Corrigé – Brevet 2019 – mathématiques – Pays du groupe 1

QCM : nombres premiers, pourcentages, trigonométrie, médiane, homothétie, Programme de calcul, développement et tableur, Périmètres en calcul littéral et scripts Scratch, Tableau à double entrée et probabilités, Thalès et Pythagore sur un meuble de rangement, Lecture graphique et vitesse moyenne d'une randonnée, Tâche complexe : budget d'une piscine cylindrique

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : nombres premiers, pourcentages, trigonométrie, médiane, homothétie *(15 pts)*

Aucune justification n'est demandée sur la copie ; elles sont données ici pour comprendre.

1. $28 = 2 \times 14 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$, et 2 et 7 sont premiers. Les réponses A et B contiennent 4 et 14, qui ne sont pas premiers. **Réponse C : $2^2 \times 7$.**

2. Diminuer de 20 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{20}{100} = 0{,}8$: $58 \times 0{,}8 = 46{,}40$. Vérification : la réduction vaut $58 \times 0{,}2 = 11{,}60$ € et $58 - 11{,}60 = 46{,}40$. **Réponse B : 46,40 €.**

3. Le triangle ABC est rectangle en A. Pour l'angle $\widehat{ABC} = 15°$, [AC] est le côté opposé et [AB] le côté adjacent. D'après la **tangente** : $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$, donc $AC = 25 \times \tan(15°) \approx 6{,}699$. **Réponse B : 6,7 m.**

4. On range la série dans l'ordre croissant : 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12. Il y a 6 valeurs (effectif pair) : la médiane est la moyenne des 3^{e} et 4^{e} valeurs, $\dfrac{5+6}{2} = 5{,}5$. **Réponse A : 5,5.**

5. Le carré B est deux fois plus petit que le carré A (son côté mesure la moitié de celui de A), donc le rapport vaut 0,5 ou $-0{,}5$. Les deux carrés ont un sommet commun, qui est le centre de l'homothétie, et le carré B se trouve **de l'autre côté** de ce centre par rapport au carré A : le rapport est négatif. **Réponse A : $-0{,}5$.**

> ⚠ **Piège.** Dans une homothétie, le signe du rapport dit si l'image est du même côté du centre (rapport positif) ou de l'autre côté (rapport négatif, la figure est « retournée »). Ici, 0,5 est le distracteur prévu pour ceux qui ne regardent que les tailles.

Exercice 2 – Programme de calcul, développement et tableur *(14 pts)*

1. Avec 1 comme nombre de départ :
– carré : $1^2 = 1$;
– on ajoute le triple du nombre de départ : $1 + 3 \times 1 = 4$;
– on ajoute 2 : $4 + 2 = 6$.
Le programme donne bien 6.

2. Avec -5 comme nombre de départ :
– carré : $(-5)^2 = 25$;
– on ajoute le triple du nombre de départ : $25 + 3 \times (-5) = 25 - 15 = 10$;
– on ajoute 2 : $10 + 2 = 12$.
On obtient 12.

3. Avec x comme nombre de départ : le carré est x^2, on ajoute le triple $3x$, puis 2. **Le résultat est $x^2 + 3x + 2$.**

4. On développe par double distributivité :
$(x+2)(x+1) = x \times x + x \times 1 + 2 \times x + 2 \times 1 = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$.

On retrouve l'expression de la question 3 : **pour toutes les valeurs de x, le résultat peut s'écrire** $(x+2)(x+1)$**.**
Vérification avec $x=1$: $(1+2)(1+1)=3\times 2=6$, comme à la question 1.

5. a. La cellule B2 doit calculer $(x+2)(x+1)$ avec la valeur de x placée en B1. **Formule : =(B1+2)*(B1+1)** (on accepte aussi =B1^2+3*B1+2 ou =B1*B1+3*B1+2). Étendue vers la droite, elle devient =(C1+2)*(C1+1), etc. Contrôle : pour $x=-4$, $(-4+2)(-4+1)=(-2)\times(-3)=6$, valeur affichée en B2.

> ⚠ **Piège.** N'oublie pas le signe ***** entre les deux parenthèses : le tableur ne comprend pas une multiplication « implicite » comme (B1+2)(B1+1).

5. b. Le tableur montre que le résultat vaut 0 pour $x=-2$ et pour $x=-1$. Pour être sûr qu'il n'y a pas d'autre solution, on résout l'équation $(x+2)(x+1)=0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :
$x+2=0$, soit $x=-2$; ou $x+1=0$, soit $x=-1$.
Le programme donne 0 pour $x=-2$ et pour $x=-1$, et seulement pour ces deux valeurs.

> 💡 **Astuce.** La forme factorisée de la question 4 sert précisément à la question 5. b : dès qu'on te demande quand une expression vaut 0, pense à l'**équation produit nul**.

Exercice 3 – Périmètres en calcul littéral et scripts Scratch *(16 pts)*

Partie I

1. Pour $x=2$, le côté du triangle équilatéral mesure $4\times 2+1=9$ cm. Construction : tracer un segment [AB] de 9 cm, puis deux arcs de cercle de rayon 9 cm, l'un de centre A, l'autre de centre B ; leur point d'intersection est le troisième sommet C. On trace [AC] et [BC] en laissant les arcs apparents. **On obtient un triangle équilatéral de côté 9 cm.**

2. a. Le périmètre d'un rectangle est $2\times(\text{longueur}+\text{largeur})$:
$P=2\times(4x+1{,}5+2x)=2\times(6x+1{,}5)=12x+3$.
Le périmètre du rectangle s'écrit bien $12x+3$.

2. b. On résout l'équation $12x+3=18$: $12x=15$, donc $x=\dfrac{15}{12}=1{,}25$. Vérification : $12\times 1{,}25+3=15+3=18$. **Le périmètre du rectangle est égal à 18 cm pour $x=1{,}25$.**

3. Le triangle équilatéral a trois côtés de longueur $4x+1$: son périmètre est $3\times(4x+1)=12x+3$. C'est exactement le périmètre du rectangle (question 2. a). **C'est vrai : les deux figures ont le même périmètre, $12x+3$, pour toutes les valeurs de x.** Exemple de contrôle avec $x=2$: triangle $3\times 9=27$ cm ; rectangle $2\times(9{,}5+4)=27$ cm.

Partie II

Script 1. Dans la boucle, le lutin avance de 4 × réponse + 1,5 (la longueur du rectangle), tourne de B degrés, avance de 2 × réponse (la largeur), puis tourne de 90° : il trace une longueur et une largeur à chaque tour. Pour tracer le rectangle, il faut tourner de 90° à chaque coin et répéter la boucle 2 fois (2 longueurs et 2 largeurs). **A = 2 et B = 90 ; le script 1 construit le rectangle.**

Script 2. Dans la boucle, le lutin avance de 4 × réponse + 1 (le côté du triangle) puis tourne de D degrés. Le triangle équilatéral a 3 côtés : C = 3. À chaque sommet, le lutin doit tourner de l'angle extérieur, soit $180°-60°=120°$ (et $3\times 120°=360°$, un tour complet). **C = 3 et D = 120 ; le script 2 construit le triangle équilatéral.**

> ⚠ **Piège.** Pour tracer un triangle équilatéral, le lutin tourne de **120°** et non de 60° : l'angle de rotation est l'angle extérieur, pas l'angle intérieur du triangle. Avec 60°, il dessinerait un morceau d'hexagone.

Exercice 4 – Tableau à double entrée et probabilités *(13 pts)*

1. On complète le tableau de l'annexe 1 à l'aide des totaux :
– noir pour la ville : $20 - 5 = 15$;
– marron pour la ville : $27 - 15 - 7 = 5$;
– total pour le sport : $45 - 27 = 18$;
– blanc pour le sport : $18 - 5 - 3 = 10$;
– total blanc : $7 + 10 = 17$; total marron : $5 + 3 = 8$.

Modèle	**Pour la ville**	**Pour le sport**	**Total**
Noir	**15**	5	20
Blanc	7	**10**	**17**
Marron	**5**	3	**8**
Total	27	**18**	45

Vérification : $20 + 17 + 8 = 45$ et $15 + 7 + 5 = 27$.

2. a. Les 45 modèles ont la même chance d'être choisis. 20 sont noirs : $p = \dfrac{20}{45} = \dfrac{4}{9}$. **La probabilité de choisir un modèle noir est $\dfrac{4}{9}$.**

2. b. 18 modèles sont pour le sport : $p = \dfrac{18}{45} = \dfrac{2}{5}$. **La probabilité de choisir un modèle pour le sport est $\dfrac{2}{5}$** (soit 0,4).

2. c. 5 modèles sont à la fois pour la ville et de couleur marron : $p = \dfrac{5}{45} = \dfrac{1}{9}$. **La probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron est $\dfrac{1}{9}$.**

3. Dans le magasin B, la probabilité d'obtenir un modèle noir est $\dfrac{30}{54} = \dfrac{5}{9}$. Dans le magasin A, elle vaut $\dfrac{4}{9}$ (question 2. a). Comme $\dfrac{5}{9} > \dfrac{4}{9}$ (environ 0,56 contre 0,44), **on a plus de chances d'obtenir un modèle noir dans la vitrine du magasin B.**

> 💡 **Astuce.** Pour comparer deux probabilités, simplifie les fractions : ici, $\frac{20}{45}$ et $\frac{30}{54}$ deviennent $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{9}$, de même dénominateur, et la comparaison est immédiate. Comparer seulement 20 et 30 ne suffit pas, car les vitrines n'ont pas le même nombre de modèles.

Exercice 5 – Thalès et Pythagore sur un meuble de rangement *(14 pts)*

1. Les points A, O, D sont alignés et les points B, O, C sont alignés (les droites (AD) et (BC) se coupent en O), dans le même ordre.
D'une part : $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{36}{64} = 0{,}5625$.
D'autre part : $\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{27}{48} = 0{,}5625$.
Les quotients $\dfrac{OA}{OD}$ et $\dfrac{OB}{OC}$ sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre. D'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles.**

2. Les droites (AD) et (BC) se coupent en O et les droites (AB) et (CD) sont parallèles (question 1). D'après le **théorème de Thalès** :
$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$, soit $\frac{36}{64} = \frac{AB}{80}$.
Donc $AB = \frac{36 \times 80}{64} = \frac{2\,880}{64} = 45$. **AB = 45 cm.**

3. La hauteur d'un étage est la longueur AC. Les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires, donc le triangle ACD est rectangle en C, d'hypoténuse [AD].
$AD = AO + OD = 36 + 64 = 100$ cm (O est sur le segment [AD]).
D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle ACD rectangle en C : $AD^2 = AC^2 + CD^2$, donc $AC^2 = AD^2 - CD^2 = 100^2 - 80^2 = 10\,000 - 6\,400 = 3\,600$, et $AC = \sqrt{3\,600} = 60$ cm.
Sur la figure 1, le meuble comporte **4 étages** de 60 cm et **5 plateaux** de bois de 2 cm (un en bas, un en haut et un entre chaque étage) :
$4 \times 60 + 5 \times 2 = 240 + 10 = 250$.
La hauteur totale du meuble est de 250 cm, soit 2,50 m.

> ⚠ **Piège.** Compte soigneusement les plateaux sur la figure 1 : il y en a un de plus que d'étages (5 pour 4 étages). Oublier le plateau du haut ou celui du bas donne 248 cm ou 246 cm.

Exercice 6 – Lecture graphique et vitesse moyenne d'une randonnée *(14 pts)*

1. Une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine. Ici, la représentation passe bien par l'origine, mais c'est une ligne brisée, pas une droite. Par exemple, en 1 h la famille parcourt 4 km, mais en 2 h elle ne parcourt que 7 km (et non $2 \times 4 = 8$ km). **Ce graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité.**

2. a. La courbe s'arrête à l'abscisse 7. **La randonnée a duré 7 heures.**

2. b. Le dernier point a pour ordonnée 20. **La famille a parcouru 20 km au total.**

2. c. Au temps 6 h, on lit l'ordonnée 18. **Au bout de 6 h, la famille a parcouru 18 km.**

2. d. L'ordonnée 8 km est atteinte à l'abscisse 3. **Les 8 premiers kilomètres ont été parcourus en 3 heures.**

2. e. Entre 4 h et 5 h, la distance reste égale à 15 km (segment horizontal). **La famille ne s'est pas déplacée : elle a fait une pause d'une heure.**

3. La vitesse moyenne de la famille sur toute la randonnée est $v = \frac{d}{t} = \frac{20}{7} \approx 2{,}9$ km/h. Comme $2{,}9 < 4$, **la famille n'est pas expérimentée** au sens de l'énoncé. Même sans compter l'heure de pause, $\frac{20}{6} \approx 3{,}3$ km/h, ce qui reste inférieur à 4 km/h.
Autre raisonnement : à 4 km/h, un randonneur expérimenté parcourrait les 20 km en $\frac{20}{4} = 5$ h, alors que la famille a mis 7 h.

> 💡 **Astuce.** Pour une lecture graphique, repère d'abord la valeur d'un petit carreau : ici, en ordonnée, un petit carreau vaut 1 km (5 carreaux pour 5 km). Trace ensuite tes pointillés à la règle.

Exercice 7 – Tâche complexe : budget d'une piscine cylindrique *(14 pts)*

Le budget doit couvrir trois dépenses : l'achat, le remplissage en eau et l'électricité consommée par la pompe.

Achat (document 1) : 80 €.

Eau (documents 1, 3 et 4). Le diamètre de la piscine est 260 cm, donc le rayon vaut $r = 130$ cm $= 1{,}3$ m. La hauteur d'eau est $h = 65$ cm $= 0{,}65$ m (on utilise la hauteur de l'eau, pas la hauteur de 70 cm de la piscine).
$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 1{,}3^2 \times 0{,}65 = \pi \times 1{,}098\,5 \approx 3{,}451$ m³.
Coût de l'eau : $3{,}451 \times 2{,}03 \approx 7{,}01$ €.

Électricité (documents 1 et 2). De juin à septembre inclus, il y a $30 + 31 + 31 + 30 = 122$ jours (juin : 30, juillet : 31, août : 31, septembre : 30).
Consommation : $122 \times 3{,}42 = 417{,}24$ kWh.
Coût : $417{,}24 \times 0{,}15 = 62{,}586$, soit environ 62,59 €.

Total : $80 + 7{,}01 + 62{,}59 = 149{,}60$ €.

Comme $149{,}60 < 200$, **le budget de 200 € est suffisant** : il reste environ 50 € (en supposant, comme les documents le suggèrent, que la piscine n'est remplie qu'une fois).

> ⚠ **Piège.** Le prix de l'eau est donné au m³ : convertis le rayon et la hauteur **en mètres** avant de calculer le volume. En centimètres, tu obtiendrais environ 3 451 000 cm³, un nombre inutilisable avec le prix au m³.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices : compte environ 15 minutes par exercice et garde 10 minutes pour te relire. Le QCM de l'exercice 1 se fait sans justification, mais fais les calculs au brouillon : chaque question contient un distracteur construit sur une erreur classique (4×7 n'est pas une décomposition en facteurs premiers, 0,5 oublie le signe de l'homothétie, 24,1 vient d'un calcul avec le cosinus au lieu de la tangente).

Les exercices 2 et 3 s'enchaînent de question en question : la forme factorisée sert à trouver quand le résultat vaut 0, et le périmètre $12x + 3$ sert à comparer les deux figures. Si tu bloques sur une démonstration, admets le résultat donné par l'énoncé et continue. Dans les scripts Scratch, pense à l'angle extérieur (120° pour un triangle équilatéral).

La tâche complexe de l'exercice 7 rapporte des points même incomplète : liste les trois dépenses (achat, eau, électricité), convertis en mètres, compte les jours de juin à septembre sans oublier les mois de 31 jours, et termine par une phrase qui répond clairement à la question du budget. N'oublie pas de rendre l'annexe 1 avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).