Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane

Théorème de Thalès pour mesurer une rivière, QCM : transformations, fonctions et triangles semblables, Arithmétique et probabilités avec des cartes Pokémon, Calcul littéral, équation et script Scratch, Volume d'un cylindre et pourcentage de baisse

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Théorème de Thalès pour mesurer une rivière *(20 pts)*

1. D'après le codage du schéma, $(AC) \perp (AB)$ et $(BD) \perp (AB)$. **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles** : **les droites (AC) et (BD) sont parallèles.**

2. Les points C, E, D sont alignés, les points A, E, B sont alignés (les droites (CD) et (AB) sont sécantes en E) et (AC) // (BD). D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$, soit $\frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$. D'où $AC = \frac{20 \times 1}{5} = 4$. **La rivière a une largeur AC de 4 pas.**

3. Le triangle ACE est rectangle en A, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $CE^2 = AC^2 + AE^2 = 4^2 + 20^2 = 16 + 400 = 416$, d'où $CE = \sqrt{416} \approx 20{,}396$ pas. Un pas mesure 65 cm = 0,65 m : $CE \approx 20{,}396 \times 0{,}65 \approx 13{,}26$ m. **CE ≈ 13,3 m (au décimètre près).**

4. a) Le bâton parcourt EC = 13,3 m en 5 s : $v = \frac{d}{t} = \frac{13{,}3}{5} = 2{,}66$. **La vitesse du bâton est d'environ 2,66 m/s.**

4. b) En 1 h, soit 3 600 s, le bâton parcourrait $2{,}66 \times 3\,600 = 9\,576$ m $\approx 9{,}6$ km. Sa vitesse est donc d'environ 9,6 km/h, ce qui est inférieur à 10 km/h. **L'affirmation est vraie.**

Exercice 2 – QCM : transformations, fonctions et triangles semblables *(20 pts)*

Question 1 : réponse A (une translation). La figure 2 a la même forme, la même taille et la même orientation que la figure 1 : elle s'obtient par un glissement (les flèches AA', BB', EE' sont parallèles et de même longueur). Ce n'est pas une homothétie (les dimensions sont inchangées) ni une symétrie axiale (la figure n'est pas retournée).

Question 2 : réponse B (1). L'antécédent de 2 est le nombre x tel que $g(x) = 2$. Sur le graphique, la droite atteint l'ordonnée 2 pour l'abscisse 1.

Question 3 : réponse B ($f(3) = 20$). $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 27 - 7 = 20$. La réponse A est fausse car $f(2) = 3 \times 4 - 7 = 5$, et f n'est pas affine à cause du terme en x^2.

Question 4 : réponse B (4,91). On range les 13 valeurs dans l'ordre croissant : 3,41 ; 3,7 ; 4,01 ; 4,28 ; 4,3 ; 4,62 ; **4,91** ; 5,15 ; 5,25 ; 5,42 ; 5,82 ; 6,07 ; 6,11. La médiane est la 7e valeur (6 avant, 6 après) : 4,91 m.

Question 5 : réponse C (9). Le rapport d'agrandissement entre les triangles semblables est $\frac{BT}{LC} = \frac{7{,}5}{2{,}5} = 3$ (on vérifie : $\frac{6{,}3}{2{,}1} = 3$ et $\frac{7{,}2}{2{,}4} = 3$). Les longueurs sont multipliées par 3, donc les aires par $3^2 = 9$.

Exercice 3 – Arithmétique et probabilités avec des cartes Pokémon *(20 pts)*

1. a) $252 = 2 \times 126 = 2 \times 2 \times 63 = 2^2 \times 9 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$. **C'est la proposition 3** (les propositions 1 et 2 contiennent 9 et 21, qui ne sont pas des nombres premiers).

1. b) $156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2^2 \times 3 \times 13$. $156 = 2^2 \times 3 \times 13$**.**

2. a) Pour faire 36 paquets identiques en utilisant toutes les cartes, 36 doit diviser 252 et 156. $252 \div 36 = 7$, mais $156 \div 36 \approx 4{,}33$ n'est pas entier. **Elle ne peut pas faire 36 paquets.**

2. b) Le nombre maximal de paquets est le PGCD de 252 et 156. D'après les décompositions $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et $156 = 2^2 \times 3 \times 13$, les facteurs communs sont 2^2 et 3 : $\text{PGCD}(252\ ;\ 156) = 2^2 \times 3 = 12$. **Elle peut réaliser au maximum 12 paquets.**

2. c) $252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$. **Chaque paquet contient 21 cartes « feu » et 13 cartes « terre ».**

3. Nombre total de cartes : $252 + 156 = 408$. Les cartes sont équiprobables, donc $p = \dfrac{156}{408} = \dfrac{13}{34}$ (on simplifie par 12). **La probabilité d'obtenir une carte « terre » est** $\dfrac{13}{34} \approx 0{,}38$**.**

Exercice 4 – Calcul littéral, équation et script Scratch *(20 pts)*

1. L'aire d'un carré de côté x est $x \times x$: x^2.

2. Aire du rectangle $= (x - 3)(x + 7) = x \times x + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$. **L'aire du rectangle est bien** $x^2 + 4x - 21$**.**

3. Le programme calcule $R = x \times x = x^2$ (ligne 4), puis doit ajouter $4x$ puis -21 pour obtenir $x^2 + 4x - 21$, et enfin afficher R.
Ligne 5 : la case vide contient 4 (le bloc devient « ajouter 4 * x à R »).
Ligne 6 : la case vide contient -21 (« ajouter -21 à R »).
Ligne 7 : la case vide contient la variable R (« dire regrouper L'aire du rectangle est et R »).

4. Avec $x = 8$: $R = 8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 = 75$. **Le programme renvoie « L'aire du rectangle est 75 ».** (Vérification directe : $(8 - 3)(8 + 7) = 5 \times 15 = 75$.)

5. On cherche x tel que $x^2 + 4x - 21 = x^2$. En soustrayant x^2 des deux membres : $4x - 21 = 0$, soit $4x = 21$ et $x = \dfrac{21}{4} = 5{,}25$. Cette valeur est bien strictement supérieure à 3. Vérification : rectangle $2{,}25 \times 12{,}25 = 27{,}5625$ et carré $5{,}25^2 = 27{,}5625$. **Il faut choisir** $x = 5{,}25$**.**

Exercice 5 – Volume d'un cylindre et pourcentage de baisse *(20 pts)*

1. Une journée compte $24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ secondes. À raison d'une goutte par seconde, **il tombe bien 86 400 gouttes en une journée.**

2. 20 gouttes font 1 mL, donc en un jour : $86\,400 \div 20 = 4\,320$ mL $= 4{,}32$ L. En une semaine (7 jours) : $4{,}32 \times 7 = 30{,}24$. **Il tombe 30,24 L d'eau dans la vasque en une semaine.**

3. Le rayon intérieur est $40 \div 2 = 20$ cm $= 2$ dm et la hauteur 15 cm $= 1{,}5$ dm. Volume du cylindre $= \pi \times r^2 \times h = \pi \times 2^2 \times 1{,}5 = 6\pi \approx 18{,}850$ dm³. Comme 1 dm³ = 1 L, **la vasque a un volume d'environ 18,85 L (au centilitre près).**

4. En une semaine, il tombe 30,24 L d'eau, alors que la vasque ne peut contenir que 18,85 L. Comme $30{,}24 > 18{,}85$, **l'eau va déborder de la vasque.** (Elle déborde même dès le 5^{e} jour : $18{,}85 \div 4{,}32 \approx 4{,}4$ jours.)

5. La diminution est de $165 - 148 = 17$ L par jour. Taux de diminution $= \dfrac{17}{165} \approx 0{,}103$. **La consommation quotidienne a baissé d'environ 10 % entre 2004 et 2018.** (La valeur de 17 L par jour du XIX^{e} siècle n'intervient pas dans le calcul.)

Conseils pour le jour J

Sujet très accessible, donc le correcteur est exigeant sur la forme. À l'exercice 1, la démonstration du parallélisme doit citer la propriété des deux perpendiculaires, et Thalès se rédige avec les trois rapports avant d'isoler AC ; pour la question 3, garde la valeur exacte $\sqrt{416}$ jusqu'à la conversion en mètres, sinon l'arrondi peut dériver. À l'exercice 3, ne confonds pas « décomposition en facteurs premiers » et simple produit : 9 et 21 ne sont pas premiers. À l'exercice 4, la question 5 est un cas particulier : les x^2 se simplifient et il reste une équation du premier degré, il n'y a rien de plus compliqué à chercher. Enfin, à l'exercice 5, travaille en décimètres dès le départ (2 dm et 1,5 dm) pour obtenir directement des litres, et pour le pourcentage, divise la variation (17) par la valeur de départ (165), pas par la valeur d'arrivée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).