# Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Asie

Programme de calcul, fonction linéaire et volume d'une pyramide, Thalès, réciproque de Pythagore et homothétie, Tableur, pourcentages et médiane : les médailles paralympiques, Tarifs de photos, programme Scratch et réduction, Coordonnées géographiques, périmètre et vitesse de l'ISS

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

## Exercice 1 – Programme de calcul, fonction linéaire et volume d'une pyramide *(20 pts)*

**Situation 1**

**1)** On applique le programme au nombre 10 : on soustrait 7, $10 - 7 = 3$ ; on multiplie par 5, $3 \times 5 = 15$ ; on soustrait le double du nombre de départ, $15 - 2 \times 10 = 15 - 20 = -5$. **On obtient bien $-5$.**

**2) C'est l'expression B :** $5(x - 7) - 2x$**.** (Vérification avec $x = 10$ : $5 \times 3 - 20 = -5$. L'expression A oublie les parenthèses : $x - 7 \times 5$ ne multiplie que 7 par 5 ; l'expression C retire $x^2$ au lieu du double $2x$ ; l'expression D ne multiplie pas le 7 par 5.)

> ⚠ **Piège.** « Soustraire 7 puis multiplier par 5 » impose des parenthèses : $5(x - 7)$. Et « le double » de $x$, c'est $2x$, pas $x^2$ (qui est le carré).

**Situation 2**

**1)** Sur le graphique, le point de la droite (d) d'abscisse $-2$ a pour ordonnée $-4$. **L'image de $-2$ par la fonction $f$ est $-4$.**

**2)** La fonction $f$ est linéaire, donc elle s'écrit $f(x) = ax$. Le point A(3 ; 6) appartient à (d), donc $f(3) = 6$, c'est-à-dire $3a = 6$, d'où $a = \dfrac{6}{3} = 2$. **On a $f(x) = 2x$.** On retrouve bien $f(-2) = 2 \times (-2) = -4$, ce qui confirme la lecture graphique.

**Situation 3**

La base CDEF est un rectangle de côtés ED $= 30$ cm et DC $= 40$ cm : son aire vaut $30 \times 40 = 1\,200$ cm². La hauteur de la pyramide est GH $= 55$ cm (la figure indique que (GH) est perpendiculaire à la base).

Le volume d'une pyramide est $V = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$, donc $V = \dfrac{1\,200 \times 55}{3} = \dfrac{66\,000}{3} = 22\,000$ cm³.

Or 1 L $= 1$ dm³ $= 1\,000$ cm³, donc $22\,000$ cm³ $= 22$ dm³ $= 22$ L. **Le volume de la pyramide est de 22 L : il est bien supérieur à 20 L.**

## Exercice 2 – Thalès, réciproque de Pythagore et homothétie *(20 pts)*

**1)** Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E et les droites (AB) et (CD) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{EC}{EB} = \dfrac{ED}{EA} = \dfrac{CD}{AB}$.

On utilise $\dfrac{EC}{EB} = \dfrac{CD}{AB}$, soit $\dfrac{EC}{7{,}2} = \dfrac{6}{9}$, d'où $EC = \dfrac{7{,}2 \times 6}{9} = \dfrac{43{,}2}{9} = 4{,}8$. **Le segment [EC] mesure bien 4,8 cm.**

**2)** Dans le triangle ECD, le plus grand côté est [CD]. On calcule séparément :
d'une part $CD^2 = 6^2 = 36$ ;

d'autre part $EC^2 + ED^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$.
On a $CD^2 = EC^2 + ED^2$ : d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ECD est rectangle en E.**

**3) Homothétie.** (Il s'agit de l'homothétie de centre E et de rapport $-1{,}5$ : elle transforme E en E, C en B et D en A.)

**4)** Le triangle ABE est l'image du triangle ECD par une homothétie de rapport $-1{,}5$ : c'est un agrandissement de rapport $k = 1{,}5$ (toutes les longueurs sont multipliées par 1,5, par exemple $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{9}{6} = 1{,}5$). Dans un agrandissement de rapport $k$, les aires sont multipliées par $k^2$ : $1{,}5^2 = 2{,}25$.

Vérification par le calcul : le triangle ECD est rectangle en E, donc son aire vaut $\dfrac{EC \times ED}{2} = \dfrac{4{,}8 \times 3{,}6}{2} =$ 8,64 cm². Les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{CED}$ sont opposés par le sommet, donc $\widehat{AEB} = 90°$ et ABE est rectangle en E, avec $EA = 1{,}5 \times ED = 1{,}5 \times 3{,}6 = 5{,}4$ cm. Son aire vaut $\dfrac{EA \times EB}{2} = \dfrac{5{,}4 \times 7{,}2}{2} = 19{,}44$ cm². Et $\dfrac{19{,}44}{8{,}64} =$ 2,25.

**L'affirmation est fausse : l'aire du triangle ABE est 2,25 fois plus grande que celle du triangle ECD, et non 1,5 fois.**

> ⚠ **Piège.** Quand les longueurs sont multipliées par $k$, les aires sont multipliées par $k^2$ (et les volumes par $k^3$). Ici $k = 1{,}5$ donne $k^2 = 2{,}25$ : c'est exactement le piège tendu par l'affirmation.

## Exercice 3 – Tableur, pourcentages et médiane : les médailles paralympiques *(20 pts)*

**1)** On lit la ligne 9 (Australie), colonne D (Argent). **L'Australie a obtenu 29 médailles d'argent.**

**2)** L'Italie a obtenu 69 médailles au total, dont 14 en or et 29 en argent. Le nombre de médailles de bronze est donc $69 - 14 - 29 = 26$. **L'Italie a obtenu 26 médailles de bronze.**

**3)** La cellule F2 contient le total des médailles de la Chine, c'est-à-dire la somme des cellules C2, D2 et E2 (or, argent, bronze). On a pu saisir **=C2+D2+E2** ou **=SOMME(C2:E2)**. (On vérifie : $96 + 60 + 51 = 207$.)

**4) Affirmation 1.** La France a obtenu 54 médailles dont 11 en or. La proportion de médailles d'or est $\dfrac{11}{54} \approx 0{,}204$, soit environ 20,4 %. En arrondissant à l'unité, environ 20 % des médailles françaises sont en or : **l'affirmation est vraie à l'arrondi près**. Elle n'est pas exacte au sens strict, car 20 % de 54 médailles feraient $0{,}2 \times 54 = 10{,}8$ médailles, ce qui n'est pas un nombre entier.

**4) Affirmation 2.** On range les 15 nombres de médailles d'argent dans l'ordre croissant :
1 ; 11 ; 12 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; **20** ; 29 ; 29 ; 33 ; 36 ; 38 ; 47 ; 60.
L'effectif est impair (15), donc la médiane est la valeur du milieu, la 8$^{e}$ : c'est 20 (7 valeurs avant, 7 valeurs après). **La médiane vaut 20 et non 29 : l'affirmation est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Le tableau est trié par classement, pas par nombre de médailles d'argent. La 8$^{e}$ ligne du tableau (l'Australie, 29) n'est pas la médiane : il faut d'abord ranger les valeurs dans l'ordre croissant.

**5)** L'augmentation de la prime est de $65\,000 - 50\,000 = 15\,000$ euros. Le pourcentage d'augmentation est $\dfrac{15\,000}{50\,000} \times 100 = 0{,}3 \times 100 = 30$. (Vérification : $50\,000 \times 1{,}30 = 65\,000$.) **La prime a augmenté de 30 % entre 2016 et 2021.**

## Exercice 4 – Tarifs de photos, programme Scratch et réduction *(25 pts)*

**1) a.** 35 photos, c'est entre 1 et 100 photos : chaque photo coûte 0,17 €. Prix : $35 \times 0{,}17 = 5{,}95$. **Le prix à payer pour 35 photos est de 5,95 €.**

**1) b.** 150 photos, c'est plus de 100 photos : on paie 17 € pour les 100 premières, puis 0,13 € pour chacune des $150 - 100 = 50$ photos supplémentaires. Prix : $17 + 50 \times 0{,}13 = 17 + 6{,}50 = 23{,}50$. **Le prix à payer pour 150 photos est bien de 23,50 €.**

**1) c.** Avec 10 €, on reste sous les 17 € des 100 premières photos : le tarif est donc de 0,17 € par photo. On calcule $\dfrac{10}{0{,}17} \approx 58{,}8$. On ne peut commander qu'un nombre entier de photos : $58 \times 0{,}17 = 9{,}86$ € (ça passe) mais $59 \times 0{,}17 = 10{,}03$ € (ça dépasse). **On peut commander au maximum 58 photos.**

> 💡 **Astuce.** Quand on cherche un « nombre maximum » d'objets, on arrondit toujours à l'entier **inférieur**, même si la partie décimale dépasse 0,5 : ici 58,8 donne 58, pas 59. Vérifie en calculant le prix des deux entiers qui encadrent.

**2)** Sur la copie :

- **Ligne 3 : 101** (la condition « Nb photos $< 101$ » correspond à « de 1 à 100 photos » ; la valeur 100 convient aussi, car pour exactement 100 photos le « sinon » donne $17 + 0 \times 0{,}13 = 17$ €, soit le même prix que $100 \times 0{,}17$) ;
- **Ligne 4 : 0.17** (prix d'une photo pour 100 photos ou moins) ;
- **Ligne 7 : 17** (prix des 100 premières photos, auquel on ajoute les photos supplémentaires à 0,13 €).

**3) a.** D'après la question 1) b., le prix normal pour 150 photos est de 23,50 €. C'est plus de 20 €, donc la réduction de 30 % s'applique. Baisser de 30 %, c'est multiplier par $1 - 0{,}30 = 0{,}7$ : $23{,}50 \times 0{,}7 = 16{,}45$. (Autre calcul : réduction $23{,}50 \times 0{,}3 = 7{,}05$ € et $23{,}50 - 7{,}05 = 16{,}45$.) **En période des soldes, 150 photos coûtent 16,45 €.**

**3) b. La proposition 4 : prix * 0.7** convient (la proposition 2, prix − prix * 0.3, convient également, car elle donne le même résultat). La proposition 1 retire 30 € au lieu de 30 %, et la proposition 3 calcule le montant de la réduction (30 % du prix) et non le prix réduit.

## Exercice 5 – Coordonnées géographiques, périmètre et vitesse de l'ISS *(15 pts)*

**1)** Sur le planisphère, les parallèles (latitudes) et les méridiens (longitudes) sont tracés de 10° en 10°. Avec la précision permise par le graphique :

- **Miami : environ 25° Nord et 80° Ouest** (la croix est entre les parallèles 20° N et 30° N, sur le méridien 80° situé à l'ouest du méridien de Greenwich) ;
- **Canberra : environ 35° Sud et 150° Est** (la croix est entre les parallèles 30° S et 40° S, vers le méridien 150° situé à l'est du méridien de Greenwich).

**2)** L'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que la Terre ; son rayon est le rayon de la Terre augmenté de l'altitude : $R = 6\,371 + 380 = 6\,751$ km. La longueur d'un tour est le périmètre de ce cercle : $P = 2\pi R = 2 \times \pi \times 6\,751 \approx 42\,418$ km. **L'ISS parcourt bien environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.**

**3) a.** La durée s'obtient par $t = \dfrac{d}{v}$ : $t = \dfrac{42\,400}{27\,600} \approx 1{,}536$ h. On convertit la partie décimale en minutes : $0{,}536 \times 60 \approx 32$ min. (Avec la distance non arrondie, $\dfrac{42\,418}{27\,600} \approx 1{,}537$ h, on trouve aussi 32 min.) **Il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour faire un tour complet de la Terre.**

> ⚠ **Piège.** 1,536 h ne fait pas 1 h 53 min : la partie décimale d'une durée en heures se multiplie par 60 pour obtenir des minutes.

**3) b.** La sortie a duré de 14 h 30 à 21 h 45, soit 7 h 15 min, c'est-à-dire $7 \times 60 + 15 = 435$ min. Un tour dure environ 1 h 32 min $= 92$ min. On calcule $\dfrac{435}{92} \approx 4{,}7$ : en 4 tours, il s'écoule $4 \times 92 = 368$ min, mais 5 tours demanderaient $5 \times 92 = 460$ min, plus que 435 min. **Durant sa sortie, Thomas Pesquet a fait 4 fois le tour complet de la Terre.**

## Conseils pour le jour J

Ce sujet est accessible mais truffé de pièges de lecture. À l'exercice 2, la question 4 est le point clé : quand les longueurs sont multipliées par 1,5, les aires le sont par $1{,}5^2 = 2{,}25$ ; justifie-le par la règle de l'agrandissement ou par un calcul d'aires, jamais par une simple impression. N'oublie pas non plus de nommer les théorèmes (Thalès pour EC, réciproque de Pythagore pour l'angle droit) : c'est là que se jouent les points de rédaction.

À l'exercice 3, la médiane se calcule sur la série **rangée dans l'ordre croissant** et non dans l'ordre du tableau ; pour l'affirmation 1, écris le calcul $\dfrac{11}{54} \approx 20{,}4\ \%$ et conclus clairement. À l'exercice 4, lis bien le tarif : au-delà de 100 photos, seules les photos supplémentaires sont à 0,13 € ; et un « nombre maximum de photos » s'arrondit à l'entier inférieur.

Gère ton temps : l'exercice 4 (25 points) et l'exercice 1 (trois situations rapides) rapportent beaucoup pour peu de calcul. À l'exercice 5, garde la calculatrice pour $2\pi R$ et convertis soigneusement les heures décimales en minutes ($\times 60$).

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*