Corrigé – Brevet 2022 – mathématiques – Amérique du Sud

Six affirmations vrai / faux, Diagramme en barres, pourcentages et tableur : l'énergie solaire, Triangle rectangle, angles et trigonométrie, Scratch : un logo construit par rotation, Carré potager : planches, budget et volume de terre

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Six affirmations vrai / faux *(25 pts)*

1) Affirmation 1. Les tirages sont équiprobables (boules indiscernables au toucher).
Urne A : 8 boules bleues sur 20, donc $p_A = \dfrac{8}{20} = 0{,}4$.
Urne B : $11 + 14 = 25$ boules dont 11 bleues, donc $p_B = \dfrac{11}{25} = 0{,}44$.
Comme $0{,}44 > 0{,}4$, **l'affirmation 1 est vraie : on a plus de chances de tirer une boule bleue dans l'urne B.**

> ⚠ **Piège.** L'urne B contient 25 boules en tout (11 bleues + 14 vertes), pas 14 : la probabilité est $\dfrac{11}{25}$ et non $\dfrac{11}{14}$.

2) Affirmation 2. On range la série dans l'ordre croissant : 3 ; 7 ; 7 ; 11 ; **12** ; 12 ; 14 ; 14 ; 14. Elle compte 9 valeurs (effectif impair), donc la médiane est la 5^{e} valeur : 12 (4 valeurs avant, 4 valeurs après). **La médiane vaut 12 et non 11 : l'affirmation 2 est fausse.**

3) Affirmation 3. 3 h 20 min ne font pas 3,2 h : $20 \text{ min} = \dfrac{20}{60} \text{ h} = \dfrac{1}{3} \text{ h}$, donc $3 \text{ h } 20 \text{ min} = \dfrac{10}{3} \text{ h}$. La vitesse moyenne vaut $v = \dfrac{d}{t} = 36 \div \dfrac{10}{3} = 36 \times \dfrac{3}{10} = 10{,}8 \text{ km/h}$. (Vérification : $10{,}8 \times \dfrac{10}{3} = 36$ km.) **La vitesse moyenne est de 10,8 km/h : l'affirmation 3 est fausse.** (Le résultat 11,25 km/h vient de l'erreur $36 \div 3{,}2$.)

4) Affirmation 4. Par le calcul : $f(-1) = -4 \times (-1) - 5 = 4 - 5 = -1$.
Par lecture graphique : le point de la courbe de g d'abscisse -1 a pour ordonnée -2, donc $g(-1) = -2$.
Or $-1 > -2$: l'image de -1 par f est supérieure à l'image de -1 par g. **L'affirmation 4 est fausse.**

5) Affirmation 5. On développe chaque membre :
$(x+5)^2 - 4 = x^2 + 10x + 25 - 4 = x^2 + 10x + 21$;
$(x+1)(x+9) = x^2 + 9x + x + 9 = x^2 + 10x + 9$.
Les deux expressions ne sont pas égales ($21 \neq 9$). Contre-exemple avec $x = 0$: $(0+5)^2 - 4 = 21$ alors que $(0+1)(0+9) = 9$. **L'affirmation 5 est fausse.** (La bonne factorisation, avec $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, est $(x+5)^2 - 2^2 = (x+3)(x+7)$.)

6) Affirmation 6. Une diagonale partage le carré en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 m. D'après le **théorème de Pythagore** : $d^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$, donc $d = \sqrt{72}$ m (soit environ 8,49 m). **L'affirmation 6 est vraie.**

> 💡 **Astuce.** Pour montrer qu'une égalité « pour tout nombre x » est fausse, un seul contre-exemple suffit (ici $x = 0$). Pour montrer qu'elle est vraie, en revanche, il faut développer ou factoriser : des exemples ne suffisent pas.

Exercice 2 – Diagramme en barres, pourcentages et tableur : l'énergie solaire *(20 pts)*

1) La barre du pays E s'arrête un peu en dessous de la graduation 10. **Le pays E a produit environ 9,5 TWh** (toute valeur lue entre 9 et 10 TWh convient).

2) a) Les pays A et B ont produit ensemble $47{,}5 + 23{,}7 = 71{,}2$ TWh. Leur part dans la production européenne est $\dfrac{71{,}2}{131{,}8} \approx 0{,}540$, soit environ 54 %. **Les pays A et B totalisent bien à eux seuls environ 54 % de la production européenne.**

2) b) La hausse entre 2018 et 2019 est de $131{,}8 - 122{,}3 = 9{,}5$ TWh. Le pourcentage d'augmentation est $\dfrac{9{,}5}{122{,}3} \times 100 \approx 7{,}77$, soit 7,8 % au dixième près. (Vérification : $122{,}3 \times 1{,}078 \approx 131{,}8$.) **La production photovoltaïque totale a augmenté d'environ 7,8 % entre 2018 et 2019.**

> ⚠ **Piège.** Un pourcentage d'augmentation se calcule toujours par rapport à la valeur de **départ** (ici 2018 : 122,3 TWh). Diviser par 131,8 donnerait 7,2 %, ce qui est faux.

3) a) On compare les productions de 2017, 2018 et 2019 pour chaque type d'énergie :

- Éolien : $24{,}1 < 27{,}8 < 34{,}1$;
- Solaire : $9{,}2 < 10{,}2 < 11{,}6$;
- Bioénergies : $9{,}5 < 9{,}7 < 9{,}9$.

Les autres baissent au moins une fois (nucléaire de 393,2 à 379,5 en 2019, thermique de 53,9 à 39,4 en 2018, hydraulique de 68,3 à 60 en 2019). **Les énergies dont la production a augmenté chaque année de 2017 à 2019 sont l'éolien, le solaire et les bioénergies.**

3) b) La cellule B9 contient le total de la colonne B, c'est-à-dire la somme des cellules B3 à B8. On a pu saisir **=SOMME(B3:B8)** (ou =B3+B4+B5+B6+B7+B8). En l'étirant vers la droite, la formule devient =SOMME(C3:C8) puis =SOMME(D3:D8). (On vérifie : $379{,}1 + 53{,}9 + 53{,}5 + 24{,}1 + 9{,}2 + 9{,}5 = 529{,}3$.)

Exercice 3 – Triangle rectangle, angles et trigonométrie *(20 pts)*

D'après la figure, AC = 10 cm.

1) Les longueurs DB et CB sont égales, donc le triangle DBC est **isocèle en B**. Dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux : $\widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 30°$ (car B est sur [AC], donc $\widehat{BCD} = \widehat{ACD} = 30°$). La somme des angles d'un triangle vaut 180°, donc $\widehat{DBC} = 180° - 30° - 30° = 120°$. **L'angle $\widehat{DBC}$ mesure 120°.**

2) Dans le triangle ADC rectangle en D, [AC] est l'hypoténuse et [AD] est le côté opposé à l'angle $\widehat{DCA}$. On utilise le **sinus** : $\sin \widehat{DCA} = \dfrac{AD}{AC}$, soit $\sin 30° = \dfrac{AD}{10}$, d'où $AD = 10 \times \sin 30° = 10 \times 0{,}5 = 5$. **Le segment [AD] mesure bien 5 cm.**

3) Dans le même triangle ADC rectangle en D, [DC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{DCA}$. On utilise le **cosinus** : $\cos 30° = \dfrac{DC}{AC}$, d'où $DC = 10 \times \cos 30° \approx 8{,}660$. Vérification avec le **théorème de Pythagore** : $DC^2 = AC^2 - AD^2 = 100 - 25 = 75$ et $\sqrt{75} \approx 8{,}660$. **DC ≈ 8,7 cm au millimètre près.**

> 💡 **Astuce.** Retiens « CAH SOH TOA » : Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Sinus = Opposé / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent. Et vérifie que ta calculatrice est en mode degrés : $\sin 30°$ doit donner exactement 0,5.

4) On calcule les trois angles du triangle ABD.

- Les points A, B et C sont alignés, donc les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{DBC}$ sont supplémentaires : $\widehat{ABD} = 180° - 120° = 60°$.
- Dans le triangle ADC : $\widehat{DAC} = 180° - 90° - 30° = 60°$, donc $\widehat{DAB} = 60°$.
- Dans le triangle ABD : $\widehat{ADB} = 180° - 60° - 60° = 60°$.

Les trois angles du triangle ABD mesurent 60°. **Le triangle ABD est équilatéral.** (On en déduit AB = BD = AD = 5 cm : B est le milieu de [AC].)

Exercice 4 – Scratch : un logo construit par rotation *(18 pts)*

1) Chaque motif se déduit du précédent en tournant autour du centre du logo (le point de départ, de coordonnées (0 ; 0)). **C'est une rotation** (de centre le point de départ et d'angle 72°, car le logo compte 5 motifs et $360° \div 5 = 72°$).

2) C'est la proposition 2. Elle trace d'abord la « tige » horizontale (avancer de 50), puis le parallélogramme : avancer de 50, tourner à droite de 40°, avancer de 50, tourner à droite de 140°, deux fois. Comme $40° + 140° = 180°$, le lutin revient dans la direction de départ après deux côtés, et les virages à droite placent le parallélogramme sous la tige, comme sur le motif. La proposition 3 tourne à gauche (parallélogramme au-dessus de la tige) et la proposition 1 ne trace pas la tige.

3) Le logo compte 5 motifs identiques. Après chaque motif, le lutin se trouve au bout de la tige : il faut le ramener au centre (0 ; 0) puis le faire tourner de $360° \div 5 = 72°$. Sur la copie :

- 4 : **répéter 5 fois**
- 5 : **Motif**
- 6 : **aller à x : 0 y : 0**
- 7 : **tourner ↻ de 72 degrés**

> ⚠ **Piège.** Compte bien les motifs sur le logo avant de calculer l'angle : c'est 360° divisé par le nombre de motifs (ici 5, donc 72°), et non un angle lu « à l'œil ».

4) L'instruction doit être placée à l'intérieur de la boucle « répéter » pour être exécutée une fois par motif. **On peut la placer après l'instruction 5** (les instructions 6 ou 7 conviennent aussi).

Exercice 5 – Carré potager : planches, budget et volume de terre *(17 pts)*

1) a) Le carré potager a 4 côtés et une hauteur de 30 cm ; chaque planche a une largeur de 15 cm, il faut donc 2 planches superposées par côté ($2 \times 15 = 30$ cm). D'après la vue de dessus, chaque planche mesure 1,20 m de long (les 2 cm correspondent à l'épaisseur de la planche voisine). Il faut donc $4 \times 2 = 8$ morceaux de 1,20 m. Dans une planche de 2,50 m, on peut couper 2 morceaux de 1,20 m ($2 \times 1{,}20 = 2{,}40$ m $\leq 2{,}50$ m), mais pas 3 ($3 \times 1{,}20 = 3{,}60$ m). Il faut donc $8 \div 2 = 4$ planches. **On devra acheter 4 planches.**

1) b) On fait la liste du matériel :

- 4 planches : $4 \times 5{,}60 = 22{,}40$ € ;
- une équerre dans chacun des 4 angles : $4 \times 2{,}90 = 11{,}60$ € ;
- 8 vis par équerre, soit $4 \times 8 = 32$ vis : un seul lot de 100 vis suffit, 5,70 €.

Budget : $22{,}40 + 11{,}60 + 5{,}70 = 39{,}70$. **Le budget nécessaire (hors terre) est de 39,70 €.**

2) La terre doit monter au minimum aux deux tiers de la hauteur : $\frac{2}{3} \times 30 = 20$ cm. Elle forme un pavé droit de base carrée de côté 118 cm et de hauteur 20 cm. On convertit en dm pour obtenir directement des litres : 118 cm = 11,8 dm et 20 cm = 2 dm.
Volume : $V = 11{,}8 \times 11{,}8 \times 2 = 278{,}48$ dm³, soit 278,48 L.

Sept sacs de 40 L contiennent $7 \times 40 = 280$ L, et $280 > 278{,}48$. **Oui, sept sacs de terre végétale suffisent** (il reste environ 1,5 L).

Conseils pour le jour J

L'exercice 1 (25 points) est un vrai / faux où **chaque réponse doit être justifiée** : un simple « vrai » ou « faux » ne rapporte rien. Pour chaque affirmation, écris le calcul, puis une phrase de conclusion. Méfie-toi des pièges classiques de ce sujet : 3 h 20 min n'est pas 3,2 h, la médiane se cherche dans la série rangée, et l'urne B contient 25 boules.

À l'exercice 3, nomme la propriété utilisée à chaque étape (triangle isocèle, somme des angles, sinus, cosinus) ; la question 4 se résout avec les angles trouvés avant, pense à t'appuyer sur tes résultats précédents. À l'exercice 4, aucune justification n'est attendue : réponds vite et proprement, en recopiant uniquement la boucle demandée.

À l'exercice 5, fais un inventaire complet du matériel (planches, équerres, vis) avant de calculer le budget, et convertis les longueurs en dm pour le volume : la réponse finale (278,48 L contre 280 L) est très serrée, une erreur d'unité ou d'arrondi change la conclusion.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).