Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

Vrai ou faux : vitesses, calcul littéral, nombres premiers, QCM : tableur, moyenne, équateur, volume d'une boule, Statistiques : la vitesse du vent, Construction, réciproque de Pythagore, trigonométrie et Thalès, Fonctions linéaires et affines : les tarifs du club de planche à voile, Probabilités : deux lancers d'un dé à quatre faces, Scratch : le motif du drapeau et sa rosace

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : vitesses, calcul littéral, nombres premiers *(12 pts)*

Affirmation n°1 : fausse. On convertit la vitesse de l'avion en m/s : 1 200 km/h, c'est 1 200 000 m parcourus en 3 600 s, donc $v = \dfrac{1\,200\,000}{3\,600} \approx 333{,}3$ m/s.
Comme $333{,}3 < 340{,}29$, l'avion va moins vite que le son. (Autre méthode : $340{,}29$ m/s $= 340{,}29 \times 3{,}6 = 1\,225{,}044$ km/h, qui est supérieur à 1 200 km/h.) **L'affirmation n°1 est fausse.**

> 💡 **Astuce.** Pour passer des m/s aux km/h, on multiplie par 3,6 (car 1 h = 3 600 s et 1 km = 1 000 m) ; pour passer des km/h aux m/s, on divise par 3,6.

Affirmation n°2 : fausse. On développe et on réduit : $4(4x-4)+16 = 16x - 16 + 16 = 16x$. Or $16x$ et $16x^2$ ne sont pas égaux pour tout nombre x. Contre-exemple : pour $x = 2$, $4(4\times 2 - 4) + 16 = 4 \times 4 + 16 = 32$, alors que $16 \times 2^2 = 64$. **L'affirmation n°2 est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Ne teste pas avec $x = 1$ ou $x = 0$: on trouve $16 = 16$ et $0 = 0$, l'égalité est vraie pour ces valeurs particulières. Un contre-exemple doit être choisi avec soin, et un seul suffit pour prouver que c'est faux.

Affirmation n°3 : fausse. On a bien $33 \times 13 = 429$, mais 33 n'est pas un nombre premier car $33 = 3 \times 11$. La décomposition en produit de facteurs premiers de 429 est $429 = 3 \times 11 \times 13$ (3, 11 et 13 sont premiers). **L'affirmation n°3 est fausse.**

Exercice 2 – QCM : tableur, moyenne, équateur, volume d'une boule *(12 pts)*

1. Réponse A. Une formule de tableur commence par « = », et la plage des cellules A1, B1, C1 s'écrit A1:C1. La formule à saisir en D1 est **=somme(A1:C1)** ; elle affiche $3 + 5 + 4 = 12$. (La réponse C ne commence pas par « = » et « A1*C1 » n'est pas une plage.)

2. Réponse A. La série compte 6 valeurs de moyenne 11, donc leur somme vaut $6 \times 11 = 66$. Or $15 + 10 + 13 + 9 + 10 = 57$, donc $x = 66 - 57 = 9$. Vérification : $\dfrac{57+9}{6} = \dfrac{66}{6} = 11$. **$x = 9$.**

3. Réponse C. L'équateur est le **parallèle** de latitude 0°. Les méridiens sont des demi-cercles qui relient les deux pôles ; l'équateur, lui, est un cercle entier perpendiculaire à l'axe des pôles.

4. Réponse A. Le diamètre est 6 cm, donc le rayon est $R = 3$ cm. $V = \dfrac{4\pi R^3}{3} = \dfrac{4\pi \times 27}{3} = 36\pi$. **Le volume exact est 36π cm³.** La réponse B (113,097 335 5) n'est qu'une valeur approchée de 36π ; la réponse C (288π) correspond à l'erreur qui prend le diamètre 6 cm comme rayon.

> ⚠ **Piège.** « Volume exact » signifie qu'on garde π dans le résultat : une valeur décimale lue sur la calculatrice n'est qu'une valeur approchée. Et pense à diviser le diamètre par 2 avant d'utiliser la formule.

Exercice 3 – Statistiques : la vitesse du vent *(12 pts)*

1) On compte les jours pour chaque vitesse : 10 nœuds les 1er, 6 et 7 (3 jours) ; 15 nœuds les 2, 5, 9, 14 et 15 (5 jours) ; 20 nœuds les 3, 4, 8 et 13 (4 jours) ; 25 nœuds les 10, 11 et 12 (3 jours). Total : $3+5+4+3=15$ jours.
Fréquences : $\frac{3}{15}=20\,\%$; $\frac{5}{15}\approx 33{,}3\,\%$; $\frac{4}{15}\approx 26{,}7\,\%$; $\frac{3}{15}=20\,\%$.

Vitesse du vent (en nœuds)	**10**	**15**	**20**	**25**
Nombre de jours	3	**5**	**4**	3
Fréquence en % arrondie à l'unité	**20**	33	**27**	**20**

2) Les jours où la vitesse est supérieure ou égale à 15 nœuds sont ceux à 15, 20 ou 25 nœuds : $5+4+3=12$ jours sur 15 (ou $15-3=12$). $\frac{12}{15}=0{,}8$. **La vitesse du vent est supérieure ou égale à 15 nœuds 80 % des jours.**

3) L'effectif total est 15 (impair) : la médiane est la 8e valeur de la série rangée dans l'ordre croissant, car $15=7+1+7$. Série rangée : 10 ; 10 ; 10 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; **15** ; 20 ; 20 ; 20 ; 20 ; 25 ; 25 ; 25. Les valeurs 10 occupent les rangs 1 à 3, les valeurs 15 les rangs 4 à 8 : la 8e valeur est 15. **La vitesse médiane du vent est 15 nœuds.**

Exercice 4 – Construction, réciproque de Pythagore, trigonométrie et Thalès *(20 pts)*

1) Construction à la règle et au compas : on trace le segment [MB] de longueur 7,5 cm ; on trace l'arc de cercle de centre M et de rayon 6 cm, puis l'arc de cercle de centre B et de rayon 4,5 cm ; leur point d'intersection est W. On trace enfin [MW] et [WB]. On vérifie à l'équerre que l'angle en W semble droit.

2) Le plus grand côté du triangle MWB est [MB].
D'une part $MB^2=7{,}5^2=56{,}25$; d'autre part $MW^2+WB^2=6^2+4{,}5^2=36+20{,}25=56{,}25$.
On constate que $MB^2=MW^2+WB^2$: d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle MWB est rectangle en W.**

3) Dans le triangle MWB rectangle en W, pour l'angle $\widehat{BMW}$, le côté adjacent est [MW] et l'hypoténuse est [MB]. On utilise le **cosinus** : $\cos\widehat{BMW}=\frac{MW}{MB}=\frac{6}{7{,}5}=0{,}8$.
À la calculatrice, $\widehat{BMW}=\arccos(0{,}8)\approx 36{,}87°$. **Arrondi au degré, $\widehat{BMW}\approx 37°$.** (Vérification avec la tangente : $\tan\widehat{BMW}=\frac{WB}{MW}=\frac{4{,}5}{6}=0{,}75$ donne le même angle.)

4) a) On place F sur [WB] à 3 cm de W (donc à 1,5 cm de B).

4) b) À l'équerre et à la règle (en faisant glisser l'équerre le long de la règle), on trace la droite parallèle à (MB) passant par F ; elle coupe [MW] en E, que l'on place.

4) c) Dans le triangle WMB, E est sur [WM], F est sur [WB] et les droites (EF) et (MB) sont parallèles.
D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{WE}{WM}=\frac{WF}{WB}=\frac{EF}{MB}$.
Donc $\frac{WE}{6}=\frac{3}{4{,}5}$, d'où $WE=\frac{6\times 3}{4{,}5}=\frac{18}{4{,}5}=4$. **WE = 4 cm.**

> 💡 **Astuce.** Écris toujours les trois quotients de Thalès avec le sommet commun (ici W) au numérateur et au dénominateur, puis ne garde que l'égalité utile : tu évites ainsi d'inverser un quotient.

5) a) La demi-droite [MW) part de M et passe par W. Comme MT = 10 cm et MW = 6 cm, le point T est au-delà de W, à $10 - 6 = 4$ cm de W. On le place en prolongeant [MW] du côté de W.

5) b) On trace le segment [TB].

6) Les points M, E, W et T sont tous sur la droite (MW), dans cet ordre. On a $ME = MW - WE = 6 - 4 = 2$ cm, donc $TE = MT - ME = 10 - 2 = 8$ cm. Autre calcul : $TW = MT - MW = 10 - 6 = 4$ cm et $TE = TW + WE = 4 + 4 = 8$ cm. **La longueur TE est égale à 8 cm.**

Exercice 5 – Fonctions linéaires et affines : les tarifs du club de planche à voile *(20 pts)*

1) Avec le tarif découverte, chaque heure coûte 1 600 F : $4 \times 1\,600 = 6\,400$. **4 heures de cours coûtent 6 400 F.**

2) a) Avec le tarif personnalisé, on paie la carte d'adhérent puis 600 F par heure : $4\,800 + 4 \times 600 = 4\,800 + 2\,400 = 7\,200$. **4 heures coûtent bien 7 200 F.**

2) b) $4\,800 + 10 \times 600 = 4\,800 + 6\,000 = 10\,800$. **10 heures coûtent 10 800 F avec le tarif personnalisé.**

2) c) Pour x heures, on paie $600x$ F de cours plus la carte de 4 800 F. $P(x) = 600x + 4\,800$ (P est une fonction affine).

3) a) Sur l'annexe, la droite du tarif découverte coupe la droite horizontale du tarif renforcé au point d'abscisse 6. Par le calcul : $1\,600x = 9\,600$ donne $x = \dfrac{9\,600}{1\,600} = 6$. **Les tarifs découverte et renforcé sont égaux pour 6 heures de cours (9 600 F).**

3) b) P est une fonction affine : sa représentation graphique est une droite. Il suffit de deux points, plus un troisième pour contrôler : $P(0) = 4\,800$, $P(4) = 7\,200$ et $P(8) = 600 \times 8 + 4\,800 = 9\,600$. **On trace sur l'annexe la droite passant par les points (0 ; 4 800), (4 ; 7 200) et (8 ; 9 600)** (elle passe aussi par (16 ; 14 400)).

3) c) On compare les trois tarifs pour 7 heures :
• découverte : $7 \times 1\,600 = 11\,200$ F ;
• personnalisé : $P(7) = 600 \times 7 + 4\,800 = 4\,200 + 4\,800 = 9\,000$ F ;
• renforcé : 9 600 F.
Graphiquement, pour l'abscisse 7, c'est la droite de P qui est la plus basse. **Pour 7 heures, le tarif le plus économique est le tarif personnalisé (9 000 F).**

4) On résout $P(x) = 9\,600$: $600x + 4\,800 = 9\,600$, donc $600x = 4\,800$ et $x = \dfrac{4\,800}{600} = 8$. Vérification : $600 \times 8 + 4\,800 = 9\,600$. Sur le graphique, la droite de P coupe celle du tarif renforcé au point d'abscisse 8. **Juliette paie le même prix (9 600 F) avec les tarifs personnalisé et renforcé pour 8 heures de cours.**

Exercice 6 – Probabilités : deux lancers d'un dé à quatre faces *(13 pts)*

1) a) Le premier nombre du couple correspond au premier lancer. **Gabriel a obtenu 3 au premier lancer.**

1) b) Le second nombre du couple correspond au second lancer. **Gabriel a obtenu 2 au second lancer.**

2) Chaque lancer donne 1, 2, 3 ou 4, soit $4 \times 4 = 16$ issues :
(1 ; 1), (1 ; 2), (1 ; 3), (1 ; 4),
(2 ; 1), (2 ; 2), (2 ; 3), (2 ; 4),
(3 ; 1), (3 ; 2), (3 ; 3), (3 ; 4),
(4 ; 1), (4 ; 2), (4 ; 3), (4 ; 4).

3) Chaque numéro vaut au moins 1, donc la somme des deux numéros vaut au moins $1 + 1 = 2$. Aucune issue ne donne une somme égale à 1. **L'événement A est impossible : sa probabilité est 0.**

4) Les issues dont la somme vaut 5 sont **(1 ; 4), (2 ; 3), (3 ; 2) et (4 ; 1)**.

5) Le dé est équilibré, donc les 16 issues sont équiprobables. L'événement C est réalisé par 4 issues : $P(C) = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$. **La probabilité que C se réalise est** $\dfrac{1}{4}$, soit 0,25.

Exercice 7 – Scratch : le motif du drapeau et sa rosace *(11 pts)*

1) Le bloc « motif de base » s'exécute ainsi, avec 1 cm pour 10 pas :

- « avancer de 60 pas » trace un segment de 6 cm : c'est le mât du drapeau ;
- « répéter 4 fois : avancer de 40 pas, attendre 0,5 seconde, tourner ↻ de 90 degrés » trace un carré de côté 4 cm, en tournant à chaque fois vers la droite (sens des aiguilles d'une montre).

Le motif est un drapeau : un segment de 6 cm prolongé, dans le même alignement, par le premier côté d'un carré de 4 cm de côté ; le carré est situé à droite de la direction de départ du lutin. Par exemple, si le lutin est orienté vers la droite, on trace un segment horizontal de 6 cm, puis un carré de 4 cm de côté accroché à son extrémité, situé sous le prolongement du segment (le mât et le côté supérieur du carré forment une ligne droite de 10 cm). À la fin, le lutin est revenu à l'extrémité du mât, avec son orientation de départ.

2) La figure comporte **8 drapeaux** identiques disposés régulièrement autour du point de départ (0 ; 0). Après chaque « motif de base », le lutin se trouve au bout du mât : il faut le ramener au centre, puis le faire tourner d'un huitième de tour, soit $360 \div 8 = 45$ degrés. On complète le script n°2 ainsi :

- répéter **8** fois ;
- motif de base ;
- aller à x : **0** y : **0** ;
- tourner ↻ de **45** degrés ;
- attendre 0.5 secondes.

> ⚠ **Piège.** Compte soigneusement les drapeaux sur la figure (8, pas 6 ni 10) : l'angle de rotation s'en déduit, $360° \div 8 = 45°$. Et n'oublie pas de ramener le lutin au centre avant de tourner, sinon les drapeaux ne partent plus du même point.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices et deux pages d'annexe à rendre avec la copie : repère dès le début les questions qui se font sur l'annexe (tableau du vent, droite de la fonction P, script n°2) et vérifie à la fin que ton nom figure bien dessus. Le QCM ne demande aucune justification : ne perds pas de temps à rédiger, mais fais les calculs au brouillon.

Dans l'exercice 4, la construction doit être précise (règle graduée et compas), car les questions suivantes s'appuient sur ta figure. La rédaction est explicitement notée : pour la réciproque de Pythagore comme pour Thalès, écris les deux calculs séparément puis la phrase de conclusion en nommant le théorème. Dans l'exercice 5, appuie chaque comparaison de tarifs sur un calcul, pas seulement sur une lecture du graphique.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).