Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM : puissances, fractions, pourcentage, homothétie, médiane, Paniers de légumes : diviseurs et multiples, Isolation d'une toiture : trigonométrie, Pythagore, volume, Randonnée : Thalès et vitesse moyenne, Fonctions : lecture graphique, tableur et équation, Hexagone régulier et programme Scratch

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : puissances, fractions, pourcentage, homothétie, médiane *(15 pts)*

Question 1 : réponse A ($2{,}7 \times 10^{-7}$). Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Or $2{,}7 \times 10^{0} = 2{,}7$ et $2{,}7 \times 10^{7} = 27\,000\,000$ sont supérieurs à 1 : seule $2{,}7 \times 10^{-7} = 0{,}000\,000\,27$ convient (un événement très rare).

Question 2 : réponse A ($-\dfrac{1}{10}$). La multiplication est prioritaire sur la soustraction : $\dfrac{2}{5} \times \dfrac{7}{4} = \dfrac{14}{20} = \dfrac{7}{10}$. Puis $\dfrac{3}{5} - \dfrac{7}{10} = \dfrac{6}{10} - \dfrac{7}{10} = -\dfrac{1}{10}$.

> ⚠ **Piège.** Calculer d'abord $\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{1}{5}$ puis multiplier par $\dfrac{7}{4}$ donne $\dfrac{7}{20}$, la réponse C : c'est l'erreur de priorité que le distracteur attend.

Question 3 : réponse B (25 %). La réduction est de $80 - 60 = 20$ €, ce qui représente $\dfrac{20}{80} = 0{,}25 = 25$ % du prix de départ. Vérification : $80 \times (1 - 0{,}25) = 80 \times 0{,}75 = 60$ €.

Question 4 : réponse C (transforme C en E). D'après les codages, F est le milieu de [AB] et G le milieu de [AD]. L'homothétie de centre A qui transforme B en F a donc pour rapport $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{1}{2}$ (et non 2) : elle transforme chaque point M en le milieu de [AM]. Elle transforme D en G (et non G en D). Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc E est le milieu de [AC] : l'homothétie transforme bien C en E.

Question 5 : réponse C (11). On range les 9 valeurs dans l'ordre croissant : 3 – 5 – 8 – 10 – **11** – 12 – 14 – 17 – 20. L'effectif est impair (9) : la médiane est la 5^{e} valeur (4 valeurs avant, 4 après), soit 11.

Exercice 2 – Paniers de légumes : diviseurs et multiples *(18 pts)*

1) a) $78 = 2 \times 39 = 2 \times 3 \times 13$ et $51 = 3 \times 17$ (2, 3, 13 et 17 sont des nombres premiers). $78 = 2 \times 3 \times 13$ **et** $51 = 3 \times 17$**.**

1) b) Pour utiliser tous les légumes avec des paniers identiques, le nombre de paniers doit diviser à la fois 39, 78 et 51 : c'est un diviseur commun de ces trois nombres. Le nombre maximum de paniers est donc leur plus grand diviseur commun. D'après les décompositions $39 = 3 \times 13$, $78 = 2 \times 3 \times 13$ et $51 = 3 \times 17$, le seul facteur premier commun aux trois nombres est 3. **José peut préparer au maximum 3 paniers.**

1) c) $39 \div 3 = 13$, $78 \div 3 = 26$ et $51 \div 3 = 17$. **Chaque panier contiendrait 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.**

2) a) On effectue la division euclidienne de 51 par 13 : $51 = 13 \times 3 + 12$ avec $12 < 13$. Avec 13 paniers identiques, José peut mettre au plus 3 aubergines par panier, soit $13 \times 3 = 39$ aubergines. **Il restera** $51 - 39 = 12$ **aubergines non utilisées.**

2) b) Pour utiliser toutes les aubergines, leur nombre doit être un multiple de 13. Le premier multiple de 13 supérieur à 51 est $13 \times 4 = 52$. **José doit cueillir au minimum** $52 - 51 = 1$ **aubergine supplémentaire** ; chaque panier contiendra alors 4 aubergines.

> ⚠ **Piège.** Ne confonds pas les deux questions : les 12 aubergines « en trop » de la question 2) a) ne sont pas le nombre à cueillir. Il suffit d'une seule aubergine pour passer de 51 à 52, qui est un multiple de 13.

3) Pour que les 13 paniers aient la même composition sans perte, le nombre de tomates cueillies doit être un multiple de 13. Les multiples de 13 proches de l'intervalle sont : $13 \times 8 = 104$, $13 \times 9 = 117$ et $13 \times 10 = 130$. Seul 117 est compris entre 110 et 125 (104 est trop petit, 130 trop grand). **José doit cueillir au maximum 117 tomates**, soit 9 tomates par panier.

Exercice 3 – Isolation d'une toiture : trigonométrie, Pythagore, volume *(18 pts)*

1) D'après les codages, EB = FG = AC = 2,5 m (même codage). Les points D, E et B sont alignés, avec E entre D et B, donc $DE = DB - EB = 4{,}3 - 2{,}5 = 1{,}8$. **DE = 1,8 m.**

2) Le triangle DEF est rectangle en E (angle droit codé) et $\widehat{EFD} = 30°$. Le côté [DE] est opposé à l'angle $\widehat{EFD}$ et [DF] est l'hypoténuse. On utilise le **sinus** : $\sin\widehat{EFD} = \dfrac{DE}{DF}$, donc $DF = \dfrac{DE}{\sin 30°} = \dfrac{1{,}8}{0{,}5} = 3{,}6$. **La longueur DF du toit de la terrasse est bien égale à 3,6 m.**

3) L'aire du toit de la terrasse est $\mathcal{A} = 12 \times 3{,}6 = 43{,}2$ m². Le nombre de rouleaux nécessaires est $\dfrac{43{,}2}{6} = 7{,}2$. Un nombre de rouleaux est entier et 7 rouleaux ne couvrent que $7 \times 6 = 42$ m², ce qui est insuffisant. **Matthieu doit acheter 8 rouleaux de laine de roche.**

4) Les côtés [AC] et [BE] sont tous deux perpendiculaires à la droite (AB) (angles droits codés en A et en B), situés du même côté de (AB) et de même longueur 2,5 m : le quadrilatère ABEC est donc un **rectangle**. On en déduit que $CE = AB = 8$ m et que $\widehat{CEB} = 90°$; comme D, E et B sont alignés, l'angle $\widehat{CED}$ est droit lui aussi : le triangle CED est rectangle en E.
Dans le triangle CED rectangle en E, avec CE = 8 m et DE = 1,8 m (question 1), d'après le **théorème de Pythagore** : $CD^2 = CE^2 + DE^2 = 8^2 + 1{,}8^2 = 64 + 3{,}24 = 67{,}24$.
Donc $CD = \sqrt{67{,}24} = 8{,}2$ (en effet $8{,}2^2 = 67{,}24$). **La longueur CD du toit de la partie habitable est bien égale à 8,2 m.**

> 💡 **Astuce.** Quand aucun triangle rectangle n'apparaît directement, trace sur la figure l'horizontale qui passe par C : elle arrive au point E, car AC = BE = 2,5 m. Le triangle rectangle CED apparaît, avec deux côtés déjà connus.

5) On convertit l'épaisseur : 10 cm = 0,1 m. La ouate forme un pavé droit de volume $V = 12 \times 8{,}2 \times 0{,}1 = 9{,}84$ m³. Une densité de 40 kg/m³ signifie que 1 m³ de ouate pèse 40 kg, donc la masse est $m = 9{,}84 \times 40 = 393{,}6$ kg. **Matthieu doit acheter 393,6 kg de ouate de cellulose** (soit environ 394 kg).

Exercice 4 – Randonnée : Thalès et vitesse moyenne *(13 pts)*

1) Les droites (PN) et (VM) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (DM) (angles droits codés en N et en M). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. **Les droites (PN) et (VM) sont donc parallèles.**

2) Les points D, P, V sont alignés, les points D, N, M sont alignés et les droites (PN) et (VM) sont parallèles (question 1). D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle DVM : $\dfrac{DP}{DV} = \dfrac{DN}{DM} = \dfrac{PN}{VM}$.
Avec DP = 3 km, DV = 3,8 km et VM = 0,741 km : $\dfrac{3}{3{,}8} = \dfrac{PN}{0{,}741}$, donc $PN = \dfrac{3 \times 0{,}741}{3{,}8} = \dfrac{2{,}223}{3{,}8} = 0{,}585$ km.
Au panneau P, Fabienne se trouve à 0,585 km, soit 585 m d'altitude.

3) Fabienne a parcouru DP $= 3$ km en 2 h. Sa vitesse moyenne est $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$ km/h. **Elle a parcouru le trajet [DP] à 1,5 km/h de moyenne.**

4) Il lui reste $PV = DV - DP = 3{,}8 - 3 = 0{,}8$ km à parcourir à 1,2 km/h. La durée de ce trajet est $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{0{,}8}{1{,}2} = \dfrac{2}{3}$ h, soit $\dfrac{2}{3} \times 60 = 40$ min.
Durée totale de son aller : 2 h + 40 min = 2 h 40 min. Comme 2 h 40 min $>$ 2 h 30 min, **Fabienne a dépassé la durée estimée, de 10 minutes.**

> ⚠ **Piège.** $\dfrac{2}{3}$ h ne vaut pas 0,67 min ni 67 min : pour convertir des heures en minutes, on multiplie par 60, ce qui donne 40 min.

Exercice 5 – Fonctions : lecture graphique, tableur et équation *(20 pts)*

1) a) La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. La courbe $\mathcal{C}_f$ de l'annexe n'est pas une droite (c'est une courbe en forme de « U » qui descend puis remonte). **La fonction f n'est donc pas une fonction affine.**

1) b) On lit sur le graphique l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -1, 0, 1 puis 2 :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-3	-4	-3	0	5

Ces lectures sont confirmées par le calcul avec l'expression donnée à la question 3 : $f(-1) = 2 \times (-2) = -4$, $f(0) = 3 \times (-1) = -3$, $f(1) = 4 \times 0 = 0$ et $f(2) = 5 \times 1 = 5$.

1) c) La bonne formule est **=(B1+3)*(B1-1)**. Elle donne en B2 : $(-3 + 3) \times (-3 - 1) = 0$ et, étendue en C2 : $(-2 + 3) \times (-2 - 1) = -3$, ce qui correspond au tableau. La formule =B1+3 donnerait 0 puis 1 (et non -3), et =SOMME(B1:G1) additionne les valeurs de x et ne dépend pas d'une seule cellule.

2) a) $g(-2) = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3$. **L'image de -2 par g est -3.**

2) b) $g(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$. $g(3) = 7$.

2) c) On cherche x tel que $g(x) = 2$: $2x + 1 = 2$, donc $2x = 1$ et $x = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$. **L'antécédent de 2 par g est 0,5.** Vérification : $g(0{,}5) = 2 \times 0{,}5 + 1 = 2$.

2) d) La fonction g est affine : sa représentation graphique est une droite. Il suffit de placer deux points, par exemple les points de coordonnées $(-2; -3)$ et $(3; 7)$ obtenus aux questions 2) a) et 2) b), puis de tracer la droite qui passe par ces points. On peut contrôler avec un troisième point : $(0; 1)$, car l'ordonnée à l'origine vaut 1.

3) a) On développe avec la double distributivité : $(x + 3)(x - 1) = x \times x + x \times (-1) + 3 \times x + 3 \times (-1) = x^2 - x + 3x - 3$. $(x + 3)(x - 1) = x^2 + 2x - 3$.

3) b) On résout $f(x) = g(x)$, soit $x^2 + 2x - 3 = 2x + 1$. En soustrayant $2x$ aux deux membres : $x^2 - 3 = 1$, puis en ajoutant 3 : $x^2 = 4$. Les nombres dont le carré vaut 4 sont 2 et -2. **On a $f(x) = g(x)$ pour $x = 2$ et pour $x = -2$.**
Vérification : $f(2) = 5 \times 1 = 5$ et $g(2) = 5$; $f(-2) = 1 \times (-3) = -3$ et $g(-2) = -3$. Graphiquement, ce sont les abscisses des deux points d'intersection de la droite tracée en 2) d) avec la courbe $\mathcal{C}_f$.

Exercice 6 – Hexagone régulier et programme Scratch *(16 pts)*

1) a) Les points A, B et X sont alignés, donc l'angle $\widehat{ABX}$ est un angle plat : $\widehat{ABC} + \widehat{XBC} = 180°$. Comme l'angle de l'hexagone régulier mesure $\widehat{ABC} = 120°$, on obtient $\widehat{XBC} = 180° - 120° = 60°$. **L'angle $\widehat{XBC}$ mesure 60°.**

1) b) Un hexagone a 6 côtés : il faut répéter 6 fois « avancer de longueur » puis tourner. Arrivé en B en venant de A, le lutin regarde dans la direction de X ; pour partir vers C, il doit tourner de l'angle $\widehat{XBC}$ calculé en 1) a) (l'angle extérieur de l'hexagone). **On complète : « répéter 6 fois » et « tourner de 60 degrés ».** Contrôle : $6 \times 60° = 360°$, le lutin fait un tour complet et revient à son point de départ dans sa direction de départ.

> ⚠ **Piège.** Écrire « tourner de 120 degrés » (l'angle intérieur) est l'erreur classique : le lutin tournerait trop et tracerait un triangle équilatéral. On tourne toujours de l'angle extérieur, ici $180° - 120° = 60°$.

2) a) Le bloc Hexagone se trouve dans une boucle « répéter 5 fois ». **Le script trace 5 hexagones réguliers.**

2) b) La variable « longueur » est mise à 32 avant la boucle et le premier hexagone est tracé avant toute modification. **Les côtés du 1er hexagone mesurent 32 pas.**

2) c) Après le premier hexagone, la longueur est multipliée par 1,5 : $32 \times 1{,}5 = 48$. **Les côtés du 2e hexagone mesurent 48 pas.** (Les suivants mesurent 72, 108 puis 162 pas.)

2) d) C'est le dessin 3. Les hexagones ont des tailles différentes (32, 48, 72…), ce qui exclut le dessin 1, où ils sont tous identiques. Après chaque hexagone, le lutin revient à son point de départ, dans la même direction (vers la droite, puisqu'il a tourné de 360° au total), et le script ne le déplace jamais : tous les hexagones partent donc du même sommet et commencent par un côté horizontal tracé vers la droite, avant de tourner vers la gauche. Les hexagones ont ainsi un sommet commun (en bas à gauche) et leurs côtés inférieurs sur la même droite, comme sur le dessin 3. Les hexagones du dessin 2 ont le même centre, ce que ce script ne peut pas produire.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte deux annexes à rendre avec la copie (tableau et courbe de l'exercice 5, bloc Hexagone de l'exercice 6) : complète-les soigneusement, écris-y ton numéro de candidat et n'oublie pas de les glisser dans ta copie. Pour le tracé de la droite de g, utilise une règle et place au moins deux points calculés.

Les exercices 3 et 4 demandent de « faire apparaître les différentes étapes » : nomme le triangle rectangle utilisé, la propriété (sinus, Pythagore, Thalès, droites perpendiculaires à une même droite) et termine par une phrase avec l'unité. À l'exercice 3, la clé est de voir que E se trouve à la même hauteur que C (AC = BE = 2,5 m) : tout le reste en découle.

À l'exercice 2, les trois questions reposent sur les multiples et diviseurs : pour « le plus de paniers possible », on cherche un diviseur commun ; pour « ne rien perdre avec 13 paniers », on cherche un multiple de 13. Enfin, pour les durées, convertis les heures décimales en minutes en multipliant par 60 ($\frac{2}{3}$ h = 40 min).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).