Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane (remplacement)

QCM : diviseurs, agrandissement, calcul, probabilité, homothétie, Scratch : losanges, frises et rotation, Tarifs de piscine, fonctions, statistiques et volume, Funiculaire : tarifs, pourcentage, vitesse et pente, Pythagore, trigonométrie et Thalès dans un triangle

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : diviseurs, agrandissement, calcul, probabilité, homothétie *(20 pts)*

1. On vérifie que chaque nombre proposé divise 84 : $84 = 2 \times 42$, $84 = 3 \times 28$ et $84 = 4 \times 21$. Les nombres de la réponse A sont des *multiples* de 84, pas des diviseurs, et 5 ne divise pas 84 (84 ne se termine ni par 0 ni par 5). **Réponse B : 2, 3 et 4.**

2. Dans un agrandissement de coefficient k, les longueurs sont multipliées par k, les aires par k^2 et les volumes par k^3. Ici $k = 2$, donc le volume est multiplié par $2^3 = 8$. **Réponse B : 8.**

> ⚠ **Piège.** Le coefficient 2 ne s'applique qu'aux longueurs. Pour un volume, on l'élève au cube : $2^3 = 8$, et non 2 ni 4 (4 correspond aux aires).

3. On remplace x par -2 : $(-2)^2 + 3 \times (-2) - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$. **Réponse C : -7.**

4. Les huit boules sont équiprobables. Les multiples de 2 entre 1 et 8 sont 2, 4, 6 et 8, soit 4 issues favorables : $p = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$. **Réponse A : $\dfrac{1}{2}$.**

5. Le triangle DEF est situé de l'autre côté du centre O par rapport au triangle ABC : le rapport de l'homothétie est donc négatif. De plus, DEF est un agrandissement de ABC : sur la figure, le côté [EF] (image de [BC]) est environ deux fois plus long que [BC]. Le rapport vaut donc -2. **Réponse A : -2.**

Exercice 2 – Scratch : losanges, frises et rotation *(14 pts)*

1. Le losange a quatre côtés de 50 pas. Le corps de la boucle trace deux côtés (lignes 4 et 6) en tournant de $60°$ puis de $120°$; il faut donc le répéter 2 fois pour obtenir les quatre côtés, et le lutin a alors tourné de $2 \times (60° + 120°) = 360°$: il revient à son point de départ dans sa direction initiale. Tous les côtés du losange mesurent 50 pas.
Ligne 3 : répéter 2 fois.
Ligne 6 : avancer de 50 pas.

2. Les trois scripts partent du même point $(-220; 0)$ en direction de la droite.
– Script 1 : après chaque losange, le lutin avance de 50 pas, soit exactement la longueur d'un côté : les losanges sont collés les uns aux autres. **Script 1 → figure C.**
– Script 2 : le lutin avance de 100 pas, soit deux côtés : les losanges sont alignés et séparés par un espace.
Script 2 → figure A.
– Script 3 : le lutin avance de 50 pas puis monte de 30 pas (« ajouter 30 à y ») : les losanges forment un escalier.
Script 3 → figure B.

3. Le programme trace 6 losanges ayant tous le sommet C (le point de coordonnées $(0; 0)$) en commun, en tournant de $60°$ dans le sens des aiguilles d'une montre entre deux losanges (et $6 \times 60° = 360°$). Le losange ABCD s'obtient à partir du losange EDCF par la **rotation de centre C, d'angle $60°$, dans le sens des aiguilles d'une montre** (sens horaire). Cette rotation transforme F en D, E en A, D en B et laisse C fixe.

> 💡 **Astuce.** Pour une rotation, trois caractéristiques sont attendues : le centre, l'angle et le sens. Pour trouver le sens, suis un point : F est à gauche de C et son image D est au-dessus à gauche, on a donc « remonté » comme les aiguilles d'une montre.

Exercice 3 – Tarifs de piscine, fonctions, statistiques et volume *(22 pts)*

1. a. Avec le tarif A, chaque entrée coûte 5,90 € : $10 \times 5{,}90 = 59$. **10 entrées coûtent 59 € avec le tarif A.**

1. b. Avec le tarif B, on paie la carte de 30 € puis 4,40 € par entrée : $30 + 10 \times 4{,}40 = 30 + 44 = 74$. **10 entrées coûtent 74 € avec le tarif B.**

2. Pour x entrées, le prix au tarif A est proportionnel au nombre d'entrées, et le prix au tarif B est la somme de l'abonnement et du prix des entrées :
$f(x) = 5{,}90x$ et $g(x) = 4{,}40x + 30$.
(f est une fonction linéaire, g une fonction affine.)

3. a. $5{,}90x = 4{,}40x + 30$
$5{,}90x - 4{,}40x = 30$
$1{,}50x = 30$
$x = \dfrac{30}{1{,}50} = 20$.
La solution de l'équation est 20.

3. b. Les deux tarifs donnent le même prix lorsque $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire pour la solution de l'équation précédente. Vérification : $f(20) = 5{,}90 \times 20 = 118$ et $g(20) = 4{,}40 \times 20 + 30 = 88 + 30 = 118$. **Pour 20 entrées, les deux tarifs coûtent 118 €.**

4. a. On additionne les nombres d'entrées des 12 mois puis on divise par 12 :
$12\,500 + 13\,700 + 10\,400 + 13\,600 + 12\,300 + 11\,700 + 10\,400 + 11\,600 + 10\,200 + 13\,800 + 12\,600 + 11\,800 = 144\,600$.
$\dfrac{144\,600}{12} = 12\,050$. **Le nombre moyen d'entrées par mois est 12 050.**

4. b. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $13\,800 - 10\,200 = 3\,600$.
L'étendue est de 3 600 entrées.

5. Le volume d'un pavé droit est $V = L \times \ell \times h$: $V = 50 \times 25 \times 3 = 3\,750$. **La vidange évacue 3 750 m³ d'eau.**

> ⚠ **Piège.** Pour la moyenne, vérifie bien que tu as additionné les 12 valeurs (deux mois valent 10 400 : ne les compte pas une seule fois). Une moyenne doit toujours être comprise entre la plus petite et la plus grande valeur : 12 050 est bien entre 10 200 et 13 800.

Exercice 4 – Funiculaire : tarifs, pourcentage, vitesse et pente *(20 pts)*

1. a. Les enfants ont entre 6 et 10 ans, ils bénéficient donc du tarif enfant (5 à 11 ans). Aller-retour au tarif individuel : 10 € par adulte et 8 € par enfant.
$12 \times 10 + 8 \times 8 = 120 + 64 = 184$. **Le groupe paie 184 € au tarif individuel.**

1. b. Le groupe compte $12 + 8 = 20$ personnes : il a droit au tarif de groupe (à partir de 20 personnes). Aller-retour : 8,50 € par adulte et 7 € par enfant.
$12 \times 8{,}50 + 8 \times 7 = 102 + 56 = 158$. **Le groupe paie 158 € au tarif de groupe.**

1. c. La réduction vaut $184 - 158 = 26$ €. On l'exprime en pourcentage du tarif individuel :
$\dfrac{26}{184} \times 100 \approx 14{,}1$. **Le tarif de groupe permet une réduction d'environ 14,1 %.**

2. On convertit la durée en secondes : 8 min 45 s $= 8 \times 60 + 45 = 525$ s.
$v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{448{,}5}{525} \approx 0{,}854$. **La vitesse moyenne est d'environ 0,85 m/s.**

> ⚠ **Piège.** 8 min 45 s ne s'écrit pas 8,45 min ! 45 s font $\dfrac{45}{60} = 0{,}75$ min. Convertis toujours tout en secondes pour obtenir une vitesse en m/s.

3. D'après la définition, Pente $= \dfrac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}}$, avec une pente de 25 %, soit 0,25, et un dénivelé $BC = 50$ m :
$0{,}25 = \dfrac{50}{AC}$, donc $AC = \dfrac{50}{0{,}25} = 200$. **La longueur horizontale AC mesure 200 m.**

Exercice 5 – Pythagore, trigonométrie et Thalès dans un triangle *(24 pts)*

1. Le point M appartient au segment [AB], donc $AB = AM + MB = 2{,}7 + 2{,}5 = 5{,}2$. **AB = 5,2 cm.**

2. Le triangle ABH est rectangle en H (la hauteur [AH] est perpendiculaire à (BC)). D'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AH^2 + BH^2$, donc $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5{,}2^2 - 2^2 = 27{,}04 - 4 = 23{,}04$.
$AH = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$. **La longueur AH est bien égale à 4,8 cm.**

3. Dans le triangle AHC rectangle en H, [AH] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACH}$ et [AC] est l'hypoténuse. On utilise le **sinus** :
$\sin\widehat{ACH} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{4{,}8}{8{,}5}$, donc $\widehat{ACH} = \arcsin\left(\dfrac{4{,}8}{8{,}5}\right) \approx 34{,}4°$. **L'angle $\widehat{ACH}$ mesure environ $34°$ (arrondi au degré).**

4. Le triangle AHC est rectangle en H. D'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AH^2 + HC^2$, donc $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 8{,}5^2 - 4{,}8^2 = 72{,}25 - 23{,}04 = 49{,}21$.
$HC = \sqrt{49{,}21} \approx 7{,}01$. **HC ≈ 7 cm (arrondi au cm).**

> 💡 **Astuce.** Contrôle ton calcul avec la question 3 : $\cos\widehat{ACH} = \dfrac{HC}{AC}$ donne $HC = 8{,}5 \times \cos(34{,}38°) \approx 7{,}01$ cm. Les deux méthodes concordent.

5. Les points A, M, B sont alignés, les points A, N, C sont alignés et les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.
Donc $\dfrac{2{,}7}{5{,}2} = \dfrac{AN}{8{,}5}$, d'où $AN = \dfrac{8{,}5 \times 2{,}7}{5{,}2} \approx 4{,}41$ cm.
Comme $4{,}41 > 4$, **AN est supérieure à 4 cm : l'élève a tort.**

6. Le triangle AHC est rectangle en H : ses côtés [AH] et [HC] sont perpendiculaires, l'un sert de base et l'autre de hauteur.
$\mathcal{A} = \dfrac{AH \times HC}{2} = \dfrac{4{,}8 \times \sqrt{49{,}21}}{2} \approx 16{,}8$. **L'aire du triangle AHC est d'environ 16,8 cm².** (Avec la valeur arrondie $HC \approx 7$ cm, on obtient aussi $\dfrac{4{,}8 \times 7}{2} = 16{,}8$ cm².)

Conseils pour le jour J

Ce sujet est accessible et très calculatoire : les points se gagnent par la rigueur. Au QCM, aucune justification n'est demandée, mais fais chaque calcul au brouillon (le carré de -2 vaut 4, pas -4) et souviens-toi qu'un agrandissement de coefficient 2 multiplie un volume par 8. À l'exercice 2, relis bien les scripts Scratch : la seule différence entre les scripts 1 et 2 est la valeur 50 ou 100, et c'est elle qui décide si les losanges se touchent ou non.

À l'exercice 5, nomme chaque outil avant de calculer : « le triangle ABH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore », « d'après le théorème de Thalès » (avec les alignements et le parallélisme), « sinus » pour l'angle. Respecte les arrondis demandés (au degré, au cm) et garde les valeurs exactes dans la calculatrice pour les questions suivantes. À l'exercice 4, la conversion de 8 min 45 s en 525 s est l'erreur classique : prends le temps de la faire proprement, et vérifie que le groupe compte bien 20 personnes avant d'appliquer le tarif de groupe.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).