TSU} = \dfrac{UT}{ST}$, soit $ST = \dfrac{50}{\tan\widehat{HSP}} = \dfrac{50}{9/14} = \dfrac{700}{9} \approx 77{,}8$ cm : on retrouve le même résultat.

4) *Les barres latérales.* Chacune mesure 4 m ; un tube de 4,5 m est plus long, mais on ne peut pas obtenir deux barres de 4 m dans un seul tube ($2 \times 4 = 8 > 4{,}5$). Il faut donc **3 tubes** pour les 3 barres latérales (il reste $4{,}5 - 4 = 0{,}5$ m sur chacun).
Les équerres. Une équerre est formée des côtés HP, PS et HS et de la barre de renfort UT : $0{,}90 + 1{,}40 + 1{,}664 + 0{,}50 \approx 4{,}464$ m (en prenant HS ≈ 166,43 cm, arrondi par excès). Comme $4{,}464 < 4{,}5$, une équerre peut être découpée dans **un seul tube** : il faut **3 tubes** pour les 3 équerres (même sans compter la barre de renfort, qui peut d'ailleurs être taillée dans les chutes de 0,5 m des barres latérales).
Il est impossible de faire moins : la longueur totale d'acier nécessaire est $3 \times 4 + 3 \times 4{,}464 \approx 25{,}39$ m, alors que 5 tubes ne fournissent que $5 \times 4{,}5 = 22{,}5$ m. Il faut donc au moins 6 tubes, et 6 tubes suffisent.
Coût : $6 \times 37 = 222$ €. **Olivia doit prévoir un budget minimum de 222 €.**

> 💡 **Astuce.** Dans un problème de découpe, ne divise pas seulement la longueur totale par la longueur d'un tube : vérifie aussi que chaque pièce peut réellement être taillée dans un tube (ici, une barre de 4 m occupe presque tout un tube de 4,5 m).

Exercice 3 – Probabilités avec un sac de boules et une roue *(18 pts)*

Partie A

1) On pioche au hasard une boule parmi 5 boules indiscernables au toucher : les 5 issues sont équiprobables. Deux boules portent la lettre G. La probabilité de gagner est donc $p_1 = \dfrac{\text{nombre de boules G}}{\text{nombre total de boules}} = \dfrac{2}{5}$. **La probabilité de gagner au jeu 1 est bien $\dfrac{2}{5}$.**

2) Les 6 secteurs sont identiques, donc les 6 numéros sont équiprobables. Un nombre premier a exactement deux diviseurs distincts, 1 et lui-même. Parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, les nombres premiers sont **2, 3 et 5** (1 n'a qu'un seul diviseur, $4 = 2 \times 2$ et $6 = 2 \times 3$ ne sont pas premiers). Il y a 3 issues favorables sur 6 : $p_2 = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$. **La probabilité de gagner au jeu 2 est $\dfrac{1}{2}$.**

3) a) On compare $\dfrac{2}{5} = 0{,}4$ et $\dfrac{1}{2} = 0{,}5$. Comme $0{,}4 < 0{,}5$, **c'est le jeu 1 qui présente la plus faible probabilité de gagner.**

3) b) On garde les 2 boules G. Pour que la probabilité de tirer G soit $\dfrac{1}{4}$, il faut que les 2 boules G représentent un quart du total, c'est-à-dire que le sac contienne $2 \times 4 = 8$ boules. Il faut donc ajouter $8 - 5 = 3$ boules qui ne portent pas la lettre G. **Par exemple, on ajoute 3 boules portant la lettre N** (ou 1 boule N et 2 boules P, ou toute autre liste de 3 boules sans G). Vérification : $p = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$.
D'autres réponses sont possibles, par exemple ajouter 1 boule G et 7 boules sans G : $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.

Partie B

Le tirage de la boule et le résultat de la roue sont indépendants. On peut dénombrer toutes les issues : une boule parmi 5 et un numéro parmi 6 donnent $5 \times 6 = 30$ couples équiprobables (on peut les représenter par un arbre ou un tableau à double entrée). Les couples gagnants associent l'une des 2 boules G à l'un des 3 nombres

premiers (2, 3, 5) : il y en a $2 \times 3 = 6$.
La probabilité de gagner est donc $p = \dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5}$.
On retrouve ce résultat en multipliant les probabilités le long de la branche gagnante de l'arbre : $p = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$. **La probabilité de gagner à la combinaison des deux jeux est $\dfrac{1}{5}$, soit 0,2 (20 %).**

Exercice 4 – Programme de calcul, Scratch et équation produit nul *(22 pts)*

1) a) Avec le nombre 4 : son carré vaut $4^2 = 16$; multiplié par 2 : $16 \times 2 = 32$; on ajoute le nombre de départ : $32 + 4 = 36$; on soustrait 66 : $36 - 66 = -30$. **Le résultat obtenu est bien -30.**

1) b) Avec le nombre -3 : son carré vaut $(-3)^2 = 9$; multiplié par 2 : $9 \times 2 = 18$; on ajoute le nombre de départ : $18 + (-3) = 15$; on soustrait 66 : $15 - 66 = -51$. **Le résultat obtenu est -51.**

> ⚠ **Piège.** Le carré d'un nombre négatif est positif : $(-3)^2 = 9$ et non -9. À la calculatrice, tape bien les parenthèses.

2) a) La première ligne doit calculer le carré du nombre choisi, c'est-à-dire « nombre choisi × nombre choisi », et la deuxième doit multiplier ce résultat par 2. **Emplacement A : « nombre choisi » ; emplacement B : 2.**

2) b) Le script de Lucie donne d'abord à la variable « nombre choisi » la valeur 0, puis répète 20 fois : il applique le programme de calcul au nombre choisi, **dit** ce nombre si le résultat vaut 0, puis ajoute 0,5 au nombre choisi. Il teste ainsi les nombres 0 ; 0,5 ; 1 ; … ; 9,5. Le lutin a annoncé 5,5 : cela signifie que **5,5 est un nombre de départ pour lequel le programme de calcul donne le résultat 0** (5,5 est un antécédent de 0, une solution de l'équation « résultat = 0 »). Vérification : $2 \times 5{,}5^2 + 5{,}5 - 66 = 2 \times 30{,}25 + 5{,}5 - 66 = 60{,}5 + 5{,}5 - 66 = 0$.

3) a) On choisit x ; son carré est x^2 ; multiplié par 2 : $2x^2$; on ajoute le nombre de départ : $2x^2 + x$; on soustrait 66. **L'expression obtenue est $2x^2 + x - 66$.**

3) b) Le résultat est égal à 0 lorsque $(2x - 11)(x + 6) = 0$. D'après la propriété du **produit nul** (un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul) :
$2x - 11 = 0$, soit $2x = 11$ et $x = \dfrac{11}{2} = 5{,}5$;
ou $x + 6 = 0$, soit $x = -6$.
Le résultat du programme est égal à 0 pour $x = 5{,}5$ et pour $x = -6$.
Vérification : $2 \times (-6)^2 + (-6) - 66 = 72 - 6 - 66 = 0$. Le script de Lucie ne teste que des nombres positifs (de 0 à 9,5) : il ne pouvait pas trouver la solution -6.

> 💡 **Astuce.** Pour vérifier la forme factorisée donnée, développe-la : $(2x - 11)(x + 6) = 2x^2 + 12x - 11x - 66 = 2x^2 + x - 66$. On retrouve bien l'expression de la question 3) a).

Exercice 5 – Circuit de karting : longueurs, vitesses et PPCM *(22 pts)*

1) On lit les longueurs sur la figure grâce aux codages : les segments marqués du même codage ont la même longueur.

- *Segments (lignes droites) :* DE = 90 m et HI = 90 m (même codage, trois traits) ; FG, JK et LA ont le même codage (deux traits) que LA = 60 m, donc 60 m chacun ; BC = 120 m. Total : $90 + 90 + 60 + 60 + 60 + 120 = 480$ m.
- *Quarts de cercle* EF, GH, KL et AB : leurs rayons ont tous le même codage (un trait) que le rayon de GH, qui mesure 30 m. Un quart de cercle de rayon 30 m mesure $\dfrac{2 \times \pi \times 30}{4} = 15\pi$ m ; les quatre

mesurent ensemble $4 \times 15\pi = 60\pi$ m.
- *Demi-cercles* DC et IJ : leurs rayons ont le codage à deux traits, ils mesurent donc 60 m (d'ailleurs le diamètre [DC] mesure bien $2 \times 60 = 120$ m, comme BC). Un demi-cercle de rayon 60 m mesure $\dfrac{2 \times \pi \times 60}{2} = 60\pi$ m ; les deux mesurent 120π m.

Longueur totale : $L = 480 + 60\pi + 120\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565{,}49 \approx 1\,045{,}49$ m. **Arrondie à l'unité, la piste mesure bien 1 045 m.**

> 💡 **Astuce.** Regroupe tous les arcs avant de calculer : ici, 4 quarts de cercle de rayon 30 m forment un cercle complet de rayon 30 m, et 2 demi-cercles de rayon 60 m un cercle complet de rayon 60 m. La longueur des arcs vaut donc $2\pi \times 30 + 2\pi \times 60 = 180\pi$ m.

2) Le professionnel parcourt 1 045 m en 60 s. Sa vitesse moyenne est $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{1\,045}{60} \approx 17{,}416$ m/s. **Arrondie au centième, sa vitesse moyenne est d'environ 17,42 m/s.** (Avec la longueur exacte $480 + 180\pi$, on obtient 17,424…, soit aussi 17,42 m/s.)

3) L'amateur parcourt 1 045 m en 72 s. Sa vitesse moyenne est $v = \dfrac{1\,045}{72} \approx 14{,}51$ m/s. Pour convertir en km/h, on multiplie par 3,6 (1 m/s = 3 600 m/h = 3,6 km/h) : $\dfrac{1\,045}{72} \times 3{,}6 = 52{,}25$ km/h.
Autre méthode : en 1 h = 3 600 s, il fait $\dfrac{3\,600}{72} = 50$ tours, soit $50 \times 1\,045 = 52\,250$ m, c'est-à-dire 52,25 km.
Comme $52{,}25 < 60$, **l'amateur respecte les règles de sécurité (environ 52 km/h de moyenne).**

4) a) $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, donc $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.
$72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18 = 2 \times 2 \times 2 \times 9$, donc $72 = 2^3 \times 3^2$.

4) b) Le professionnel repasse sur la ligne de départ toutes les 60 s, donc aux instants multiples de 60 ; l'amateur aux instants multiples de 72. Ils s'y retrouvent ensemble pour la première fois au plus petit multiple commun non nul de 60 et 72. Ce nombre doit contenir tous les facteurs premiers des deux décompositions, chacun avec son plus grand exposant : $2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$. **Ils se retrouveront pour la première fois ensemble sur la ligne de départ au bout de 360 s, soit 6 minutes.**
Vérification par les listes de multiples : 60, 120, 180, 240, 300, **360** et 72, 144, 216, 288, **360**.

4) c) Le professionnel aura effectué $360 \div 60 = 6$ tours et l'amateur $360 \div 72 = 5$ tours. **Le professionnel aura fait 6 tours et l'amateur 5 tours.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte beaucoup de questions « Montrer que… » (HS = 166,4 cm, budget de 222 €, piste de 1 045 m) : le résultat est donné, ce qui compte, c'est la démarche. Écris le nom du théorème (Pythagore, Thalès, tangente, produit nul), pose le calcul et conclus par une phrase. Même si tu bloques sur une telle question, tu peux utiliser le résultat donné pour la suite.

À l'exercice 5, prends le temps de décoder la figure avant de calculer : les petits traits identiques indiquent des longueurs égales et permettent de trouver tous les rayons (30 m et 60 m). Regroupe ensuite les arcs en cercles complets. N'oublie pas la conversion m/s → km/h (× 3,6) à la question 3.

À l'exercice 2, question 4, une simple division de la longueur totale ne suffit pas : explique aussi comment on découpe les pièces dans les tubes. Au QCM, aucune justification n'est demandée, mais une vérification rapide (calculer une image, développer au brouillon) évite les erreurs d'inattention.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).