Corrigé – Brevet 2021 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

Six affirmations vrai ou faux : pourcentage, fractions, équation, volume, trigonométrie, dénombrement, Statistiques sur les précipitations à Nouméa, Théorème de Pythagore : l'adhésif sur les vitres, Arithmétique et pourcentage : les biscuits de la pâtisserie, Probabilités avec un jeu de cartes de fruits, Distances de réaction, de freinage et d'arrêt, Tâche complexe : aires et budget pour peindre une piscine, Théorème de Thalès et Scratch : le phare Amédée

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Six affirmations vrai ou faux : pourcentage, fractions, équation, volume, trigonométrie, dénombrement *(18 pts)*

Affirmation 1 : FAUX. Prendre 50 % d'un nombre, c'est en prendre la moitié : $\frac{50}{100} \times 10\,350 = 0{,}5 \times 10\,350 = 5\,175$. **50 % de 10 350 valent 5 175, et non 10 300.**

Affirmation 2 : VRAI. On simplifie par 6, qui divise 42 et 18 : $\frac{42}{18} = \frac{6 \times 7}{6 \times 3} = \frac{7}{3}$. Les nombres 7 et 3 sont premiers entre eux (leur seul diviseur commun est 1), donc la fraction $\frac{7}{3}$ ne peut plus être simplifiée. **$\frac{7}{3}$ est bien la forme irréductible de $\frac{42}{18}$.**

Affirmation 3 : VRAI. On remplace x par 3 dans chaque membre : à gauche, $2 \times 3 - 4 = 6 - 4 = 2$; à droite, $-3 + 5 = 2$. Les deux membres sont égaux.
On peut aussi résoudre l'équation : $2x - 4 = -x + 5$ donne $2x + x = 5 + 4$, soit $3x = 9$, donc $x = 3$.
L'équation a bien pour solution 3.

Affirmation 4 : FAUX. Le diamètre vaut 21,6 cm, donc le rayon vaut $R = 21{,}6 \div 2 = 10{,}8$ cm.
$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 10{,}8^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 1\,259{,}712 \approx 5\,276{,}7$ cm³.
Le volume arrondi à l'unité est environ 5 277 cm³, et non 42 213 cm³. (La valeur 42 213 cm³ correspond à l'erreur qui consiste à prendre le diamètre 21,6 cm comme rayon.)

> ⚠ **Piège.** La formule du volume de la boule utilise le **rayon**. Quand l'énoncé donne un diamètre, divise-le par 2 avant tout calcul : l'affirmation 4 est construite exactement sur cet oubli.

Affirmation 5 : VRAI. Le triangle DBN est rectangle en B (codage). Pour l'angle $\widehat{DNB}$, le côté [DB] est opposé et le côté [BN] est adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{DNB} = \frac{DB}{BN} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.
À la calculatrice, $\widehat{DNB} = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) \approx 18{,}4°$. **Arrondi à l'unité, l'angle $\widehat{DNB}$ mesure bien $18°$.**

Affirmation 6 : FAUX. Le premier chiffre peut prendre 3 valeurs (1, 2 ou 3), le deuxième aussi 3 valeurs (un chiffre peut apparaître deux fois) et le dernier est imposé (6). Il y a donc $3 \times 3 \times 1 = 9$ codes possibles : 116, 126, 136, 216, 226, 236, 316, 326, 336. **On peut composer 9 codes différents, et non 6.**

Exercice 2 – Statistiques sur les précipitations à Nouméa *(10 pts)*

1. La série comporte 9 valeurs (d'avril à décembre). Leur somme vaut $147 + 199 + 40 + 67 + 47 + 54 + 104 + 45 + 63 = 766$ mm.
Moyenne : $\frac{766}{9} \approx 85{,}1$ mm. **La moyenne des précipitations est d'environ 85 mm.**

2. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $199 - 40 = 159$. **L'étendue des précipitations est 159 mm.**

3. On range les 9 valeurs dans l'ordre croissant : 40 ; 45 ; 47 ; 54 ; **63** ; 67 ; 104 ; 147 ; 199.
L'effectif est impair (9), la médiane est donc la 5^{e} valeur (4 valeurs avant, 4 valeurs après). **La médiane des précipitations est 63 mm.** Cela signifie qu'il a plu 63 mm ou moins pendant au moins la moitié des mois étudiés.

> ⚠ **Piège.** Le tableau est rangé par mois, pas par valeur : il faut **d'abord ranger les valeurs dans l'ordre croissant**. La valeur du milieu du tableau (Août, 47 mm) n'est pas la médiane.

4. Les mois où les précipitations dépassent 100 mm sont avril (147 mm), mai (199 mm) et octobre (104 mm), soit 3 mois sur 9.
$\frac{3}{9} \times 100 = \frac{100}{3} \approx 33{,}3\ \%$. **Environ 33 % des mois ont des précipitations supérieures à 100 mm.**

Exercice 3 – Théorème de Pythagore : l'adhésif sur les vitres *(10 pts)*

1. Le triangle BAI est rectangle en A, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $BI^2 = BA^2 + AI^2$.
$BI^2 = 210^2 + 155^2 = 44\,100 + 24\,025 = 68\,125$.
$BI = \sqrt{68\,125} \approx 261{,}008$ cm. **Au cm près, BI ≈ 261 cm.**

2. Une vitre est un rectangle de longueur 210 cm et de largeur 155 cm. Un rectangle a quatre angles droits : une diagonale partage la vitre en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 210 cm et 155 cm, exactement comme le triangle BAI. Chaque diagonale mesure donc $\sqrt{68\,125} \approx 261{,}0$ cm (les deux diagonales d'un rectangle ont la même longueur).
Pour les deux diagonales : $2 \times \sqrt{68\,125} \approx 522{,}0$ cm, soit environ 5,22 m. **Joanne a bien besoin d'environ 5,22 m d'adhésif par vitre.**

3. Pour les 15 vitres, il faut environ $15 \times 5{,}22 = 78{,}3$ m d'adhésif.
Joanne dispose de $7 \times 10 = 70$ m d'adhésif.
Comme $70 < 78{,}3$, il lui manque environ 8,3 m. **Non, Joanne n'a pas assez d'adhésif pour toutes les vitres.** (Avec 70 m, elle ne peut équiper que 13 vitres, car $70 \div 5{,}22 \approx 13{,}4$.)

Exercice 4 – Arithmétique et pourcentage : les biscuits de la pâtisserie *(14 pts)*

1. a) 330 est pair (il se termine par 0), il est donc divisible par 2 : $330 = 2 \times 165$. Il admet au moins trois diviseurs (1, 2 et 330). Un nombre premier n'a que deux diviseurs, 1 et lui-même. **330 n'est donc pas un nombre premier.**

1. b) On divise successivement par les nombres premiers : $330 = 2 \times 165$; $165 = 3 \times 55$; $55 = 5 \times 11$, et 11 est premier. $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$**.**

1. c) $330 \div 165 = 2$, qui est un nombre entier : $330 = 2 \times 165$. **165 divise donc 330.**

1. d) $165 = 3 \times 5 \times 11$. Or la décomposition $500 = 2^2 \times 5^3$ ne contient ni le facteur 3, ni le facteur 11 : 165 ne peut donc pas diviser 500. On le vérifie : $500 \div 165 \approx 3{,}03$, qui n'est pas un nombre entier. **165 ne divise pas 500.**

2. On répartit les 330 biscuits aux noix dans les 165 boîtes : $330 \div 165 = 2$. La division tombe juste, tous les biscuits aux noix sont utilisés. **Il y a 2 biscuits aux noix dans chaque boîte.**

3. a) 165 ne divise pas 500 : on effectue la division euclidienne de 500 par 165 : $500 = 165 \times 3 + 5$ (avec $5 < 165$). **Il y a 3 biscuits au chocolat dans chaque boîte.**

3. b) D'après la division euclidienne précédente, le reste vaut 5 : $500 - 165 \times 3 = 500 - 495 = 5$. **Il reste 5 biscuits au chocolat.**

4. Sans réduction, 12 boîtes coûtent $12 \times 3\,650 = 43\,800$ francs.
Comme on achète au moins 10 boîtes, on bénéficie de la réduction de 5 % : $43\,800 \times \dfrac{5}{100} = 2\,190$ francs.
Prix à payer : $43\,800 - 2\,190 = 41\,610$ francs (ou directement $43\,800 \times 0{,}95 = 41\,610$). **On paiera 41 610 francs pour 12 boîtes.**

Exercice 5 – Probabilités avec un jeu de cartes de fruits *(12 pts)*

1. D'après le tableau, la famille banane comporte $5 + 3 + 3 + 2 + 1 = 14$ cartes. La répartition est la même pour les quatre familles, donc le jeu comporte $4 \times 14 = 56$ cartes. **Le jeu a bien 56 cartes.**

2. Les 56 cartes ont la même chance d'être choisies (situation d'équiprobabilité). La famille prune compte 14 cartes. $P(P) = \dfrac{14}{56} = \dfrac{1}{4}$. **La probabilité de l'événement P est $\dfrac{1}{4}$ (soit 0,25).**

3. a) L'événement contraire de P, noté $\overline{P}$, est : **« Jack n'obtient pas une carte de la famille prune »**, c'est-à-dire « Jack obtient une carte de la famille banane, citron ou fraise ».

3. b) La somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut 1 : $P(\overline{P}) = 1 - P(P) = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.
On le retrouve en comptant : $\dfrac{3 \times 14}{56} = \dfrac{42}{56} = \dfrac{3}{4}$. **La probabilité de l'événement contraire de P est $\dfrac{3}{4}$.**

4. D'après le tableau, dans chaque famille, 2 cartes portent quatre fruits. Il y a donc $4 \times 2 = 8$ cartes avec quatre fruits dans le jeu. $p = \dfrac{8}{56} = \dfrac{1}{7}$. **La probabilité d'obtenir une carte avec quatre fruits est $\dfrac{1}{7}$.**

Exercice 6 – Distances de réaction, de freinage et d'arrêt *(14 pts)*

Partie 1 : distance de réaction

1. La représentation graphique de la distance de réaction en fonction de la vitesse est une **droite qui passe par l'origine** du repère. **Elle traduit donc une situation de proportionnalité** : la distance de réaction est proportionnelle à la vitesse.

2. Par lecture graphique :
– pour une vitesse de 0 km/h, la droite passe par l'origine : la distance de réaction est **0 m** ;
– pour une distance de réaction de 15 m, on lit une vitesse d'environ **54 km/h** ;
– pour une vitesse de 90 km/h, on lit une distance de réaction de **25 m**.

Vitesse (km/h)	**0**	**54**	**90**
Distance de réaction (m)	0	15	25

Vérification par la proportionnalité : $\dfrac{25}{90} = \dfrac{5}{18}$, et $15 \div \dfrac{5}{18} = 15 \times \dfrac{18}{5} = 54$. Les lectures sont cohérentes.

> 💡 **Astuce.** Quand une lecture graphique tombe entre deux graduations, sers-toi de la proportionnalité pour la confirmer : une valeur lue avec précision (25 m pour 90 km/h) suffit pour calculer les autres.

Partie 2 : distance de freinage sur route sèche

1. La vitesse v est dans la cellule B1 et $v^2 = v \times v$. La formule à saisir dans la cellule B2 est donc **=B1*B1/203.2**. (La formule =2*B1/203.2 calcule $\dfrac{2v}{203{,}2}$ et la formule =B1+B1/203.2 calcule $v + \dfrac{v}{203{,}2}$, ce qui ne correspond pas.)

2. Avec $v = 90$ km/h : $d = \dfrac{90^2}{203{,}2} = \dfrac{8\,100}{203{,}2} \approx 39{,}9$ m. **La distance de freinage est bien d'environ 40 m.**

Partie 3 : distance d'arrêt sur route sèche

D'après le schéma, la distance d'arrêt est la somme de la distance de réaction et de la distance de freinage. À 90 km/h, la distance de réaction vaut 25 m (partie 1) et la distance de freinage environ 39,9 m (partie 2).
Distance d'arrêt : $25 + \dfrac{8\,100}{203{,}2} \approx 25 + 39{,}9 = 64{,}9$ m. **La distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 90 km/h est d'environ 65 m.**

Exercice 7 – Tâche complexe : aires et budget pour peindre une piscine *(9 pts)*

La piscine est un pavé droit ouvert (sans couvercle) de longueur 8 m, de largeur 4 m et de profondeur 1,70 m. On doit peindre le sol et les quatre parois intérieures.

Étape 1 : surface à peindre pour une couche.
– Sol (rectangle 8 m × 4 m) : $8 \times 4 = 32$ m².
– Deux grandes parois (8 m × 1,70 m) : $2 \times 8 \times 1{,}7 = 27{,}2$ m².
– Deux petites parois (4 m × 1,70 m) : $2 \times 4 \times 1{,}7 = 13{,}6$ m².
Total pour une couche : $32 + 27{,}2 + 13{,}6 = 72{,}8$ m².

Étape 2 : surface pour deux couches. $2 \times 72{,}8 = 145{,}6$ m².

Étape 3 : nombre de pots. Un pot permet de peindre 35 m² : $145{,}6 \div 35 = 4{,}16$. Quatre pots ne suffisent pas ($4 \times 35 = 140$ m² $< 145{,}6$ m²), il faut donc acheter 5 pots ($5 \times 35 = 175$ m² $\geq 145{,}6$ m²).

Étape 4 : budget. $5 \times 12\,000 = 60\,000$ F. **Il faut prévoir un budget de 60 000 F pour les travaux de peinture.**

> ⚠ **Piège.** Le nombre de pots s'arrondit toujours à l'entier **supérieur** : 4,16 pots, c'est 5 pots à acheter. Et n'oublie ni les deux couches, ni les quatre parois (deux de 8 m et deux de 4 m).

Exercice 8 – Théorème de Thalès et Scratch : le phare Amédée *(13 pts)*

1. Les points H, A et O sont alignés dans cet ordre, donc $OH = HA + AO = 260 + 151 = 411$. **La distance OH est égale à 411 m.**

2. Les points O, A, H sont alignés, les points O, B, P sont alignés, et les droites (AB) et (HP) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** dans les triangles OAB et OHP :
$\dfrac{OA}{OH} = \dfrac{OB}{OP} = \dfrac{AB}{HP}$, soit $\dfrac{151}{411} = \dfrac{AB}{56}$.
Donc $AB = \dfrac{151 \times 56}{411} = \dfrac{8\,456}{411} \approx 20{,}57$ m. **La hauteur AB de la balise est d'environ 20,6 m.**

> 💡 **Astuce.** Dans une configuration de Thalès, repère le sommet commun (ici la bouée O) et écris les rapports « petit triangle sur grand triangle » dans le même ordre : $\dfrac{OA}{OH} = \dfrac{AB}{HP}$. Le produit en croix fait le reste.

3. Sur la figure, l'angle de 180° est un angle plat (les deux demi-droites en pointillés sont dans le prolongement l'une de l'autre). L'angle $\hat{a}$ et l'angle de 72° sont adjacents et forment ensemble cet angle plat, ils sont donc supplémentaires : $\hat{a} = 180° - 72° = 108°$. **L'angle $\hat{a}$ mesure 108°.**

4. On suit le motif de A vers B, le lutin partant de A vers le bas. D'après les codages, le troisième segment porte le même codage que le segment de 28 et le quatrième le même codage que le segment de 38.
– « avancer de 38 pas » : premier segment, vers le bas ;
– « tourner ↻ de **90** degrés » : angle droit codé sur la figure ;

– « avancer de 28 pas » ;
– « tourner ↺ de 108 degrés » : l'angle du motif vaut 72°, le lutin tourne donc de $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ (question 3) ;
– « avancer de **28** pas » (même codage que le segment de 28) ;
– « tourner ↻ de 90 degrés » : deuxième angle droit ;
– « avancer de **38** pas » (même codage que le segment de 38), on arrive en B.
Les trois cases à compléter sont, dans l'ordre : 90, 28 et 38.

5. Nombre de rotations dans le script final : à la fin du motif (en B), l'angle entre le dernier segment et le premier segment du motif suivant mesure 36°. Le lutin doit donc tourner de $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ vers la gauche. Au cours d'un motif, le lutin tourne de 90° vers la droite, 108° vers la gauche puis 90° vers la droite, soit $90 - 108 + 90 = 72^\circ$ vers la droite ; avec la rotation de 144° vers la gauche, il tourne au total de $144 - 72 = 72^\circ$ vers la gauche à chaque répétition. Pour revenir au point de départ dans la direction de départ, il doit faire un tour complet : $360 \div 72 = 5$ répétitions.
Script final : « répéter 5 fois » et « tourner ↺ de 144 degrés ».

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte huit exercices courts : ne t'attarde pas sur une question bloquante et garde du temps pour l'exercice 8, le plus long (Thalès puis Scratch). Au vrai/faux de l'exercice 1, chaque réponse doit être justifiée par un calcul ou un contre-exemple : écrire seulement « vrai » ou « faux » ne rapporte presque rien. Les affirmations 1, 4 et 6 sont fausses parce qu'elles reposent sur des erreurs classiques (prendre le nombre entier au lieu de la moitié, utiliser le diamètre à la place du rayon, oublier qu'un chiffre peut se répéter).

Pense à l'annexe : le tableau de l'exercice 6 et les deux scripts de l'exercice 8 se complètent directement sur les pages 9 et 10, qu'il faut rendre avec ta copie. À l'exercice 7, rédige ta démarche étape par étape (aire d'une couche, deux couches, nombre de pots arrondi au supérieur, prix) : même une réponse finale fausse rapporte des points si les étapes sont visibles. Enfin, soigne les phrases de conclusion avec l'unité (mm, cm, m, francs) : c'est ce que regarde le correcteur en premier.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).