Corrigé – Brevet 2019 – mathématiques – Amérique du Nord

Triangle rectangle, Thalès et trigonométrie, Vrai ou faux : fractions, fonction, probabilités, Statistiques et tableur du gaspillage alimentaire, Programme Scratch dans un labyrinthe, Symétries, rotation et translation d'un hexagone, Lecture de graphique et calcul de masse d'alcool, Empilement de boulets : suite et volume d'une boule, Statistiques : moyenne, médiane et étendue de notes

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Triangle rectangle, Thalès et trigonométrie *(14 pts)*

1. Le plus grand côté du triangle AEF est [AF]. D'une part $AF^2 = 10^2 = 100$; d'autre part $AE^2 + EF^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$. Comme $AF^2 = AE^2 + EF^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle AEF est rectangle en E.**

2. Dans le triangle AEF rectangle en E, [AE] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{EAF}$ et [AF] est l'hypoténuse : $\cos\widehat{EAF} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$. À la calculatrice, $\widehat{EAF} = \arccos(0{,}8) \approx 36{,}9°$. **L'angle $\widehat{EAF}$ mesure environ $37°$.** (On peut aussi utiliser $\sin\widehat{EAF} = \dfrac{6}{10}$ ou $\tan\widehat{EAF} = \dfrac{6}{8}$.)

3. Les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A, avec E $\in$ [AR] et F $\in$ [AT]. On compare les rapports : $\dfrac{AE}{AR} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} = \dfrac{14}{21}$ et $\dfrac{AF}{AT} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7} = \dfrac{15}{21}$. Ces rapports ne sont pas égaux. Or, si les droites (EF) et (RT) étaient parallèles, le théorème de Thalès imposerait $\dfrac{AE}{AR} = \dfrac{AF}{AT}$. **Les droites (EF) et (RT) ne sont donc pas parallèles.**

Exercice 2 – Vrai ou faux : fractions, fonction, probabilités *(17 pts)*

1. Affirmation 1 : FAUSSE. Pour additionner des fractions, on les réduit au même dénominateur : $\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{6}{10} + \dfrac{5}{10} = \dfrac{11}{10}$, alors que $\dfrac{3+1}{5+2} = \dfrac{4}{7}$. Comme $\dfrac{11}{10} > 1$ et $\dfrac{4}{7} < 1$, les deux nombres sont différents.

2. Affirmation 2 : FAUSSE. L'image de -1 est $f(-1) = 5 - 3 \times (-1) = 5 + 3 = 8$, et non -2.

3. Affirmation 3 : FAUSSE. Expérience n°1 : les nombres premiers de 1 à 11 sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11, soit 5 nombres sur 11 : $p_1 = \dfrac{5}{11}$. Expérience n°2 : les nombres pairs sont 2 ; 4 ; 6, soit $p_2 = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$. Or $\dfrac{5}{11} = \dfrac{10}{22}$ et $\dfrac{1}{2} = \dfrac{11}{22}$, donc $p_1 < p_2$: il est moins probable d'obtenir un nombre premier dans l'expérience n°1 qu'un nombre pair dans l'expérience n°2.

4. Affirmation 4 : VRAIE. On développe le membre de gauche avec l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: $(2x+1)^2 - 4 = 4x^2 + 4x + 1 - 4 = 4x^2 + 4x - 3$. On développe le membre de droite : $(2x+3)(2x-1) = 4x^2 - 2x + 6x - 3 = 4x^2 + 4x - 3$. Les deux expressions sont égales pour tout x. (On peut aussi reconnaître $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 2x+1$ et $b = 2$.)

Exercice 3 – Statistiques et tableur du gaspillage alimentaire *(12 pts)*

1. Par lecture du diagramme, la barre du pays D atteint environ **135 kg** par habitant (entre 130 et 140 kg).

2. Le pays A gaspille environ 545 kg par habitant et le pays F environ 110 kg. Un cinquième de 545 kg vaut $545 \div 5 = 109$ kg, ce qui est très proche de 110 kg. (Autrement dit, $\dfrac{110}{545} \approx 0{,}20 = \dfrac{1}{5}$.) **Oui, on peut affirmer que le gaspillage d'un habitant du pays F représente environ un cinquième de celui d'un habitant du pays A.**

3. a) D'après la cellule D2, **les habitants du pays X ont gaspillé 3 760 500 tonnes de nourriture en 2010.** Vérification : $345 \times 10\,900\,000 = 3\,760\,500\,000$ kg $= 3\,760\,500$ tonnes.

3. b) Le produit B2*C2 donne des kilogrammes multipliés par des millions d'habitants, soit des millions de kilogrammes, c'est-à-dire des milliers de tonnes ($1\,000\,000$ kg $= 1\,000$ tonnes). Pour obtenir des tonnes, il faut multiplier par 1 000 : **c'est la proposition 3, =B2*C2*1 000.** Vérification : $345 \times 10{,}9 \times 1\,000 = 3\,760\,500$.

Exercice 4 – Programme Scratch dans un labyrinthe *(10 pts)*

1. Le point de départ est donné par l'instruction du début du programme : **aller à x : −180 y : −120.**

2. Le lutin se déplace de 30 unités à chaque appui de touche, de point en point du repère, sans jamais toucher un mur. En suivant le chemin le plus court sur la figure (les murs sont posés sur les lignes du quadrillage) : depuis le départ $(-180\ ;\ -120)$, monter de 3 points jusqu'en $(-180\ ;\ -30)$, aller à droite de 2 points jusqu'en $(-120\ ;\ -30)$, descendre de 3 points jusqu'en $(-120\ ;\ -120)$, aller à droite de 2 points jusqu'en $(-60\ ;\ -120)$, monter de 4 points jusqu'en $(-60\ ;\ 0)$, aller à droite de 8 points le long de l'axe des abscisses jusqu'en $(180\ ;\ 0)$, descendre de 4 points jusqu'en $(180\ ;\ -120)$, puis avancer d'un point à droite jusqu'au point de sortie $(210\ ;\ -120)$. Cela fait $3 + 2 + 3 + 2 + 4 + 8 + 4 + 1 = 27$ déplacements de 30 unités. **La distance minimale parcourue est** $27 \times 30 = 810$ **unités.**

3. Appui sur ↑ : le lutin monte de 30 unités et se retrouve en $(-180\ ;\ -90)$; il ne touche aucun mur et n'est pas au point de sortie, donc rien ne se passe (le bloc « Réussite » ne déclenche rien). Appui sur → : le lutin avance de 30 unités en abscisse, en $(-150\ ;\ -90)$; ce point est sur un mur (trait noir vertical). La couleur noire est touchée : **le lutin dit « perdu » pendant 2 secondes, puis revient au point de départ** $(-180\ ;\ -120)$**.**

Exercice 5 – Symétries, rotation et translation d'un hexagone *(10 pts)*

1. La symétrie de centre O envoie C sur F, D sur A, E sur B et O sur lui-même. L'image du quadrilatère CDEO est donc FABO : **proposition 1.**

2. La droite (CF) est un axe de symétrie de l'hexagone : elle échange A et E (ainsi que B et D) et laisse O fixe. **L'image du segment [AO] est le segment [EO].**

3. La rotation de centre O qui envoie A sur C et B sur D est la rotation d'angle 120° (deux « crans » de 60° dans le sens A → B → C). Elle envoie B sur D, O sur O et C sur E. **L'image du triangle BOC est le triangle DOE.**

4. La translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 décale d'une colonne vers la gauche et d'un hexagone et demi vers le bas. Appliquée à l'hexagone 14, elle donne l'hexagone situé une colonne à gauche et un hexagone et demi plus bas : **l'image de l'hexagone 14 est l'hexagone 19.**

Exercice 6 – Lecture de graphique et calcul de masse d'alcool *(12 pts)*

Partie A

a) Trente minutes correspondent à 0,5 h. Par lecture graphique, pour l'abscisse 0,5 la courbe est à l'ordonnée 10 : **la quantité de principe actif est d'environ 10 mg/L.**

b) Le maximum de la courbe (environ 27 mg/L) est atteint pour l'abscisse 2 : **la quantité de principe actif est la plus élevée 2 heures après la prise du médicament.**

Partie B

Boisson ① : $V = 33$ cL et $d = 0{,}05$: $m_1 = 33 \times 0{,}05 \times 7{,}9 = 13{,}035$ g.
Boisson ② : $V = 125$ mL $= 12{,}5$ cL (attention à l'unité !) et $d = 0{,}12$: $m_2 = 12{,}5 \times 0{,}12 \times 7{,}9 = 11{,}85$ g.
Comme $13{,}035 > 11{,}85$, **oui, la boisson ① contient une masse d'alcool (environ 13 g) supérieure à celle de la boisson ② (environ 11,9 g).**

Exercice 7 – Empilement de boulets : suite et volume d'une boule *(15 pts)*

1. L'empilement à 2 niveaux comporte 1 boulet au sommet et 4 boulets (2×2) à la base : $1 + 4 = 5$. **Il contient 5 boulets.**

2. Chaque niveau est un carré de boulets : le niveau du haut en contient $1 = 1^2$, le suivant $4 = 2^2$ et le troisième $9 = 3^2$. Au total : $1 + 4 + 9 = 14$. **L'empilement à 3 niveaux contient bien 14 boulets.**

3. On ajoute les carrés successifs : 4 niveaux, $14 + 4^2 = 14 + 16 = 30$ boulets ; 5 niveaux, $30 + 5^2 = 30 + 25 = 55$ boulets. **Avec 55 boulets, l'empilement comporte 5 niveaux.**

4. Volume d'un boulet : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 216 = 288\pi \approx 904{,}8$ cm³. L'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets : volume total $= 14 \times 288\pi = 4\,032\pi \approx 12\,667$ cm³. On convertit en m³ : 1 m³ $= 1\,000\,000$ cm³, donc le volume vaut environ $0{,}012667$ m³. Masse $= 0{,}012667 \times 7\,300 \approx 92{,}5$ kg. **L'empilement pèse bien 92 kg, au kg près.**

Exercice 8 – Statistiques : moyenne, médiane et étendue de notes *(10 pts)*

1. La série a pour étendue 9 et sa plus petite note connue est 6. Si l'une des notes inconnues valait 16, la note maximale serait au moins 16 et l'étendue serait au moins $16 - 6 = 10$, ce qui contredit l'étendue 9. **Aucune des deux notes inconnues ne peut être 16.** (De même, une note inconnue inférieure à 6, par exemple 5,5, donnerait une étendue d'au moins $15 - 5{,}5 = 9{,}5$: les notes inconnues sont donc comprises entre 6 et 15, la note minimale est 6 et la note maximale 15.)

2. On teste les trois informations avec les notes 12,5 et 13,5.
– Étendue : la plus grande note reste 15 et la plus petite 6, étendue $15 - 6 = 9$: conforme.
– Moyenne : $\dfrac{10 + 13 + 15 + 14{,}5 + 6 + 7{,}5 + 12{,}5 + 13{,}5}{8} = \dfrac{92}{8} = 11{,}5$: conforme.
– Médiane : on range les 8 notes : 6 ; 7,5 ; 10 ; 12,5 ; 13 ; 13,5 ; 14,5 ; 15. La médiane est la moyenne des 4^{e} et 5^{e} notes : $\dfrac{12{,}5 + 13}{2} = 12{,}75$, et non 12 : non conforme.
Non, il n'est pas possible que les deux notes soient 12,5 et 13,5, car la médiane de la série serait alors 12,75 au lieu de 12.

Conseils pour le jour J

Huit exercices courts : le sujet récompense la rapidité et la précision plus que la virtuosité. À l'exercice 1, la question 3 est un piège classique : les rapports $\frac{8}{12}$ et $\frac{10}{14}$ ne sont pas égaux, il faut conclure « non parallèles » avec la contraposée de Thalès, sans jamais écrire « d'après Thalès les droites sont parallèles ». Dans le vrai/faux, un contre-exemple numérique suffit pour « faux », mais une égalité « pour tout x » exige un développement des deux membres. À l'exercice 6, convertis 125 mL en 12,5 cL avant d'utiliser la formule, sinon la comparaison s'inverse. À l'exercice 7, garde 288π jusqu'au bout et convertis les cm³ en m³ (division par 1 000 000) avant de multiplier par la masse volumique. Enfin, à l'exercice 8, teste les trois indicateurs un par un : un seul qui échoue (la médiane) suffit à conclure.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).