Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Polynésie française

Vrai ou faux : fractions, Thalès, nombres premiers et ratio, Lecture graphique : deux tarifs de salle de sport, Statistiques, probabilité et volume de briques de jus, Programme de calcul et identité remarquable, Pythagore, trigonométrie et Scratch : la « chenille » du centre Pompidou

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : fractions, Thalès, nombres premiers et ratio *(20 pts)*

1) Affirmation 1 : fausse. La multiplication est prioritaire sur l'addition : on calcule d'abord $\frac{6}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{24}{35}$.
Puis $-\frac{7}{5} + \frac{24}{35} = -\frac{49}{35} + \frac{24}{35} = -\frac{25}{35} = -\frac{5 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{5}{7}$.
Le résultat sous forme de fraction irréductible est $-\frac{5}{7}$, et non $-\frac{4}{35}$. **L'affirmation 1 est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Le résultat $-\frac{4}{35}$ est celui qu'on obtient en effectuant d'abord l'addition : $\left(-\frac{7}{5} + \frac{6}{5}\right) \times \frac{4}{7} = -\frac{1}{5} \times \frac{4}{7}$.
> C'est exactement l'erreur de priorité que l'affirmation cherche à te faire commettre.

2) Affirmation 2 : vraie. Les points G, A, R d'une part et E, A, M d'autre part sont alignés, et dans le même ordre (A est entre G et R, et entre E et M).
D'une part $\frac{AR}{AG} = \frac{7}{9{,}8} = \frac{70}{98} = \frac{5}{7}$; d'autre part $\frac{AM}{AE} = \frac{3}{4{,}2} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$.
Les deux quotients sont égaux et les points sont dans le même ordre : d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (GE) et (MR) sont parallèles. L'affirmation 2 est vraie.**

> 💡 **Astuce.** Pour comparer $\frac{7}{9{,}8}$ et $\frac{3}{4{,}2}$ sans calculatrice, fais le produit en croix : $7 \times 4{,}2 = 29{,}4$ et $3 \times 9{,}8 = 29{,}4$. Les produits sont égaux, donc les quotients aussi.

3) Affirmation 3 : fausse. On a bien $2 \times 7 \times 9 = 126$, mais 9 n'est pas un nombre premier ($9 = 3 \times 3$). Ce n'est donc pas une décomposition en produit de facteurs premiers.
La bonne décomposition est $126 = 2 \times 63 = 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$, soit $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
L'affirmation 3 est fausse.

4) Affirmation 4 : vraie. Le ratio 1 : 3 : 7 signifie que la sauce se partage en $1 + 3 + 7 = 11$ parts égales : 1 part de moutarde, 3 parts de vinaigre et 7 parts d'huile.
Pour 330 mL de sauce, une part vaut $330 \div 11 = 30$ mL. Le volume d'huile est donc $7 \times 30 = 210$ mL.
Vérification : $30 + 90 + 210 = 330$ mL. **Il faut bien 210 mL d'huile : l'affirmation 4 est vraie.**

Exercice 2 – Lecture graphique : deux tarifs de salle de sport *(16 pts)*

1) La droite (d_1), qui représente le tarif « liberté », passe par l'origine du repère. Une droite passant par l'origine représente une situation de proportionnalité. **Le prix payé avec le tarif « liberté » est donc proportionnel au nombre d'heures effectuées** (on lit 5 € pour 1 h, 10 € pour 2 h, 15 € pour 3 h : 5 € par heure).

2) a) On cherche le point de (d_1) d'abscisse 5 : il a pour ordonnée 25. **L'image de 5 par la fonction f est 25**, soit $f(5) = 25$: 5 heures coûtent 25 € au tarif « liberté ».

2) b) On cherche le point de (d_2) d'ordonnée 10 : il a pour abscisse 1. **L'antécédent de 10 par la fonction g est 1**, soit $g(1) = 10$: au tarif « abonné », on paie 10 € pour 1 heure.

> ⚠ **Piège.** L'image se lit sur l'axe vertical (on part de l'abscisse), l'antécédent se lit sur l'axe horizontal (on part de l'ordonnée). Ne confonds pas les deux sens de lecture.

3) Les deux droites se coupent au point de coordonnées $(3\ ;\ 15)$: pour 3 heures, les deux tarifs coûtent 15 €.
• Pour **moins de 3 heures**, la droite (d_1) est en dessous de (d_2) : **le tarif « liberté » est le plus avantageux**.
• Pour **exactement 3 heures**, les deux tarifs sont égaux (15 €).
• Pour **plus de 3 heures**, la droite (d_2) est en dessous de (d_1) : **le tarif « abonné » est le plus avantageux**.

4) Le tarif « liberté » est proportionnel (question 1) : on paie 5 € par heure, car $f(1) = 5$. On a donc $f(x) = 5x$. Pour 15 heures : $f(15) = 5 \times 15 = 75$. On peut aussi raisonner par proportionnalité : $15 = 5 \times 3$ et 3 heures coûtent 15 €, donc 15 heures coûtent $5 \times 15 = 75$ €. **Avec le tarif « liberté », 15 heures coûtent 75 €.**

Exercice 3 – Statistiques, probabilité et volume de briques de jus *(23 pts)*

PARTIE A : Briques de jus de pomme

1) L'effectif total est $1 + 2 + 4 + 4 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 24$ (pair). La série est déjà rangée dans l'ordre croissant ; la médiane est la moyenne de la 12^{e} et de la 13^{e} valeur.
Effectifs cumulés croissants : $344 \to 1$; $347 \to 3$; $348 \to 7$; $349 \to 11$; $350 \to 13$. La 12^{e} et la 13^{e} valeur sont donc toutes deux égales à 350 mL. **La médiane est 350 mL.**
Interprétation : au moins la moitié des briques contrôlées contiennent 350 mL ou moins, et au moins la moitié contiennent 350 mL ou plus.

2) L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $357 - 344 = 13$. **L'étendue de la série est 13 mL.**

3) On choisit au hasard une brique parmi les 24 : les issues sont équiprobables. Deux briques contiennent exactement 350 mL, donc $p = \dfrac{2}{24} = \dfrac{1}{12}$. **La probabilité vaut $\dfrac{1}{12}$** (environ 0,08).

4) Les briques qui ne sont pas comprises entre 345 mL et 355 mL sont celles de 344 mL (1 brique), 356 mL (1 brique) et 357 mL (1 brique), soit 3 briques. On peut donc vendre $24 - 3 = 21$ briques.
Pourcentage : $\dfrac{21}{24} = 0{,}875$, soit 87,5 %. **L'entreprise peut vendre 87,5 % des briques contrôlées.**

PARTIE B : Briques de jus de raisin

1) La base est un rectangle de longueur 6,4 cm et de largeur 5 cm : $6{,}4 \times 5 = 32$. **L'aire de la base est de 32 cm².**

2) Le volume d'un pavé droit est $V =$ aire de la base $\times$ hauteur. On veut $32 \times h = 400$, donc $h = \dfrac{400}{32} = 12{,}5$.
Vérification : $32 \times 12{,}5 = 400$. **La brique doit avoir une hauteur de 12,5 cm.**

Exercice 4 – Programme de calcul et identité remarquable *(18 pts)*

1) a) On choisit 7. Branche de gauche : $7 + 5 = 12$; branche de droite : $7 - 5 = 2$. On multiplie les deux résultats : $12 \times 2 = 24$. On ajoute 25 : $24 + 25 = 49$. **On obtient bien 49.**

1) b) On choisit -4. Branche de gauche : $-4 + 5 = 1$; branche de droite : $-4 - 5 = -9$. Produit : $1 \times (-9) = -9$. On ajoute 25 : $-9 + 25 = 16$. **On obtient 16.**

2) a) Avec x au départ, on obtient $x + 5$ à gauche et $x - 5$ à droite ; on les multiplie puis on ajoute 25. **Le résultat est $(x + 5)(x - 5) + 25$.**

2) b) On développe par double distributivité : $(x+5)(x-5) = x^2 - 5x + 5x - 25$. $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ (c'est l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$).

2) c) D'après les questions 2) a) et 2) b), le résultat du programme est $(x+5)(x-5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$. Quel que soit le nombre x choisi, on obtient donc son carré. **Sarah a raison.** On le vérifie sur les exemples : $7^2 = 49$ et $(-4)^2 = 16$.

> ⚠ **Piège.** Deux ou trois exemples qui marchent ne prouvent pas une affirmation « quel que soit le nombre » : seul le calcul littéral avec x constitue une preuve. En revanche, un seul contre-exemple suffit pour montrer qu'une telle affirmation est fausse.

Exercice 5 – Pythagore, trigonométrie et Scratch : la « chenille » du centre Pompidou *(23 pts)*

1) a) D'après la figure, la longueur horizontale totale de 135 m est formée des 6 passerelles de 12,5 m et des profondeurs des 5 escalators : $6 \times 12{,}5 + 5p = 135$, soit $75 + 5p = 135$, donc $5p = 60$ et $p = \dfrac{60}{5} = 12$.
Vérification : $6 \times 12{,}5 + 5 \times 12 = 75 + 60 = 135$. **La profondeur de chaque escalator est bien de 12 m.**

1) b) Les passerelles sont horizontales : seuls les 5 escalators identiques font monter, et ils se partagent la hauteur totale de 32 m. $h = \dfrac{32}{5} = 6{,}4$. **La hauteur de chaque escalator est de 6,4 m.**

2) a) Le triangle RST est rectangle en R, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $ST^2 = SR^2 + RT^2 = 12^2 + 6{,}4^2 = 144 + 40{,}96 = 184{,}96$.
Donc $ST = \sqrt{184{,}96} = 13{,}6$ (vérification : $13{,}6^2 = 184{,}96$). **La longueur d'un escalator est bien ST = 13,6 m.**

2) b) Dans le triangle RST rectangle en R, pour l'angle $\widehat{RST}$, le côté [RT] est opposé et le côté [SR] est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{RST} = \dfrac{RT}{SR} = \dfrac{6{,}4}{12}$.
À la calculatrice, $\widehat{RST} = \arctan\left(\dfrac{6{,}4}{12}\right) \approx 28{,}07°$. **Arrondi au degré, l'angle $\widehat{RST}$ mesure 28°.**
(On peut aussi utiliser $\cos \widehat{RST} = \dfrac{SR}{ST} = \dfrac{12}{13{,}6}$ ou $\sin \widehat{RST} = \dfrac{RT}{ST} = \dfrac{6{,}4}{13{,}6}$: on trouve le même arrondi.)

3) Le lutin part orienté vers la droite (ligne 3). Dans la boucle, il doit tracer une passerelle horizontale, tourner vers le haut de 28°, tracer un escalator, puis se remettre à l'horizontale. La boucle dessine 5 passerelles et 5 escalators ; la ligne 12 trace la 6e et dernière passerelle. On complète ainsi l'annexe :

- **ligne 6 :** répéter **5** fois (il y a 5 escalators) ;
- **ligne 7 :** avancer de **12.5** (une passerelle de 12,5 m, 1 pas = 1 m) ;
- ligne 8 (déjà écrite) : tourner ↺ de 28 degrés (le lutin s'incline vers le haut) ;
- **ligne 9 :** avancer de **13.6** (un escalator de 13,6 m) ;
- **ligne 10 :** tourner ↻ de **28** degrés (le lutin revient à l'horizontale, orienté vers la droite).

Le script complété est : répéter 5 fois [avancer de 12.5 ; tourner ↺ de 28 degrés ; avancer de 13.6 ; tourner ↻ de 28 degrés], puis avancer de 12.5.

> 💡 **Astuce.** Pour un script Scratch, déroule-le à la main pour un ou deux passages dans la boucle en suivant l'orientation du lutin : tu vérifies ainsi que la figure obtenue commence et se termine comme le tracé demandé (ici, par une passerelle).

Conseils pour le jour J

Ce sujet est très abordable et rapporte beaucoup à qui rédige proprement. Dans le vrai/faux de l'exercice 1, chaque réponse doit être justifiée : un calcul complet pour la fraction (en respectant la priorité de la multiplication), la réciproque de Thalès nommée avec les deux quotients calculés séparément, et pour 126 la remarque décisive « 9 n'est pas premier ».

Dans l'exercice 2, écris toujours la phrase de lecture (« le point de (d_1) d'abscisse 5 a pour ordonnée 25 ») et, pour la question 3, donne les trois cas (moins de 3 h, 3 h, plus de 3 h) : oublier le cas d'égalité coûte des points. Dans l'exercice 5, la question 3 dépend des résultats précédents (12,5 m, 13,6 m, 28°) : même si tu as bloqué avant, utilise les valeurs données par l'énoncé et complète l'annexe, qu'il ne faut surtout pas oublier de rendre avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).