Corrigé – Brevet 2021 – mathématiques – Amérique du Nord

Vrai ou faux : six affirmations à justifier, Lecture graphique d'un triathlon et vitesse, Symétries et rotations autour d'un carré, Suite d'instructions pour colorier un motif, Aires et pourcentages : rénovation d'une salle de bain

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : six affirmations à justifier *(26 pts)*

1. Affirmation n°1 : FAUSSE. L'image de -1 est $f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$, et non 2.

2. Affirmation n°2 : VRAIE. Par double distributivité : $(x-5)(x+1) = x^2 + x - 5x - 5 = x^2 - 4x - 5$.

3. Affirmation n°3 : FAUSSE. Attention, il s'agit de $2^n + 1$ (2 puissance n) et non de $2n+1$. Pour $n = 5$, $2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33$. Or $33 = 3 \times 11$: 33 est divisible par 3, il a d'autres diviseurs que 1 et lui-même, ce n'est donc pas un nombre premier.

4. Affirmation n°4 : VRAIE. La somme des fréquences d'une série vaut 1. Or $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{15}{15} = 1$: les faces 1 à 5 représentent déjà tous les lancers, la fréquence d'apparition du 6 est donc $1 - 1 = 0$.

5. Affirmation n°5 : VRAIE. Dans le triangle RAS rectangle en S, [AS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ARS}$ et [RS] le côté adjacent : $\tan \widehat{ARS} = \dfrac{AS}{RS}$, soit $\tan 26^\circ = \dfrac{80}{RS}$. D'où $RS = \dfrac{80}{\tan 26^\circ} \approx \dfrac{80}{0{,}4877} \approx 164{,}0$ cm. Le segment [RS] mesure bien environ 164 cm.

6. Affirmation n°6 : FAUSSE. Dans le rectangle ABCD, le triangle ABC est rectangle en B ; d'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 160^2 + 95^2 = 25\,600 + 9\,025 = 34\,625$. Or $186^2 = 34\,596 \neq 34\,625$: la diagonale mesure $\sqrt{34\,625} \approx 186{,}1$ cm, c'est une valeur approchée, pas « exactement 186 cm ».

Exercice 2 – Lecture graphique d'un triathlon et vitesse *(21 pts)*

1. Le premier changement d'équipement correspond au premier palier horizontal de la courbe (la distance ne varie plus), à l'ordonnée 0,4 km. Il commence à l'abscisse 14. **L'athlète s'est arrêtée au bout de 14 minutes environ.**

2. La longueur totale est 12,9 km, la natation 400 m = 0,4 km et la course à pied 2,5 km. Longueur du cyclisme : $12{,}9 - 0{,}4 - 2{,}5 = 10$. **Le parcours de cyclisme mesure 10 km.** (Cohérent avec le point M : $10{,}4 - 0{,}4 = 10$ km parcourus à vélo.)

3. L'épreuve de course à pied commence à la fin du deuxième changement d'équipement, à l'abscisse 44 (le palier va de 42 à 44), et se termine à la fin de la courbe, à l'abscisse 56 environ (12,9 km). Durée : $56 - 44 = 12$. **Elle a couru pendant environ 12 minutes.**

4. On calcule la vitesse moyenne sur chaque épreuve (vitesse = distance ÷ temps) :
– natation : 0,4 km en 14 min, soit $\dfrac{0{,}4}{14} \times 60 \approx 1{,}7$ km/h ;
– cyclisme : 10 km entre 15 min et 42 min, soit 27 min : $\dfrac{10}{27} \times 60 \approx 22{,}2$ km/h ;
– course à pied : 2,5 km en 12 min : $\dfrac{2{,}5}{12} \times 60 = 12{,}5$ km/h.
C'est pendant la natation que l'athlète a été la moins rapide (on le voit aussi sur le graphique : c'est le segment le moins « pentu »).

5. Sur l'ensemble du triathlon, l'athlète parcourt 12,9 km en 56 min environ, changements compris. 56 min = $\dfrac{56}{60}$ h, donc $v = \dfrac{12{,}9}{56} \times 60 \approx 13{,}8$ km/h. (Autre méthode : à 14 km/h, elle parcourrait 12,9 km en $\dfrac{12{,}9}{14} \times 60 \approx 55{,}3$ min, or elle a mis plus longtemps.) **Non, sa vitesse moyenne, d'environ 13,8 km/h, n'est pas supérieure à 14 km/h.**

Exercice 3 – Symétries et rotations autour d'un carré *(16 pts)*

1. La droite (DB) est un axe de symétrie de la figure : elle échange la partie gauche et la partie droite. **Les carrés ② et ⑧ sont images l'un de l'autre par la symétrie d'axe (DB)** (de même ③ et ⑦, ou ④ et ⑥ ; les carrés ① et ⑤ sont leur propre image).

2. La symétrie centrale de centre O envoie chaque carré sur le carré diamétralement opposé : l'image du carré ⑧ est le carré ④, et le carré ③ est l'image du carré ⑦. **Non, le carré ③ n'est pas l'image du carré ⑧ par la symétrie de centre O.**

3. La rotation de centre O qui transforme ① en ② fait tourner la figure d'un « cran » de 45° dans le sens des aiguilles d'une montre ; chaque carré a pour image le carré suivant dans ce sens. **L'image du carré ⑧ est le carré ①.**

4. La rotation de centre O qui transforme ② en ⑤ fait tourner de trois crans, soit $3 \times 45° = 135°$ dans le sens des aiguilles d'une montre. Elle envoie le carré ② sur ⑤ et le carré ③ sur ⑥. Le point E est le sommet extérieur du carré ② : son image est le sommet extérieur du carré ⑤, c'est-à-dire H. Le point F est le sommet extérieur du carré ③ : son image est le sommet extérieur du carré ⑥, c'est-à-dire I. **L'image du segment [EF] est le segment [HI].**

Exercice 4 – Suite d'instructions pour colorier un motif *(16 pts)*

1. L'instruction A noircit la case centrale, puis l'instruction B noircit la case en bas à gauche et la case en haut à droite. Le motif obtenu est (N = noire, B = blanche) :

B	B	N
B	N	B
N	B	B

c'est-à-dire une diagonale noire allant du coin en bas à gauche au coin en haut à droite.

2. Le motif cible a la ligne du haut et la ligne du bas entièrement noires, et au milieu : blanche, noire, blanche. On teste chaque proposition :
– Proposition n°1 (A B C) : seules 5 cases sont noircies (centre, deux coins, deux cases médianes) ; les coins en haut à gauche et en bas à droite restent blancs. Ne convient pas.
– Proposition n°2 (C E) : C noircit les deux cases médianes gauche et droite, puis E inverse tout : ces deux cases deviennent blanches et les 7 autres noires. C'est exactement le motif cible. Convient.
– Proposition n°3 (B C E C) : après B et C, on a 4 cases noires ; E les rend blanches et noircit les 5 autres ; C noircit à nouveau les cases médianes gauche et droite : il reste blancs seulement les coins haut-droite et bas-gauche. Ne convient pas.
– Proposition n°4 (C A E A) : après C et A, les cases médianes gauche, droite et centrale sont noires ; E les rend blanches et noircit les 6 autres (lignes du haut et du bas) ; A noircit à nouveau le centre. C'est le motif cible. Convient.
Les propositions n°2 et n°4 permettent d'obtenir le motif.

3. Dans le motif cible, seules trois cases sont blanches : le coin en haut à droite, le centre et le coin en bas à gauche, c'est-à-dire exactement les cases noircies par A et B. Il suffit donc d'inverser le motif de la question 1. **La suite d'instructions A B E convient.**

Exercice 5 – Aires et pourcentages : rénovation d'une salle de bain *(21 pts)*

1. Les quatre murs ont pour aire totale (périmètre du sol) × (hauteur) : $2 \times (3{,}50 + 2{,}50) \times 2{,}50 = 12 \times 2{,}50 = 30$ m². On retire la porte, $0{,}80 \times 2{,}10 = 1{,}68$ m², et la fenêtre, $1{,}60 \times 1{,}20 = 1{,}92$ m² : $30 - 1{,}68 - 1{,}92 = 26{,}4$. **La surface à recouvrir est bien de 26,4 m².**

2. Un rouleau à 16,95 € couvre 5,3 m² : $16{,}95 \div 5{,}3 \approx 3{,}198$. **Le mètre carré de papier peint coûte environ 3,20 €.**

3. Nombre de rouleaux nécessaires : $26{,}4 \div 5{,}3 \approx 4{,}98$, donc 5 rouleaux, plus 1 rouleau conseillé pour les découpes : 6 rouleaux, soit $6 \times 16{,}95 = 101{,}70$ €.
Colle : 1 pot pour 4 rouleaux ; pour 6 rouleaux il faut $6 \div 4 = 1{,}5$ pot, donc 2 pots (vendus entiers), soit $2 \times 5{,}70 = 11{,}40$ €.
Total : $101{,}70 + 11{,}40 = 113{,}10$. **En suivant les conseils du vendeur, la rénovation coûtera 113,10 €.**

4. Une remise de 8 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{8}{100} = 0{,}92$: $113{,}10 \times 0{,}92 = 104{,}052$. **Après remise, le prix à payer est d'environ 104,05 €.**

Conseils pour le jour J

Le vrai/faux de l'exercice 1 vaut 26 points : chaque réponse doit être accompagnée d'un calcul complet ; à l'affirmation 3, lis bien $2^n + 1$ (une puissance, $2^5 = 32$) et non $2n + 1$; retiens enfin la nuance de l'affirmation 6, où « exactement » est le mot piège (186 est une valeur approchée de $\sqrt{34\,625}$). À l'exercice 2, écris toujours les lectures graphiques que tu utilises (14 min, 42-44 min, 56 min) avant de calculer : le correcteur accepte une petite imprécision de lecture si la démarche est claire, et pour les vitesses convertis les minutes en heures. Les exercices 3 et 4 ne demandent pas de justification : réponds de façon nette (un tableau 3×3 pour les motifs) et vérifie les propositions une à une sur un brouillon. À l'exercice 5, les deux arrondis « à l'entier supérieur » (rouleaux puis pots) sont l'essentiel du barème : 5 rouleaux + 1, puis 2 pots et non 1,5.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).