Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Pays du groupe 1

Fonction affine, calcul littéral et triangle rectangle, Statistiques, pourcentage, durées et vitesse sur le Paris-Nice, Trigonométrie, Thalès et aire d'un triangle, Algorithmique : motif en parallélogramme sous Scratch, Arithmétique et volumes : les boîtes de truffes

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Fonction affine, calcul littéral et triangle rectangle *(19 pts)*

Partie A (aucune justification n'est exigée dans cette partie ; les explications sont données pour comprendre)

Question 1 : réponse A. La fonction $f(x) = 2x + 3$ est affine : sa représentation graphique est une droite de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 3. La droite du graphique A coupe l'axe des ordonnées en 3 et monte de 2 unités quand on avance de 1 (elle passe par $(0\,;3)$ et $(1\,;5)$). Le graphique B est une droite horizontale (fonction constante égale à 3) et le graphique C passe par l'origine (c'est la fonction linéaire $x \mapsto 2x$).

Question 2 : réponse B (-1). $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$.

Question 3 : réponse B (=2*B1 + 3). La cellule B2 doit contenir l'image du nombre écrit juste au-dessus, en B1. Étirée vers la droite, la formule devient =2*C1 + 3, ce qui calcule l'image de -1. La réponse A utilise A1, qui contient le texte « x », et la réponse C donne une valeur fixe qui ne s'adapterait pas aux autres colonnes.

> ⚠ **Piège.** Dans un tableur, une formule qu'on veut étirer doit utiliser la **référence de la cellule** (B1), jamais la valeur qu'elle contient (-2) : sinon toutes les cellules afficheraient le même résultat.

Partie B

1) On développe le produit par double distributivité :
$(2x-1)(3x+4) = 2x \times 3x + 2x \times 4 - 1 \times 3x - 1 \times 4 = 6x^2 + 8x - 3x - 4 = 6x^2 + 5x - 4$.
On soustrait ensuite $2x$: $6x^2 + 5x - 4 - 2x = 6x^2 + 3x - 4$.
On a bien $(2x-1)(3x+4) - 2x = 6x^2 + 3x - 4$.

2) Le plus grand côté est [DE], avec DE = 5,5 cm.
D'une part : $DE^2 = 5{,}5^2 = 30{,}25$.
D'autre part : $CD^2 + CE^2 = 3{,}6^2 + 4{,}2^2 = 12{,}96 + 17{,}64 = 30{,}6$.
On constate que $DE^2 \neq CD^2 + CE^2$ ($30{,}25 \neq 30{,}6$). D'après la **contraposée du théorème de Pythagore**, **le triangle CDE n'est pas rectangle.**

> 💡 **Astuce.** Calcule toujours les deux membres **séparément** (« d'une part… d'autre part… ») en commençant par le plus grand côté : si l'égalité est vraie, c'est la réciproque de Pythagore ; si elle est fausse, c'est la contraposée.

Exercice 2 – Statistiques, pourcentage, durées et vitesse sur le Paris-Nice *(20 pts)*

1) a) La moyenne est la somme des distances divisée par le nombre d'étapes (7).
Somme : $166 + 188 + 187{,}5 + 200 + 202{,}5 + 119{,}5 + 93 = 1\,156{,}5$ km.
Moyenne : $\dfrac{1\,156{,}5}{7} \approx 165{,}21$. **La distance moyenne par étape est d'environ 165,2 km.**

1) b) On range les 7 distances dans l'ordre croissant : 93 ; 119,5 ; 166 ; **187,5** ; 188 ; 200 ; 202,5.
L'effectif (7) est impair : la médiane est la valeur du milieu, c'est-à-dire la 4^{e} valeur (3 valeurs avant, 3 valeurs

après). **La médiane est 187,5 km.**

1) c) L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $202{,}5 - 93 = 109{,}5$. **L'étendue est de 109,5 km.**

2) Les étapes au profil « Accidenté » sont les étapes 1, 3, 5 et 7, soit 4 étapes sur 7.
$\frac{4}{7} \approx 0{,}571$, soit environ 57,1 %. **Le journaliste a raison : environ 57 % des étapes se sont déroulées sur un parcours accidenté.**

> ⚠ **Piège.** Le pourcentage porte ici sur le **nombre d'étapes**, pas sur les kilomètres : il ne faut pas additionner les distances des étapes accidentées.

3) On calcule l'écart entre 30 h 12 min et 28 h 50 min en complétant : de 28 h 50 min à 30 h, il y a 1 h 10 min ; de 30 h à 30 h 12 min, il y a 12 min. Au total : 1 h 10 min + 12 min = 1 h 22 min.
Vérification en minutes : $30 \times 60 + 12 = 1\,812$ min et $28 \times 60 + 50 = 1\,730$ min ; $1\,812 - 1\,730 = 82$ min = 1 h 22 min. **Le dernier a accumulé 1 h 22 min de retard sur le vainqueur.**

4) La première étape mesure 166 km. On convertit la durée en heures : $51 \text{ min} = \frac{51}{60} \text{ h} = 0{,}85$ h, donc 3 h 51 min = 3,85 h.
$v = \frac{d}{t} = \frac{166}{3{,}85} \approx 43{,}1$ km/h.
Contrôle : $43 \times 3{,}85 = 165{,}55$ km, très proche de 166 km. **Sa vitesse moyenne est d'environ 43 km/h.**

Exercice 3 – Trigonométrie, Thalès et aire d'un triangle *(21 pts)*

1) Le triangle ABC est rectangle en B, [AC] est son hypoténuse (AC = 8 cm) et [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CAB} = 60°$. On utilise le **cosinus** :
$\cos\widehat{CAB} = \frac{AB}{AC}$, donc $AB = AC \times \cos 60° = 8 \times 0{,}5 = 4$. **Le segment [AB] mesure bien 4 cm.**

2) Les points C, A, E sont alignés et les points B, A, D sont alignés, dans le même ordre (A est entre les deux points sur chaque droite).
D'une part : $\frac{AB}{AD} = \frac{4}{9{,}6} = \frac{40}{96} = \frac{5}{12}$.
D'autre part : $\frac{AC}{AE} = \frac{8}{19{,}2} = \frac{80}{192} = \frac{5}{12}$.
Les quotients sont égaux et les points sont dans le même ordre : d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (BC) et (DE) sont parallèles.**

> 💡 **Astuce.** Ici la configuration est « en papillon » : les deux triangles sont de part et d'autre de A. Écris toujours les deux quotients avec A au numérateur et au dénominateur (AB/AD et AC/AE), puis précise que les points sont alignés dans le même ordre.

3) Le triangle ABC est rectangle en B, donc (AB) est perpendiculaire à (BC). Comme B, A et D sont alignés, la droite (AB) est la droite (DB) : ainsi (DB) ⊥ (BC).
Or (BC) // (DE) d'après la question 2. Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. **Donc la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).**

4) D'après la question 3, le triangle ADE est rectangle en D, d'hypoténuse [AE]. D'après le **théorème de Pythagore** : $AE^2 = AD^2 + DE^2$, donc $DE^2 = AE^2 - AD^2 = 19{,}2^2 - 9{,}6^2 = 368{,}64 - 92{,}16 = 276{,}48$, d'où $DE = \sqrt{276{,}48} \approx 16{,}63$ cm.
L'aire d'un triangle rectangle est le demi-produit des côtés de l'angle droit :
$\mathcal{A} = \frac{AD \times DE}{2} \approx \frac{9{,}6 \times 16{,}628}{2} \approx 79{,}8$ cm².

Vérification : les angles $\widehat{DAE}$ et $\widehat{CAB}$ sont opposés par le sommet, donc $\widehat{DAE} = 60°$ et $DE = AD \times \tan 60° = 9{,}6 \times \sqrt{3} \approx 16{,}63$ cm : même résultat. **L'aire du triangle ADE est d'environ 80 cm².**

Exercice 4 – Algorithmique : motif en parallélogramme sous Scratch *(15 pts)*

Partie A

Le lutin part du sommet en bas à gauche, orienté vers la droite. Le bloc déjà écrit « avancer de 40 » trace le côté du bas (40 pixels). Le lutin arrive au sommet en bas à droite, où l'angle intérieur du parallélogramme mesure $140°$: pour repartir le long du côté de droite, il doit tourner de $180° - 140° = 40°$ vers la gauche. Il trace ensuite ce côté de 30 pixels. Au sommet suivant, l'angle intérieur mesure $40°$: il doit tourner de $180° - 40° = 140°$ vers la gauche pour se retrouver orienté vers la gauche. La boucle « répéter 2 fois » trace alors les deux autres côtés de la même façon.

Instructions à insérer, dans l'ordre, après « avancer de 40 » à l'intérieur de la boucle :
1. **tourner ↺ de 40 degrés**
2. **avancer de 30**
3. **tourner ↺ de 140 degrés**

Vérification : sur un tour de boucle, le lutin tourne de $40° + 140° = 180°$; sur les deux tours, de $360°$. Il revient donc à son point de départ, orienté vers la droite.

> ⚠ **Piège.** Dans Scratch, l'angle dont on fait tourner le lutin n'est pas l'angle intérieur de la figure mais son **supplémentaire** ($180°$ moins l'angle intérieur). Au sommet où l'angle vaut $140°$, on tourne donc de $40°$.

Partie B

1) Le programme de l'élève B commence par le bloc « quand espace est pressé ». **On le lance en appuyant sur la barre d'espace.**

2) a) Figure 1. (Le programme A trace 9 motifs alignés vers la droite ; après chaque motif, le lutin, revenu à son point de départ orienté vers la droite, avance de 50 pixels stylo relevé. Comme le côté du bas ne mesure que 40 pixels, il reste un espace de 10 pixels entre deux parallélogrammes, qui ne se touchent pas.)

2) b) Figure 4. (Le programme B trace les 9 motifs à partir du même point, l'origine, en tournant de $40°$ entre deux motifs : $9 \times 40° = 360°$, soit un tour complet. Tous les parallélogrammes ont donc un sommet commun au centre, ce qui correspond à la figure 4 et non à la figure 2, où le centre est vide.)

Exercice 5 – Arithmétique et volumes : les boîtes de truffes *(25 pts)*

1) a) $125 = 5 \times 25 = 5 \times 5 \times 5$, donc $125 = 5^3$.
$175 = 7 \times 25 = 5 \times 5 \times 7$, donc $175 = 5^2 \times 7$.

1) b) Les diviseurs de $125 = 5^3$ sont 1, 5, 25 et 125. Les diviseurs de $175 = 5^2 \times 7$ sont 1, 5, 7, 25, 35 et 175. Les facteurs premiers communs aux deux décompositions sont au plus 5^2 (7 ne divise pas 125). **Les diviseurs communs à 125 et 175 sont 1, 5 et 25.**

1) c) Le nombre de boîtes doit diviser à la fois 125 (toutes les truffes au café réparties également) et 175 (toutes les truffes à la noix de coco réparties également) : c'est un diviseur commun à 125 et 175. Le plus grand d'entre eux est 25. **Le chocolatier pourra réaliser au maximum 25 boîtes.**

1) d) $125 \div 25 = 5$ et $175 \div 25 = 7$. **Chaque boîte contiendra 5 truffes au café et 7 truffes à la noix de coco**, soit 12 truffes par boîte (vérification : $25 \times 12 = 300$ truffes).

2) Volume des 12 truffes. Chaque truffe est une boule de diamètre 1,5 cm, donc de rayon $r = 0{,}75$ cm.
$V_{\text{truffe}} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}75^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}421\,875 = 0{,}562\,5\pi$ cm³.
$V_{\text{truffes}} = 12 \times 0{,}562\,5\pi = 6{,}75\pi \approx 21{,}21$ cm³.

Boîte de type A (pyramide). $V_A = \dfrac{4{,}8^2 \times 5}{3} = \dfrac{23{,}04 \times 5}{3} = \dfrac{115{,}2}{3} = 38{,}4$ cm³.
Volume non occupé : $38{,}4 - 21{,}21 \approx 17{,}19$ cm³. Comme $21{,}21 \text{ cm}^3 > 17{,}19 \text{ cm}^3$, le volume occupé par les truffes est supérieur au volume non occupé : la condition est respectée.

Boîte de type B (pavé droit). $V_B = 5 \times 3{,}5 \times 3{,}5 = 61{,}25$ cm³.
Volume non occupé : $61{,}25 - 21{,}21 \approx 40{,}04$ cm³. Comme $21{,}21 \text{ cm}^3 < 40{,}04 \text{ cm}^3$, la condition n'est pas respectée.

Le chocolatier doit choisir uniquement la boîte de type A (la pyramide).

> 💡 **Astuce.** « Volume occupé supérieur au volume non occupé » revient à dire que les truffes remplissent **plus de la moitié** de la boîte : il suffit de comparer 21,21 cm³ à la moitié du volume de chaque boîte (19,2 cm³ pour A, 30,625 cm³ pour B).

Conseils pour le jour J

Ce sujet est très abordable mais long : ne perds pas de temps sur le QCM de l'exercice 1 (aucune justification n'y est demandée) et garde tes forces pour l'exercice 5, le plus rémunérateur (25 points). À l'exercice 3, les questions s'enchaînent : utilise le résultat de chaque question dans la suivante, comme le sujet le suggère (« en utilisant la question précédente », « en déduire »), et nomme toujours la propriété (cosinus, réciproque de Thalès, Pythagore).

Dans les questions de durée et de vitesse (exercice 2), convertis soigneusement : 3 h 51 min ne s'écrit pas 3,51 h mais 3,85 h. Pour l'exercice 4, fais un petit croquis du trajet du lutin : l'angle à programmer dans Scratch est le supplémentaire de l'angle intérieur, c'est la source d'erreur la plus fréquente. Enfin, à l'exercice 5, le rayon d'une truffe est 0,75 cm et non 1,5 cm : relis la consigne avant d'appliquer la formule du volume de la boule.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).