Corrigé – Brevet 2020 – mathématiques – Métropole, Antilles et Guyane (remplacement)

QCM : médiane, probabilité, nombres premiers, boule, homothétie, Programme de calcul et identité remarquable, Le portique : Pythagore, Thalès, coût minimal, trigonométrie, Deux tarifs : tableur, fonctions linéaire et affine, Scratch : dessiner une éolienne

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : médiane, probabilité, nombres premiers, boule, homothétie *(20 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; les explications ci-dessous servent à vérifier chaque choix.

1. On range la série dans l'ordre croissant : 2 ; 6 ; 10 ; **12** ; 14 ; 22 ; 25. Il y a 7 valeurs (effectif impair) : la médiane est la 4^{e} valeur. **Réponse A : 12.**

> ⚠ **Piège.** Si tu prends la valeur du milieu sans ranger la série, tu lis 14 (réponse C). On range toujours les valeurs avant de chercher la médiane.

2. Le sac contient $50+45+45+60=200$ billes, dont 60 jaunes, toutes équiprobables : $p=\dfrac{60}{200}=0{,}3$. **Réponse B : 0,3.**

3. $2\times10\times101$ contient 10, qui n'est pas premier, et $5\times5\times101=2\,525\neq2\,020$. En revanche $2\times2\times5\times101=20\times101=2\,020$ et 2, 5 et 101 sont premiers. **Réponse C : $2\times2\times5\times101$.**

4. Le volume d'une boule de rayon R est $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$ (les deux autres formules donnent une longueur et une aire). **Réponse C : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.**

5. Une homothétie de rapport k multiplie les longueurs par $|k|$. Ici $|-2|=2>1$: les longueurs sont doublées (le signe « moins » indique seulement que l'image est de l'autre côté du centre A). **Réponse A : elle agrandit les longueurs.**

Exercice 2 – Programme de calcul et identité remarquable *(20 pts)*

1. Avec 2 : $2+7=9$; $2-7=-5$; $9\times(-5)=-45$; $-45+50=5$. **Le résultat obtenu est bien 5.**

2. Avec -10 : $-10+7=-3$; $-10-7=-17$; $(-3)\times(-17)=51$; $51+50=101$. **Le résultat obtenu est 101.**

3. Il suffit d'un contre-exemple. Avec -10, la méthode de l'élève donne $2\times(-10)+1=-19$, alors que le programme donne 101 (question 2). Comme $-19\neq101$, **l'élève a tort** : l'égalité constatée pour 2 n'est pas vraie pour tous les nombres.

> 💡 **Astuce.** Pour prouver qu'une affirmation générale est fausse, un seul contre-exemple suffit. Utilise les résultats des questions précédentes : ici, celui de la question 2 est tout trouvé.

4. Avec le nombre x : on obtient $x+7$ et $x-7$, puis leur produit auquel on ajoute 50 :
$(x+7)(x-7)+50=x^2-7^2+50=x^2-49+50=x^2+1$ (identité remarquable $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, ou double distributivité : $x^2-7x+7x-49$). **Le résultat du programme est x^2+1.**

5. On résout $x^2 + 1 = 17$, soit $x^2 = 16$. Les nombres dont le carré vaut 16 sont 4 et -4.
Vérification : $4^2 + 1 = 17$ et $(-4)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$. **Il faut choisir 4 ou -4.**

> ⚠ **Piège.** L'équation $x^2 = 16$ a deux solutions : n'oublie pas -4, la question dit bien « quel(s) nombre(s) ».

Exercice 3 – Le portique : Pythagore, Thalès, coût minimal, trigonométrie *(23 pts)*

1. Le triangle ABC est isocèle en A et H est le milieu de [BC] : la médiane (AH) est aussi la hauteur, donc le triangle ABH est rectangle en H, avec $AB = AC = 342$ cm et $BH = 290 \div 2 = 145$ cm.
D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle ABH rectangle en H : $AB^2 = AH^2 + BH^2$, donc $AH^2 = 342^2 - 145^2 = 116\,964 - 21\,025 = 95\,939$.
$AH = \sqrt{95\,939} \approx 309{,}74$. **La hauteur du portique est d'environ 310 cm** (arrondie au cm près).

2. Les points A, M, B sont alignés, ainsi que A, N, C, et les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.
Donc $\dfrac{165}{342} = \dfrac{MN}{290}$, d'où $MN = \dfrac{290 \times 165}{342} \approx 139{,}9$. **Chaque barre de maintien mesure environ 140 cm.**

3. On choisit pour chaque pièce l'article le moins cher qui convient :

- la poutre du haut mesure 384 cm : il faut une poutre de 4 m, soit 12,99 € ;
- les quatre pieds mesurent 342 cm chacun : une poutre de 3 m est trop courte, on prend quatre poutres de 3,5 m, soit $4 \times 11{,}75 = 47$ € ;
- les deux barres de maintien mesurent environ 140 cm chacune, soit $2 \times 140 = 280$ cm en tout : une seule barre de 3 m (6,99 €) suffit, coupée en deux. C'est moins cher que deux barres de 1,5 m ($2 \times 3{,}89 = 7{,}78$ €) ;
- les fixations : 80 € ; les deux balançoires : 50 €.

Coût minimal : $12{,}99 + 47 + 6{,}99 + 80 + 50 = 196{,}98$. **Le coût minimal du portique équipé est bien de 196,98 €.**

> 💡 **Astuce.** Si tu trouves 197,77 €, c'est que tu as acheté deux barres de 1,5 m : une barre de 3 m découpée en deux morceaux de 140 cm revient moins cher. Quand l'énoncé donne le résultat à atteindre, sers-t'en pour repérer l'astuce.

4. Augmenter de 20 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1{,}2$: $196{,}98 \times 1{,}2 = 236{,}376$. **Le prix de vente est d'environ 236,38 €** (arrondi au centime).

5. Dans le triangle isocèle ABC, la hauteur (AH) est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{BAH}$.
Dans le triangle ABH rectangle en H, [BH] est le côté opposé à l'angle $\widehat{BAH}$ et [AB] l'hypoténuse. Par le **sinus** : $\sin \widehat{BAH} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{145}{342}$, d'où $\widehat{BAH} \approx 25{,}09^\circ$.
Donc $\widehat{BAC} \approx 2 \times 25{,}09 \approx 50{,}2^\circ$. Comme $45 < 50{,}2 < 55$, **le portique respecte la condition de sécurité.**

Exercice 4 – Deux tarifs : tableur, fonctions linéaire et affine *(23 pts)*

1. Tarif A : $8\times$ nombre de demi-journées ; tarif B : $30 + 5\times$ nombre de demi-journées.

Nombre de demi-journées	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Tarif A	8	16	**24**	**32**	**40**
Tarif B	35	40	**45**	**50**	**55**

2. Le tarif B vaut 30 € d'adhésion plus 5 € par demi-journée, le nombre de demi-journées étant en B1 : **réponse D : =30+5*B1.** (Vérification : pour B1 = 1, on obtient 30 + 5 = 35 ; étirée en C3, elle devient =30+5*C1 et donne 40.)

3. $f(x) = 8x$ est de la forme ax : c'est une fonction linéaire, qui traduit une situation de proportionnalité. $g(x) = 30 + 5x$ est affine mais pas linéaire ($g(2) = 40$ n'est pas le double de $g(1) = 35$). **C'est la fonction f (tarif A) qui traduit une situation de proportionnalité.**

4. La fonction f est linéaire : sa représentation est une droite passant par l'origine. On place par exemple les points $(0\,;0)$, $(5\,;40)$ et $(10\,;80)$, puis on trace **la droite passant par l'origine et le point** $(10\,;80)$**.**

5. Les deux tarifs sont égaux au point d'intersection des deux droites, de coordonnées $(10\,;80)$. Par le calcul : $8x = 30 + 5x \iff 3x = 30 \iff x = 10$, et $f(10) = g(10) = 80$. **Les deux tarifs sont égaux pour 10 demi-journées** (80 € dans les deux cas).

6. Méthode : on cherche, pour chaque tarif, le plus grand nombre de demi-journées dont le coût ne dépasse pas 100 €.

- Tarif A : $8x \leqslant 100 \iff x \leqslant 12{,}5$, soit au plus 12 demi-journées (96 €).
- Tarif B : $30 + 5x \leqslant 100 \iff 5x \leqslant 70 \iff x \leqslant 14$, soit 14 demi-journées (exactement 100 €).

Sur le graphique, on le lit aussi : la droite de g atteint 100 € pour 14 demi-journées, celle de f entre 12 et 13. **Avec 100 €, on peut participer au maximum à 14 demi-journées, en choisissant le tarif B.**

Exercice 5 – Scratch : dessiner une éolienne *(14 pts)*

1. a) Le triangle DEC est isocèle en D, donc ses angles à la base sont égaux : $\widehat{DEC} = \widehat{ECD} = 85^\circ$. La somme des angles d'un triangle vaut 180°, donc $\widehat{CDE} = 180 - 2 \times 85 = 180 - 170 = 10^\circ$. **L'angle $\widehat{CDE}$ mesure bien 10°.**

1. b) Le lutin part de A, avance de 30 jusqu'à B, tourne de 90° à droite et avance de 13 jusqu'à C : il arrive en C en se déplaçant de B vers C (vers le bas). Pour repartir vers D, il doit tourner de l'angle entre le prolongement de [BC] au-delà de C et le segment [CD]. Cet angle est le supplémentaire de $\widehat{ECD}$: $180 - 85 = 95^\circ$. **La valeur 95 est l'angle dont le lutin doit tourner en C :** $180 - \widehat{ECD} = 180 - 85 = 95^\circ$**.**

> ⚠ **Piège.** Dans Scratch, on ne tourne pas de l'angle de la figure, mais de son supplémentaire (180° moins l'angle intérieur), car le lutin tourne à partir de sa direction de marche.

1. c) En D, l'angle de la figure est $\widehat{CDE} = 10^\circ$. Le lutin doit tourner de $180 - 10 = 170^\circ$. **Il faut compléter la ligne 8 par 170.** (Contrôle : à la ligne 10, en E, il tourne de $180 - 85 = 95^\circ$, comme en C ; et au total $95 + 170 + 95 = 360^\circ$ à gauche.)

2. L'éolienne compte 3 pales, et le lutin tourne de 120° après chaque pale ($3 \times 120 = 360^\circ$: il revient à sa direction de départ). **Il faut compléter la boucle par 3 : « répéter 3 fois ».**

Conseils pour le jour J

Ce sujet récompense la rédaction : dans l'exercice 3, écris explicitement « le triangle ABH est rectangle en H » (et explique pourquoi) avant d'appliquer Pythagore, puis cite le théorème de Thalès avec l'alignement des points et le parallélisme. À la question 3, le montant 196,98 € est donné : si ton total ne tombe pas juste, cherche une façon moins chère d'acheter les pièces plutôt que de forcer le résultat.

À l'exercice 2, garde les parenthèses autour des nombres négatifs ($(-3) \times (-17)$) et pense aux deux solutions de $x^2 = 16$. À l'exercice 4, les questions 1, 2, 4 et 5 sont sans justification : va vite, mais soigne le tracé de la

droite de f sur l'annexe (règle, points bien placés) et n'oublie pas de rendre l'annexe avec ta copie. La question 6, elle, demande de décrire la méthode : compare les deux tarifs, pas un seul.

Pour le Scratch de l'exercice 5, retiens la règle : l'angle de rotation du lutin vaut 180° moins l'angle intérieur de la figure. Elle te donne 95 et 170 en quelques secondes.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).