Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Pays du groupe 1

QCM : Scratch, fractions, écriture scientifique et médiane, Trigonométrie, Pythagore, Thalès et volume autour d'une cabane, Programmes de calcul, tableur et équation produit, Probabilités et décomposition en facteurs premiers, Proportionnalité et fonctions affines : location de bateaux

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : Scratch, fractions, écriture scientifique et médiane *(18 pts)*

Partie A

1) Réponse C (120°). Le lutin part du sommet en bas à gauche, orienté vers la droite, et trace la base. À chaque sommet, il doit tourner de l'angle **extérieur** du triangle : l'angle intérieur d'un triangle équilatéral mesure 60°, donc le lutin tourne de $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Après trois rotations de 120°, il a fait un tour complet ($3 \times 120^\circ = 360^\circ$) et revient à son orientation de départ.

> ⚠ **Piège.** Dans Scratch, on tourne de l'angle **extérieur**, pas de l'angle du triangle : avec 60°, le lutin tracerait un hexagone inachevé et non un triangle. Pour un polygone régulier à n côtés, l'angle à entrer est $360^\circ \div n$.

2) Réponse C. Le premier passage dans la boucle trace un triangle « pointe en haut » à partir de l'origine, base vers la droite ; le lutin revient au point de départ, orienté vers la droite. Il tourne alors de 60° vers la gauche : il part désormais le long du côté gauche du premier triangle. Le second triangle est donc tracé sur ce côté, du côté gauche : c'est un triangle « pointe en bas » accolé au premier par un côté, ce que montre la figure C.

3) Réponse B (un hexagone). Avec « répéter 6 fois », le programme trace 6 triangles équilatéraux ayant tous un sommet à l'origine, chacun tourné de 60° par rapport au précédent ($6 \times 60^\circ = 360^\circ$). Ces 6 triangles remplissent un tour complet autour de l'origine et forment un hexagone régulier de côté 50 pas.

Partie B

1) Réponse C ($\frac{3}{15} \times \frac{3}{4}$). La multiplication est prioritaire : $\frac{1}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{7}{15}$. Puis $\frac{2}{3} - \frac{7}{15} = \frac{10}{15} - \frac{7}{15} = \frac{3}{15}$. Enfin, diviser par $\frac{4}{3}$ revient à multiplier par son inverse $\frac{3}{4}$: l'expression vaut $\frac{3}{15} \times \frac{3}{4}$ (soit $\frac{9}{60} = \frac{3}{20}$).

2) Réponse B ($3{,}024 \times 10^{20}$). $302{,}4 = 3{,}024 \times 10^2$, donc $302{,}4 \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^2 \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^{20}$. La réponse C est égale à ce nombre mais n'est pas une écriture scientifique, car 0,3024 n'est pas compris entre 1 et 10.

3) Réponse B (la même). Série rangée dans l'ordre croissant : 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 18. L'effectif est pair (8 valeurs) : la médiane est la moyenne des 4^{e} et 5^{e} valeurs, $\frac{12+12}{2} = 12$ g. Après correction, la série devient 8 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 13 ; 15 ; 16 : la plus grande valeur change, mais les 4^{e} et 5^{e} valeurs restent 12 et 12. La médiane vaut toujours 12 g.

Exercice 2 – Trigonométrie, Pythagore, Thalès et volume autour d'une cabane *(24 pts)*

Partie A : Étude du toboggan

1) Le triangle FDE est rectangle en D. Pour l'angle $\widehat{DEF}$, le côté [DF] est le côté opposé et le côté [DE] le côté adjacent. On utilise donc la **tangente** : $\tan \widehat{DEF} = \frac{DF}{DE} = \frac{1{,}2}{2{,}04}$. À la calculatrice, $\widehat{DEF} =$

$\arctan\left(\dfrac{1{,}2}{2{,}04}\right) \approx 30{,}47°$, soit $30°$ au degré près. **L'angle $\widehat{DEF}$ mesure environ $30°$: le toboggan est sécurisé.**

2) Le triangle FDE est rectangle en D, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $EF^2 = DF^2 + DE^2 = 1{,}2^2 + 2{,}04^2 = 1{,}44 + 4{,}1616 = 5{,}6016$. Donc $EF = \sqrt{5{,}6016} \approx 2{,}367$. **La rampe EF mesure environ 2,37 m.** (Vérification avec le cosinus : $\cos 30{,}47° \approx 0{,}862$ et $\dfrac{2{,}04}{2{,}37} \approx 0{,}861$, résultat cohérent.)

Partie B : Étude de l'échelle

1) Le triangle ABC est rectangle en C, donc $(AC) \perp (BC)$. Le triangle BMN est rectangle en N (codage de l'angle droit sur le schéma), donc $(MN) \perp (BC)$ (le point N étant sur [BC]). Or, **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Les droites (AC) et (MN) sont donc parallèles.**

2) Les points B, M, A sont alignés, les points B, N, C sont alignés et les droites (MN) et (AC) sont parallèles (question 1). D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle ABC : $\dfrac{BM}{BA} = \dfrac{BN}{BC} = \dfrac{MN}{AC}$.
Donc $\dfrac{MN}{0{,}5} = \dfrac{0{,}84}{1{,}2} = 0{,}7$, d'où $MN = 0{,}7 \times 0{,}5 = 0{,}35$. **La poutre [MN] mesure 0,35 m, soit 35 cm.**

> 💡 **Astuce.** Dans l'égalité de Thalès, écris toujours en haut les longueurs du petit triangle (BM, BN, MN) et en bas celles du grand (BA, BC, AC), en partant du sommet commun B : tu éviteras d'inverser un rapport.

Partie C : Étude du bac à sable

1) Le volume d'un pavé droit est $V = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$: $V = 200 \times 180 \times 20 = 36\,000 \times 20 = 720\,000$. **Le volume du bac à sable est de 720 000 cm³.**

2) Le ratio 3 : 2 signifie que le volume est partagé en $3 + 2 = 5$ parts égales, dont 3 de sable à maçonner et 2 de sable fin. Une part vaut $0{,}72 \div 5 = 0{,}144$ m³.
Sable à maçonner : $3 \times 0{,}144 = 0{,}432$ m³ ; sable fin : $2 \times 0{,}144 = 0{,}288$ m³. Vérification : $0{,}432 + 0{,}288 = 0{,}72$ m³ et $\dfrac{0{,}432}{0{,}288} = 1{,}5 = \dfrac{3}{2}$. **Il faut bien 0,432 m³ de sable à maçonner et 0,288 m³ de sable fin.**

3) Seul le volume des sacs compte ici (le poids n'est pas utile).
– Sable à maçonner : $0{,}432 \div 0{,}022 \approx 19{,}6$. Avec 19 sacs, on n'aurait que $19 \times 0{,}022 = 0{,}418$ m³, ce qui ne suffit pas : il faut **20 sacs**, qui coûtent $20 \times 2{,}95 = 59$ €.
– Sable fin : $0{,}288 \div 0{,}016 = 18$ exactement : il faut **18 sacs**, qui coûtent $18 \times 5{,}95 = 107{,}10$ €.
Coût total : $59 + 107{,}10 = 166{,}10$. **Le sable nécessaire coûte 166,10 €.**

> ⚠ **Piège.** On n'achète que des sacs entiers : un quotient de 19,6 ne s'arrondit pas à 19 mais se complète à **20** sacs, sinon le bac ne serait pas entièrement rempli.

Exercice 3 – Programmes de calcul, tableur et équation produit *(15 pts)*

1) Programme d'Amir avec 6 : $6 - 5 = 1$; $1 \times 2 = 2$. **On obtient 2.**
Programme de Sonia avec 6 : $6 + 3 = 9$; $9 \times 6 = 54$; $54 - 16 = 38$. **On obtient 38.**

2) a) =(B1-5)*2. Cette formule utilise la référence B1 (le nombre choisi), soustrait 5 puis double le résultat grâce aux parenthèses ; étirée vers la droite, elle devient =(C1-5)*2, =(D1-5)*2, etc. La formule =(-2-5)*2 contient une valeur fixe et donnerait -14 dans toutes les colonnes ; la formule =B1-5*2 calcule $B1 - 10$ (priorité de la multiplication), ce qui n'est pas le programme d'Amir.

2) b) Il faut choisir 2 : dans la colonne F, les deux programmes donnent le même résultat, -6. C'est la seule colonne du tableau où les lignes 2 et 3 sont égales.

3) a) Avec le nombre x : on ajoute 3, ce qui donne $x+3$; on multiplie par le nombre choisi : $(x+3)\times x = x^2+3x$; on soustrait 16 : $x^2+3x-16$. **Le programme de Sonia donne bien $x^2+3x-16$.** (Vérification avec $x=6$: $36+18-16=38$.)

3) b) $(x-2)(x+3)=0$ est une équation produit nul. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x-2=0$ ou $x+3=0$, c'est-à-dire $x=2$ ou $x=-3$. **Les solutions sont 2 et -3 : les deux programmes renvoient le même résultat pour les nombres 2 et -3.**
Vérification avec -3 : Amir : $(-3-5)\times 2=-16$; Sonia : $(-3)^2+3\times(-3)-16=9-9-16=-16$. Le nombre -3, absent de la feuille de calcul, est bien une seconde solution.

Exercice 4 – Probabilités et décomposition en facteurs premiers *(22 pts)*

Partie A : étude du jeu

1) a) L'urne contient $3+4=7$ boules indiscernables au toucher : les tirages sont équiprobables. Il y a 4 boules rouges, donc $p(\text{rouge})=\dfrac{4}{7}$.

1) b) Les boules portant un numéro pair sont la noire n° 2, la rouge n° 2 et la rouge n° 4, soit 3 boules sur 7. **La probabilité de tirer un numéro pair est $\dfrac{3}{7}$.**

2) Comme la première boule est remise, chaque tirage se fait parmi les 7 boules : il y a $7\times 7=49$ couples (1^{re} boule ; 2^{de} boule) équiprobables. On gagne si l'on obtient la rouge n° 1 et une noire, dans n'importe quel ordre :
– rouge n° 1 puis une noire : $1\times 3=3$ issues ;
– une noire puis la rouge n° 1 : $3\times 1=3$ issues.
Soit 6 issues favorables sur 49. **La probabilité de gagner est $\dfrac{6}{49}$** (environ 0,12). On peut aussi calculer $\dfrac{1}{7}\times\dfrac{3}{7}+\dfrac{3}{7}\times\dfrac{1}{7}=\dfrac{3}{49}+\dfrac{3}{49}=\dfrac{6}{49}$.

> ⚠ **Piège.** L'énoncé n'impose pas d'ordre : la boule noire peut sortir en premier. Oublier ce second cas donne $\dfrac{3}{49}$, la moitié de la bonne réponse. Un tableau à double entrée 7×7 permet de ne rien oublier.

Partie B : constitution des lots

1) Pour faire 3 lots identiques en utilisant tout, il faut que 3 divise 195 et 234. La somme des chiffres de 195 est $1+9+5=15$ et celle de 234 est $2+3+4=9$: ce sont des multiples de 3, donc 195 et 234 sont divisibles par 3. En effet $195=3\times 65$ et $234=3\times 78$. **Oui, on peut faire 3 lots, chacun composé de 65 figurines et 78 autocollants.**

2) $195=3\times 65=3\times 5\times 13$, et 3, 5 et 13 sont des nombres premiers. **$195=3\times 5\times 13$.**

3) a) Le nombre de lots doit être un diviseur commun de 195 et de 234. On compare les décompositions : $195=3\times 5\times 13$ et $234=2\times 3^2\times 13$. Les facteurs premiers communs sont 3 et 13, donc le plus grand diviseur commun est $3\times 13=39$. **On peut constituer au maximum 39 lots.**

> 💡 **Astuce.** Pour le plus grand diviseur commun, prends chaque facteur premier présent dans les **deux** décompositions, avec le plus petit exposant : ici 3^1 (et non 3^2) et 13.

3) b) $195\div 39=5$ et $234\div 39=6$ (vérification : $39\times 5=195$ et $39\times 6=234$). **Chaque lot contiendra 5 figurines et 6 autocollants.**

Exercice 5 – Proportionnalité et fonctions affines : location de bateaux *(21 pts)*

1) Étude du tarif proposé par la société A

1) a) Sur le graphique, le point de la droite d'abscisse 2 a pour ordonnée 60. **Une location de 2 heures coûte 60 €.**

1) b) Sur le graphique, 3 heures coûtent 90 € et 4 heures coûtent 120 €, ce qui dépasse 100 €. **Avec 100 €, on peut louer un bateau pendant 3 heures.**

1) c) La représentation graphique du prix en fonction de la durée est **une droite qui passe par l'origine du repère**. **Le prix est donc proportionnel à la durée de location.**

1) d) D'après la question a), 2 heures coûtent 60 €, donc le coefficient de proportionnalité est $60 \div 2 = 30$ € par heure. Pour 10 heures : $10 \times 30 = 300$. **Une location de 10 heures coûte 300 €.** (Vérification : 5 heures coûtent 150 € sur le graphique, et $2 \times 150 = 300$.)

2) Étude du tarif proposé par la société B

2) a) $60 + 15 \times 2 = 60 + 30 = 90$. **Pour 2 heures, on paie bien 90 € avec la société B.**

2) b) f est une fonction affine : sa représentation graphique est une droite. Il suffit de deux points (un troisième sert de contrôle) :
– $f(0) = 15 \times 0 + 60 = 60$: point de coordonnées $(0 ; 60)$;
– $f(4) = 15 \times 4 + 60 = 120$: point $(4 ; 120)$;
– $f(8) = 15 \times 8 + 60 = 180$: point $(8 ; 180)$.
On trace sur l'annexe la droite passant par ces trois points, de l'axe des ordonnées jusqu'à l'abscisse 8, et on la nomme « Société B ».

2) c) Non, le prix n'est pas proportionnel à la durée. La fonction $f(x) = 15x + 60$ est affine mais pas linéaire : sa droite ne passe pas par l'origine (0 heure coûterait déjà 60 € de frais de dossier). Autre justification : 2 heures coûtent 90 € mais 4 heures coûtent 120 €, et non $2 \times 90 = 180$ €.

3) Comparaison des deux tarifs

3) a) Société A : $30 \times 3 = 90$ € (lecture graphique : 90 €). Société B : $f(3) = 15 \times 3 + 60 = 45 + 60 = 105$ €. Comme $90 < 105$, **il faut choisir la société A et on paiera 90 €.**

3) b) Graphiquement, les deux droites se coupent au point de coordonnées $(4 ; 120)$. Par le calcul : on résout $30x = 15x + 60$, soit $15x = 60$, donc $x = 4$. Vérification : société A : $30 \times 4 = 120$ € ; société B : $15 \times 4 + 60 = 120$ €. **Pour une location de 4 heures, le prix est identique dans les deux sociétés : 120 €.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet est accessible mais long (5 exercices avec beaucoup de petites questions) : commence par ce que tu maîtrises le mieux et garde une dizaine de minutes pour le tracé de l'annexe de l'exercice 5, qui rapporte des points faciles. N'oublie surtout pas de rendre l'annexe avec ta copie, droite de la société B nommée.

À l'exercice 2, nomme chaque outil : « tangente » dans le triangle FDE rectangle en D, « théorème de Pythagore », « deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles », « théorème de Thalès ». Pour le toboggan, la réponse attendue n'est pas qu'un nombre : conclus « l'angle mesure 30° au degré près, le toboggan est sécurisé ». Pour les sacs de sable, arrondis toujours au sac supérieur.

Au QCM, aucune justification n'est demandée, mais fais les calculs au brouillon : la fraction se traite en respectant les priorités, la médiane se cherche sur la série **rangée**, et pour Scratch, trace les deux triangles à main levée en suivant le script. À l'exercice 4, pense aux deux ordres de tirage et, pour les lots, utilise les décompositions en facteurs premiers : c'est exactement ce que le sujet te fait préparer.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).