Corrigé – Brevet 2020 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie (remplacement)

QCM : fractions, écriture scientifique, statistiques, probabilités, coordonnées, Facture et pourcentages de TGC au tableur, Deux programmes de calcul et une équation, La régate : Thalès, réciproque de Pythagore, trigonométrie, vitesse, La corde : théorème de Pythagore en situation, Les étiquettes : divisibilité et nombres premiers, L'habitation : volumes, lecture graphique, fonction linéaire, Scratch : triangle équilatéral et spirale

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : fractions, écriture scientifique, statistiques, probabilités, coordonnées *(18 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; les calculs ci-dessous servent à vérifier chaque choix.

1. La multiplication est prioritaire : $\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Donc $\frac{5}{3} - \frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$. **Réponse C : $\frac{7}{6}$.**

> ⚠ **Piège.** Si tu calcules d'abord $\frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ puis $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2$, tu tombes sur la réponse B, qui est fausse : la multiplication passe avant la soustraction.

2. Dans une écriture scientifique, le premier facteur est compris entre 1 et 10 (10 exclu). $245 \times 10^{-5} = 2{,}45 \times 10^{2} \times 10^{-5} = 2{,}45 \times 10^{-3}$. **Réponse B : $2{,}45 \times 10^{-3}$.**

3. La série compte 7 durées. Moyenne : $\frac{3+2+4+3+7+9+7}{7} = \frac{35}{7} = 5$. **Réponse C : 5 min.**

4. On range la série dans l'ordre croissant : 2 ; 3 ; 3 ; **4** ; 7 ; 7 ; 9. L'effectif (7) est impair : la médiane est la 4^{e} valeur (3 valeurs avant, 3 après). **Réponse B : 4 min.**

5. Les 32 cartes sont équiprobables et 4 d'entre elles sont des rois : $p = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. **Réponse A : $\frac{1}{8}$.**

6. L'équateur est le parallèle de latitude 0°. La seule proposition dont la latitude vaut 0° est (0° N ; 78° O). **Réponse C.**

Exercice 2 – Facture et pourcentages de TGC au tableur *(8 pts)*

1. Le montant de la TGC est la différence entre le prix TTC et le prix HT : $21\,960 - 18\,000 = 3\,960$.
Vérification avec le taux de 22 % : $18\,000 \times \frac{22}{100} = 3\,960$. **Le montant TGC pour le pare-choc est de 3 960 francs.**

2. Pour la main d'œuvre, la TGC vaut 1 440 F pour un prix HT de 24 000 F : $\frac{1\,440}{24\,000} = 0{,}06 = \frac{6}{100}$. **Le taux de TGC appliqué à la main d'œuvre est de 6 %** (c'est bien l'un des quatre taux en vigueur).

3. Le total à régler est la somme des prix TTC des cellules E2 à E5. On a pu saisir dans E6 : **=SOMME(E2:E5)** (ou =E2+E3+E4+E5). Vérification : $78\,080 + 21\,960 + 12\,987 + 25\,440 = 138\,467$, ce qui est bien le total affiché.

Exercice 3 – Deux programmes de calcul et une équation *(11 pts)*

1. Programme A avec 4 : $4 - 5 = -1$, puis $-1 \times 4 = -4$. **Alice obtient bien -4.**

2. Programme B avec -3 : $(-3)^2 = 9$, puis $9 - 4 = 5$. **Lucie obtient 5.**

3. Avec le nombre x : on soustrait 5, ce qui donne $x - 5$, puis on multiplie par le nombre de départ : $(x-5) \times x = x \times x - 5 \times x = x^2 - 5x$ (distributivité). **Le résultat du programme A est $x^2 - 5x$.**

4. On met x au carré puis on soustrait 4. **Le résultat du programme B est $x^2 - 4$.**

5. Tom cherche x tel que les deux résultats soient égaux : $x^2 - 5x = x^2 - 4$.
En soustrayant x^2 à chaque membre : $-5x = -4$, donc $x = \dfrac{-4}{-5} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$.
Vérification : programme A : $(0{,}8 - 5) \times 0{,}8 = -4{,}2 \times 0{,}8 = -3{,}36$; programme B : $0{,}8^2 - 4 = 0{,}64 - 4 = -3{,}36$. **Le nombre cherché est 0,8** (les deux programmes donnent alors $-3{,}36$).

> 💡 **Astuce.** Les x^2 s'éliminent : l'équation, qui a l'air du second degré, devient une simple équation du premier degré.

Exercice 4 – La régate : Thalès, réciproque de Pythagore, trigonométrie, vitesse *(16 pts)*

1. Les droites (AE) et (BD) se coupent en C, et les droites (AB) et (DE) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{DE}{BA}$.
Donc $\dfrac{700}{500} = \dfrac{DE}{400}$, d'où $DE = \dfrac{700 \times 400}{500} = 560$. **DE = 560 m.**

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [BC].
D'une part $BC^2 = 500^2 = 250\,000$; d'autre part $AB^2 + AC^2 = 400^2 + 300^2 = 160\,000 + 90\,000 = 250\,000$.
Comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC est rectangle en A.**

3. Dans le triangle ABC rectangle en A, [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ et [BC] l'hypoténuse. Par le **cosinus** : $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{400}{500} = 0{,}8$. À la calculatrice, $\widehat{ABC} = \arccos(0{,}8) \approx 36{,}87°$. **L'angle $\widehat{ABC}$ mesure environ 37°.** (Vérification par la tangente : $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{300}{400} = 0{,}75$ donne le même angle.)

4. Un tour mesure 2 880 m (on le retrouve : avec $CE = \dfrac{700 \times 300}{500} = 420$ m, on a $AB + BC + CD + DE + EC + CA = 400 + 500 + 700 + 560 + 420 + 300 = 2\,880$ m). Pour 5 tours : $5 \times 2\,880 = 14\,400$. **La distance totale est de 14 400 m, soit 14,4 km.**

5. On convertit la durée en heures : 1 h 48 min $= 1 \text{ h} + \dfrac{48}{60} \text{ h} = 1{,}8$ h.
Vitesse moyenne : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{14{,}4 \text{ km}}{1{,}8 \text{ h}} = 8$ km/h. **La vitesse moyenne de Mattéo est de 8 km/h** (soit environ 133 m/min : $14\,400 \div 108 \approx 133$).

> ⚠ **Piège.** 1 h 48 min ne vaut pas 1,48 h : 48 minutes font $\dfrac{48}{60} = 0{,}8$ heure. Avec 1,48 h, tu trouverais une vitesse fausse.

Exercice 5 – La corde : théorème de Pythagore en situation *(7 pts)*

1. Le triangle ABC est rectangle en B, d'hypoténuse [AC]. D'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 5{,}25^2 - 5^2 = 27{,}5625 - 25 = 2{,}5625$.
$BC = \sqrt{2{,}5625} \approx 1{,}6008$. **BC ≈ 1,6 m** (arrondi au dixième).

2. Quand Melvin soulève la corde par son milieu, celle-ci forme deux segments de même longueur : $10{,}5 \div 2 = 5{,}25$ m chacun. Le milieu de la corde se trouve à la verticale du milieu de l'écart entre les poteaux, c'est-à-dire à $10 \div 2 = 5$ m de chaque poteau.
On obtient exactement le triangle rectangle de la question 1 : l'hypoténuse (la moitié de la corde) mesure 5,25 m, le côté au sol mesure 5 m, et la hauteur à laquelle Melvin tient la corde est le troisième côté, BC $\approx 1{,}60$ m. Comme $1{,}60 > 1{,}55$, **Melvin peut passer sous la corde sans se baisser**, avec environ 5 cm de marge.

Exercice 6 – Les étiquettes : divisibilité et nombres premiers *(14 pts)*

1. Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Pour 102 : $1 + 0 + 2 = 3$, qui est divisible par 3. **102 est donc divisible par 3** ($102 = 3 \times 34$).

2. $102 = 2 \times 51 = 2 \times 3 \times 17$, et 2, 3 et 17 sont des nombres premiers. $102 = 2 \times 3 \times 17$**.**

3. Les diviseurs de 102 sont 1, 2, 3, 6, 17, 34, 51 et 102. Parmi eux, 2, 3 et 17 sont premiers. **Trois diviseurs non premiers de 102 : 6, 34 et 51** (102 et 1 conviennent aussi : 1 n'est pas un nombre premier).

4. Pour utiliser toute la feuille, le côté des étiquettes doit diviser à la fois 85 et 102. Or $102 = 3 \times 34$ mais $85 \div 34 = 2{,}5$ n'est pas un entier : 34 ne divise pas 85. **Les étiquettes ne peuvent pas avoir 34 cm de côté.**

5. $85 = 5 \times 17$ et $102 = 6 \times 17$: on peut placer 5 étiquettes dans la largeur et 6 dans la longueur, soit $5 \times 6 = 30$ étiquettes. Vérification par les aires : $\dfrac{85 \times 102}{17 \times 17} = \dfrac{8\,670}{289} = 30$. **Le libraire pourra découper 30 étiquettes.**

Exercice 7 – L'habitation : volumes, lecture graphique, fonction linéaire *(15 pts)*

Partie 1

1. Avec $x = 6$ m, le rayon de la base est $r = 6 \div 2 = 3$ m et la hauteur du cylindre est $OO' = 2$ m.
$V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 2 = 18\pi$. **Le volume exact de la partie cylindrique est bien 18π m³.**

2. Le cône a le même rayon de base (3 m) et pour hauteur $O'S = 1$ m.
$V_{\text{cône}} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \approx 9{,}42$. **Le volume de la partie conique est d'environ 9 m³** (arrondi à l'unité).

3. $V_{\text{case}} = 18\pi + 3\pi = 21\pi \approx 65{,}97$. **Le volume total de la case est d'environ 66 m³.**

Partie 2

1. On place 7 sur l'axe des abscisses, on monte en pointillés jusqu'à la courbe, puis on se déplace horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées. **Le volume d'une case de 7 m de diamètre est d'environ 90 m³.** (Par le calcul : $\pi \times 3{,}5^2 \times 2 + \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3{,}5^2 \times 1 \approx 89{,}8$ m³, ce qui confirme la lecture.)

2. $V(8) = 12{,}5 \times 8 = 100$. **L'image de 8 par la fonction V est 100.**

3. $V(x) = 12{,}5x$ est de la forme $V(x) = ax$ avec $a = 12{,}5$. **V est une fonction linéaire** (le volume de la maison est proportionnel à x).

4. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine. Il suffit d'un second point, par exemple $(8; 100)$ trouvé à la question 2 (ou $(4; 50)$). **On trace la droite passant par les points $(0; 0)$ et $(8; 100)$.**

5. Pour $x = 6$ m (valeur maximale) : la case a un volume d'environ 66 m³ (partie 1) et la maison $V(6) = 12{,}5 \times 6 = 75$ m³. Sur le graphique, la droite de V est au-dessus de la courbe de la case pour tous les diamètres de 0 à 6 m (les deux courbes ne se croisent que vers $x \approx 6{,}8$ m, au-delà de la limite imposée). **Nolan doit**

choisir la maison en forme de prisme droit, avec $x = 6$ m : elle offre 75 m³ contre environ 66 m³ pour la case.

> ⚠ **Piège.** Au-delà de 6,8 m, c'est la case qui l'emporte : ne réponds pas « la case » en regardant la fin du graphique. La contrainte $x \leqslant 6$ m est décisive.

Exercice 8 – Scratch : triangle équilatéral et spirale *(11 pts)*

1. Un triangle équilatéral a 3 côtés égaux et ses angles mesurent 60°. Le lutin, qui avance le long d'un côté, doit tourner de l'angle extérieur, soit $180 - 60 = 120$ degrés, à chaque sommet ($3 \times 120 = 360$: il fait un tour complet). On complète le script :
répéter 3 fois ; avancer de 80 ; tourner ↻ de 120 degrés.

2. Le script trace 12 segments (boucle « répéter 12 fois »), en tournant à chaque fois de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ; la longueur vaut d'abord 40 puis augmente de 10 à chaque segment (40, 50, 60, …, 150). On obtient une spirale « carrée » qui s'agrandit, faite de 12 segments, c'est-à-dire 3 tours complets de 4 côtés.
La figure 3 est exclue (des angles de 90° ne donnent pas de triangle). La figure 1 comporte 4 tours de spirale (16 segments) et la figure 2 en comporte 3 (12 segments), le premier segment partant vers la droite puis tournant vers le haut. **Il faut entourer la figure 2.**

> 💡 **Astuce.** Pour départager deux spirales qui se ressemblent, compte les segments : ils doivent être exactement aussi nombreux que les répétitions de la boucle.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte huit exercices courts : ne t'attarde pas sur le QCM, mais refais chaque calcul au brouillon, car les mauvaises réponses correspondent aux erreurs classiques (priorités opératoires à la question 1, moyenne confondue avec la médiane aux questions 3 et 4). Pense aussi aux annexes des exercices 7 et 8 : elles sont à rendre avec la copie, et les pointillés de lecture graphique sont notés.

Dans les exercices de géométrie, nomme toujours la propriété utilisée (théorème de Thalès, réciproque de Pythagore, cosinus) et vérifie ses hypothèses avant de calculer. Pour la vitesse, convertis 1 h 48 min en 1,8 h. À l'exercice 5, fais un schéma du triangle formé par la corde soulevée : tu verras qu'il s'agit exactement du triangle de la question 1.

Enfin, à l'exercice 7, lis bien la contrainte « la valeur maximale de x est de 6 m » : c'est elle qui décide du choix final. Justifie par un calcul ($75 > 66$) plutôt que par une simple impression visuelle.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).