Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane

Tableur et statistiques sur des ventes de lunettes, Aires, Thalès et Pythagore dans une figure géométrique, QCM : pourcentages, probabilités, rotation, volume, Escalier : Pythagore, angle et programme Scratch, Deux programmes de calcul et fonctions affines

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Tableur et statistiques sur des ventes de lunettes *(20 pts)*

1. L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur. Le prix le plus élevé est 160 € (modèle 5) et le plus bas est 75 € (modèle 1) : $160 - 75 = 85$. **L'étendue des prix est bien de 85 €.**

2. a) Le total des paires vendues est la somme des cellules B2 à F2. La formule à saisir en G2 est **=SOMME(B2:F2)** (ou =B2+C2+D2+E2+F2).

2. b) $1\,200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3\,575$. **L'opticien a vendu 3 575 paires de lunettes de soleil en 2022.**

3. a) Pour chaque modèle, le montant des ventes est le nombre de paires multiplié par le prix unitaire : $1\,200 \times 75 = 90\,000$; $950 \times 100 = 95\,000$; $875 \times 110 = 96\,250$; $250 \times 140 = 35\,000$; $300 \times 160 = 48\,000$. Total : $90\,000 + 95\,000 + 96\,250 + 35\,000 + 48\,000 = 364\,250$. **Le montant total des ventes est de 364 250 €.**

3. b) Le prix moyen d'une paire vendue est le montant total divisé par le nombre de paires vendues (moyenne pondérée par les effectifs) : $\dfrac{364\,250}{3\,575} \approx 101{,}888$. **Le prix moyen d'une paire vendue est d'environ 101,89 € (arrondi au centime).** Attention : ce n'est pas la moyenne des cinq prix (117 €), car les modèles ne se sont pas vendus en quantités égales.

Exercice 2 – Aires, Thalès et Pythagore dans une figure géométrique *(20 pts)*

1. BCDE est un rectangle de longueur $EB = 7$ cm et de largeur $BC = 4{,}2$ cm. Aire $= EB \times BC = 7 \times 4{,}2 = 29{,}4$. **L'aire du rectangle BCDE est bien 29,4 cm².**

2. a) Le triangle BAE est rectangle en A, son hypoténuse est [BE]. D'après le **théorème de Pythagore** : $BE^2 = AB^2 + AE^2$, soit $7^2 = 4{,}2^2 + AE^2$. D'où $AE^2 = 49 - 17{,}64 = 31{,}36$ et $AE = \sqrt{31{,}36} = 5{,}6$. **AE = 5,6 cm.**

2. b) Dans le triangle ABE rectangle en A, les côtés [AB] et [AE] sont perpendiculaires. Aire $= \dfrac{AB \times AE}{2} = \dfrac{4{,}2 \times 5{,}6}{2} = \dfrac{23{,}52}{2} = 11{,}76$. **L'aire du triangle ABE est 11,76 cm².**

3. a) BCDE est un rectangle, donc $(ED) \perp (CD)$. Par hypothèse, (HA) est la perpendiculaire à (CD) passant par A, donc $(HA) \perp (CD)$. **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles : (ED) et (HA) sont parallèles.**

3. b) Les points F, E, A sont alignés, les points F, D, H sont alignés (les droites (FA) et (FH) sont sécantes en F) et (ED) // (HA). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{FE}{FA} = \dfrac{FD}{FH} = \dfrac{ED}{HA}$.
On connaît $FE = 7$ cm, $FA = FE + EA = 7 + 5{,}6 = 12{,}6$ cm et $ED = BC = 4{,}2$ cm (côtés opposés du rectangle). Donc $\dfrac{7}{12{,}6} = \dfrac{4{,}2}{HA}$, d'où $HA = \dfrac{4{,}2 \times 12{,}6}{7} = 4{,}2 \times 1{,}8 = 7{,}56$. **AH = 7,56 cm.**

Exercice 3 – QCM : pourcentages, probabilités, rotation, volume *(20 pts)*

Question 1 : réponse B (15). $60\ \%$ de $25 = \dfrac{60}{100} \times 25 = 15$ filles.

Question 2 : réponse C ($2 \times 3^2 \times 7$). $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$. La réponse A n'est pas une décomposition en facteurs premiers (9 n'est pas premier) et la réponse B est une somme, pas un produit.

Question 3 : réponse A ($\dfrac{2}{3}$). Il y a $17 + 23 + 20 = 60$ jetons ; les jetons rouges ou jaunes sont au nombre de $17 + 23 = 40$. Probabilité : $\dfrac{40}{60} = \dfrac{2}{3}$.

Question 4 : réponse B ([GF]). Sur l'octogone régulier, la rotation de centre O qui envoie A sur D fait « avancer » chaque sommet de trois positions dans le sens A $\to$ B $\to$ C $\to$ D. L'image de D est donc G et celle de C est F : l'image du segment [DC] est le segment [GF].

Question 5 : réponse B (3 900 L). Volume du pavé droit $= L \times l \times h = 2 \times 1{,}3 \times 1{,}5 = 3{,}9$ m³, soit $3{,}9 \times 1\,000 = 3\,900$ L.

Exercice 4 – Escalier : Pythagore, angle et programme Scratch *(20 pts)*

1. a) L'escalier mesure 272 cm de haut et chaque marche 17 cm : $272 \div 17 = 16$. **Il faut prévoir 16 marches.**

1. b) Chaque marche a une profondeur de 27 cm et il y a 16 marches : $AB = 16 \times 27 = 432$. **AB = 432 cm.**

2. a) Le triangle ABC est rectangle en B. Le côté [BC] (hauteur de l'escalier, 272 cm) est opposé à l'angle $\widehat{BAC}$ et le côté [AB] (432 cm) lui est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{272}{432} \approx 0{,}630$. À la calculatrice, $\widehat{BAC} = \arctan\left(\dfrac{272}{432}\right) \approx 32{,}2°$. **L'angle $\widehat{BAC}$ mesure environ $32°$ (arrondi au degré).**

2. b) $25° \leqslant 32° \leqslant 40°$. **L'escalier permet une montée agréable.**

3. Le lutin est orienté vers la droite (ligne 2). Pour dessiner une marche, il tourne vers la gauche de 90° pour se diriger vers le haut, monte de la hauteur d'une marche (17 pas), tourne vers la droite de 90° pour se diriger à nouveau vers la droite, puis avance de la profondeur d'une marche (27 pas). Ce motif est répété pour chacune des 16 marches.
Ligne 5 : répéter 16 fois
Ligne 6 : tourner (à gauche) de 90 degrés
Ligne 7 : avancer de 17 pas
Ligne 9 : avancer de 27 pas

Exercice 5 – Deux programmes de calcul et fonctions affines *(20 pts)*

1. a) Programme A avec -3 : $-3 \times (-2) = 6$; $6 + 5 = 11$. **Le résultat est bien 11.**

1. b) Programme B avec 5,5 : $5{,}5 - 5 = 0{,}5$; $0{,}5 \times 3 = 1{,}5$; $1{,}5 + 11 = 12{,}5$. **On obtient 12,5.**

2. Avec x au départ : soustraire 5 donne $x - 5$; multiplier par 3 donne $3(x - 5) = 3x - 15$; ajouter 11 donne $3x - 15 + 11 = 3x - 4$. **Le résultat du programme B est bien $3x - 4$.** (Vérification avec 5,5 : $3 \times 5{,}5 - 4 = 16{,}5 - 4 = 12{,}5$.)

3. a) $f(x) = -2x + 5$ a un coefficient directeur négatif (-2), sa droite « descend » ; de plus $f(0) = 5$, donc elle coupe l'axe des ordonnées en 5. C'est la droite (D_2). (D_2) **représente f.**
$g(x) = 3x - 4$ a un coefficient directeur positif (3), sa droite « monte » ; $g(0) = -4$, elle coupe l'axe des ordonnées en -4. C'est la droite (D_1). (D_1) **représente g.**

3. b) Le nombre qui a la même image par f et par g est l'abscisse du point d'intersection des deux droites. Sur le graphique, ce point a pour abscisse environ **1,8** (et pour ordonnée environ 1,4).

4. On résout l'équation $-2x + 5 = 3x - 4$:
$-2x - 3x = -4 - 5$, soit $-5x = -9$, d'où $x = \dfrac{-9}{-5} = \dfrac{9}{5} = 1{,}8$.
Vérification : programme A, $-2 \times 1{,}8 + 5 = 1{,}4$; programme B, $3 \times 1{,}8 - 4 = 1{,}4$. **Les deux programmes donnent le même résultat pour le nombre de départ 1,8**, ce qui confirme la lecture graphique.

Conseils pour le jour J

Sujet équilibré et sans piège majeur, où la note se joue sur la rigueur. À l'exercice 1, ne confonds pas la moyenne des cinq prix (117 €) avec le prix moyen d'une paire vendue, qui doit être pondéré par les quantités : c'est l'erreur qui coûte le plus cher ici. À l'exercice 2, écris « d'après le théorème de Pythagore » puis « d'après le théorème de Thalès » avec les trois rapports, et n'oublie pas que FA = FE + EA (7 + 5,6) et que ED = BC dans un rectangle. À l'exercice 4, la tangente est le bon outil (côté opposé et côté adjacent connus) ; arrondis seulement à la fin. À l'exercice 5, associer les droites se justifie par le signe du coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine, en deux phrases ; et la question 4 doit retrouver exactement la valeur lue en 3. b, ce qui est un bon contrôle de tes calculs.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).