Corrigé – Brevet 2023 – mathématiques – Asie

Centre de loisirs : Pythagore, Thalès, aires et budget, QCM : probabilité, pourcentage, homothétie, fonctions, puissances, trigonométrie, Programme de calcul, fonction carré et tableur, Scratch : carrés, rectangles et frises, Glacier : moyenne, pourcentage, volume d'une boule

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Centre de loisirs : Pythagore, Thalès, aires et budget *(22 pts)*

1) Les points C, E et D sont alignés et, d'après la figure, E est situé entre C et D. Donc $CD = CE + ED = 30 + 10 = 40$. **CD = 40 m.**

2) Les droites (DG) et (CD) sont perpendiculaires, donc le triangle CDG est rectangle en D. D'après le **théorème de Pythagore** : $CG^2 = CD^2 + DG^2 = 40^2 + 24^2 = 1\,600 + 576 = 2\,176$.
$CG = \sqrt{2\,176} \approx 46{,}6$. **CG ≈ 46,6 m (arrondi au dixième).**

3) Les points C, E, D sont alignés, les points C, F, G sont alignés et les droites (EF) et (DG) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CE}{CD} = \dfrac{CF}{CG} = \dfrac{EF}{DG}$.
Donc $\dfrac{30}{40} = \dfrac{EF}{24}$, d'où $EF = \dfrac{30 \times 24}{40} = \dfrac{720}{40} = 18$. **La clôture [EF] doit bien mesurer 18 m.**

4) Les droites (EF) et (DG) sont parallèles et (DG) est perpendiculaire à (CD) : or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Donc (EF) est perpendiculaire à (CD) et le triangle CEF est rectangle en E.
Aire de la zone de jeux : $\mathcal{A} = \dfrac{CE \times EF}{2} = \dfrac{30 \times 18}{2} = 270$ m².
Nombre de sacs : $\dfrac{270}{140} \approx 1{,}93$. Un seul sac ne suffit pas (il couvre 140 m² < 270 m²), il faut donc acheter **2 sacs**.
Budget : $2 \times 22{,}90 = 45{,}80$. **Il faut prévoir un budget de 45,80 €.**

> ⚠ **Piège.** On achète un nombre entier de sacs : 1,93 s'arrondit au nombre entier **supérieur**, soit 2 sacs, et non à $1{,}93 \times 22{,}90$ €.

5) Le triangle CDG est rectangle en D : son aire est $\dfrac{CD \times DG}{2} = \dfrac{40 \times 24}{2} = 480$ m². Le potager DEFG est le triangle CDG privé de la zone de jeux CEF :
$\mathcal{A}_{\text{potager}} = 480 - 270 = 210$ m².
(Vérification : DEFG est un trapèze rectangle de bases 18 m et 24 m et de hauteur 10 m, d'aire $\dfrac{(18+24) \times 10}{2} = 210$ m².)
Comme $210 < 270$, **le potager est plus petit que la zone de jeux : la directrice a tort.**

Exercice 2 – QCM : probabilité, pourcentage, homothétie, fonctions, puissances, trigonométrie *(18 pts)*

1) Le sac contient $2 + 3 + 3 = 8$ billes équiprobables, dont 2 rouges : $p = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$. **Réponse B : $\dfrac{1}{4}$.**

2) Augmenter de 25 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{25}{100} = 1{,}25$. **Réponse A : 1,25.**

3) Le triangle ② n'a pas la même taille que le triangle ① : ce n'est donc pas une translation (qui conserve les longueurs). Les droites issues de D passent par les sommets correspondants des deux triangles, et les deux triangles sont **du même côté** du point D : le rapport de l'homothétie est positif. Le triangle ② est un

agrandissement du triangle ① (ses côtés sont trois fois plus longs). **Réponse C : une homothétie de centre D et de rapport 3.**

4) $f(x) = -9 - 7x = -7x + (-9)$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -7$ et $b = -9$. Comme $b \neq 0$, ce n'est pas une fonction linéaire. **Réponse A : f est une fonction affine.**

5) 9 461 milliards de kilomètres $= 9\,461 \times 10^9$ km $= 9{,}461 \times 10^{12}$ km. Comme 1 km $= 10^3$ m : $9{,}461 \times 10^{12} \times 10^3 = 9{,}461 \times 10^{15}$ m. **Réponse A :** $9{,}461 \times 10^{15}$ **m.**

> ⚠ **Piège.** La réponse B donne la distance en **kilomètres**, pas en mètres : n'oublie pas de multiplier par 10^3 pour convertir.

6) Dans le triangle ABC rectangle en A, [BC] est l'hypoténuse (5 cm) et [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC} = 30°$. Donc $\cos 30° = \dfrac{AB}{BC}$, d'où $AB = 5 \times \cos 30°$ ($\approx 4{,}33$ cm). **Réponse B :** $5 \times \cos 30°$**.**

Exercice 3 – Programme de calcul, fonction carré et tableur *(20 pts)*

PARTIE A

1) Avec 3 : le carré vaut $3^2 = 9$; $9 \times 5 = 45$; $45 + 4 = 49$; $49 \times 2 = 98$; $98 - 8 = 90$. **Le programme donne bien 90.**

2) Avec 2 : $2^2 = 4$; $4 \times 5 = 20$; $20 + 4 = 24$; $24 \times 2 = 48$; $48 - 8 = 40$.
Avec -2 : $(-2)^2 = 4$; $4 \times 5 = 20$; $20 + 4 = 24$; $24 \times 2 = 48$; $48 - 8 = 40$.
Les deux nombres ont le même carré (4), et la suite du programme est identique. **Les deux élèves obtiennent le même résultat : 40.**

3) Soit x le nombre de départ. On obtient successivement x^2, puis $5x^2$, puis $5x^2 + 4$, puis $2(5x^2 + 4) = 10x^2 + 8$, puis $10x^2 + 8 - 8 = 10x^2$. **Le résultat du programme s'écrit bien** $10x^2$**.** (Vérification : $10 \times 3^2 = 90$ et $10 \times 2^2 = 40$.)

PARTIE B

4) On trace la droite horizontale d'ordonnée 30 : elle coupe la courbe $\mathcal{C}_f$ en deux points dont les abscisses sont environ $-1{,}7$ et $1{,}7$. **Les antécédents de 30 par f sont environ** $-1{,}7$ **et** $1{,}7$**.**

5. a. La cellule B2 doit calculer $10 \times A2^2$: **=10*A2^2** (ou **=10*A2*A2**).

5. b. Les résultats qui encadrent 30 sont 29,929 (pour 1,73) et 30,276 (pour 1,74). On a $30 - 29{,}929 = 0{,}071$ et $30{,}276 - 30 = 0{,}276$. **Le nombre de départ donnant le résultat le plus proche de 30 est 1,73.**

6) On résout $10x^2 = 30$, soit $x^2 = 3$. Cette équation a deux solutions, $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$; le nombre positif est $\sqrt{3}$ (et $\sqrt{3} \approx 1{,}732$, ce qui confirme les questions 4 et 5). **La valeur exacte cherchée est** $\sqrt{3}$**.**

> 💡 **Astuce.** « Valeur exacte » signifie qu'on ne donne pas d'arrondi : on écrit $\sqrt{3}$, pas 1,73. La lecture graphique et le tableur ne donnent que des valeurs approchées.

Exercice 4 – Scratch : carrés, rectangles et frises *(16 pts)*

1) Le bloc 1 envoie le lutin au point d'abscisse -220 et d'ordonnée 0 (« aller à x : −220 y : 0 »), puis l'oriente vers la droite sans le déplacer. **Les coordonnées du lutin sont** $(-220\,;0)$**.**

2) Un carré a 4 côtés égaux et 4 angles droits : le lutin doit avancer de 50 pas puis tourner de 90°, quatre fois (au total $4 \times 90° = 360°$). **Ligne 3 : répéter 4 fois ; ligne 5 : tourner de 90 degrés.**

3) Le bloc 3 répète 2 fois : avancer de 100 pas, tourner de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, avancer de 50 pas, tourner de 90°. Il dessine donc un **rectangle de 100 pas sur 50 pas**. Avec l'échelle 1 cm pour 20 pas : $100 \div 20 = 5$ cm et $50 \div 20 = 2{,}5$ cm.
Il faut construire un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 2,5 cm. Si le lutin est orienté vers la droite, il trace d'abord le côté du haut (5 cm vers la droite), puis descend de 2,5 cm, revient de 5 cm vers la gauche et remonte de 2,5 cm jusqu'à son point de départ, qui est le sommet en haut à gauche.

4. a. Dans la boucle répétée 3 fois, le lutin trace un carré de 50 pas, avance de 50 pas (jusqu'au coin suivant), trace un rectangle de 100 pas, puis avance de 100 pas. La frise alterne donc un carré et un rectangle : carré, rectangle, carré, rectangle, carré, rectangle. **Elle obtient la frise 1.**

4. b. La frise 2 est formée de 3 carrés côte à côte suivis de 3 rectangles. Un script possible :
– quand le drapeau vert est cliqué ;
– initialisation ;
– répéter 3 fois : carré ; avancer de 50 pas ;
– répéter 3 fois : rectangle ; avancer de 100 pas.

> 💡 **Astuce.** Après chaque motif, le lutin revient à son point de départ, orienté vers la droite : il faut le faire avancer d'exactement la largeur du motif (50 pas après un carré, 100 pas après un rectangle) pour que le motif suivant soit collé au précédent.

Exercice 5 – Glacier : moyenne, pourcentage, volume d'une boule *(24 pts)*

1) Juillet : $453 + 649 + 786 + 854 = 2\,742$ pots. Août : $860 + 1\,003 + 957 + 838 = 3\,658$ pots. Au total : $2\,742 + 3\,658 = 6\,400$ pots en 8 semaines.
Moyenne : $\dfrac{6\,400}{8} = 800$. **Le glacier a vendu en moyenne 800 pots par semaine.**

2) Pots à une boule : $6\,400 \times \dfrac{67}{100} = 4\,288$. Pots à deux boules : $6\,400 - 4\,288 = 2\,112$.
Recette : $4\,288 \times 2{,}80 + 2\,112 \times 3{,}50 = 12\,006{,}40 + 7\,392 = 19\,398{,}40$. **La vente des pots de glace a rapporté 19 398,40 €.**

> ⚠ **Piège.** Les 33 % restants sont des pots à deux boules, vendus 3,50 € : ne calcule pas seulement la recette des pots à une boule.

3. a. Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 4{,}2 \div 2 = 2{,}1$ cm.
$V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 2{,}1^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 9{,}261 = 12{,}348\pi \approx 38{,}8$. **Le volume d'une boule de glace est d'environ 39 cm³.**

3. b. 10 L $= 10$ dm³ $= 10\,000$ cm³. Avec le volume calculé à la question 3. a : $\dfrac{10\,000}{12{,}348\pi} \approx 257{,}8$. On ne peut faire qu'un nombre entier de boules complètes, donc on arrondit à l'unité inférieure. **Avec un bac, le vendeur peut faire au maximum 257 boules de glace.** (En utilisant la valeur arrondie 39 cm³, on trouve $\dfrac{10\,000}{39} \approx 256{,}4$, soit 256 boules.)

Conseils pour le jour J

Sujet sans difficulté majeure, mais qui teste beaucoup la rédaction. À l'exercice 1, chaque théorème (Pythagore, Thalès) doit être annoncé avec ses hypothèses, et la question 4 demande de justifier que le triangle CEF est rectangle en E avant de calculer son aire : c'est une étape qu'on oublie souvent. Pense aussi aux arrondis « de bon sens » : on achète 2 sacs (pas 1,93), on fait 257 boules (pas 257,8).

Au QCM et à l'exercice 4, aucune justification n'est demandée : ne perds pas de temps à rédiger, mais vérifie chaque réponse au brouillon (conversion km → m, côté adjacent ou opposé). À l'exercice 5, organise tes calculs

: total, puis répartition 67 % / 33 %, puis recette. Enfin, ne confonds pas rayon et diamètre dans la formule du volume de la boule : utiliser 4,2 au lieu de 2,1 multiplie le volume par 8.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).