Corrigé – Brevet 2018 – mathématiques – Amérique du Nord

Tableur : abonnements Internet haut débit, Pythagore et Thalès dans un triangle, Probabilités avec deux urnes numérotées, Programme Scratch : tracé de carrés, Transformations : frise et pavage, Volume d'un prisme et angle d'une terrasse, Calcul littéral, équation et lecture graphique, Vitesse de téléchargement

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Tableur : abonnements Internet haut débit *(14 pts)*

1. D'après la cellule D3, il y avait **5,446 millions d'abonnements à très haut débit en 2016**, soit 5 446 000 abonnements.

2. Les totaux (ligne 4) sont 26,867 millions en 2015 et 27,684 millions en 2016 : $27{,}684 - 26{,}867 = 0{,}817$ million, soit $0{,}817 \times 1\,000\,000 = 817\,000$. **Il y avait bien 817 000 abonnements de plus en 2016 qu'en 2015.**

3. Le total est la somme des cellules B2 et B3 : **=B2+B3** (ou =SOMME(B2:B3)). Recopiée vers la droite, la formule devient =C2+C3 puis =D2+D3.

4. En 2015, il y avait 4,237 millions d'abonnements à très haut débit. 5,3 % de 4 237 000 : $\dfrac{5{,}3}{100} \times 4\,237\,000 = 224\,561$. **Cela représentait 224 561 abonnements, soit environ 225 000 abonnements (0,225 million).**

Exercice 2 – Pythagore et Thalès dans un triangle *(14 pts)*

1. Construction en vraie grandeur : tracer le segment [AD] de 7 cm ; au compas, tracer un arc de centre A et de rayon 4,2 cm et un arc de centre D et de rayon 5,6 cm, leur intersection est E ; tracer le triangle ADE. Prolonger [AD] au-delà de D jusqu'au point B tel que AB = 9 cm et prolonger [AE] au-delà de E jusqu'au point C tel que AC = 9 cm. Placer F sur [AD] à 2,5 cm de A, puis tracer par F la parallèle à (DE) (à l'équerre et à la règle, ou en reportant l'angle) : elle coupe [AE] en G. Tracer enfin le segment [FE].

2. Le plus grand côté est [AD]. D'une part $AD^2 = 7^2 = 49$; d'autre part $AE^2 + DE^2 = 4{,}2^2 + 5{,}6^2 = 17{,}64 + 31{,}36 = 49$. Comme $AD^2 = AE^2 + DE^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ADE est rectangle en E.**

3. Les points A, F, D sont alignés, les points A, G, E sont alignés (les droites (AD) et (AE) sont sécantes en A) et (FG) // (DE). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AG}{AE} = \dfrac{FG}{DE}$, soit $\dfrac{2{,}5}{7} = \dfrac{FG}{5{,}6}$. D'où $FG = \dfrac{2{,}5 \times 5{,}6}{7} = \dfrac{14}{7} = 2$. **FG = 2 cm.**

Exercice 3 – Probabilités avec deux urnes numérotées *(15 pts)*

1. L'urne D contient 3 boules (1, 2, 3) et l'urne U en contient 4 (2, 3, 5, 6) : on peut former $3 \times 4 = 12$ nombres, tous équiprobables : 12 ; 13 ; 15 ; 16 ; 22 ; 23 ; 25 ; 26 ; 32 ; 33 ; 35 ; 36. Un nombre est pair lorsque son chiffre des unités est pair, c'est-à-dire 2 ou 6 : cela fait $3 \times 2 = 6$ nombres pairs sur 12, et donc aussi 6 nombres impairs. $p(\text{pair}) = p(\text{impair}) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$. **Non, on a autant de chances de former un nombre pair qu'un nombre impair.**

2. a) Parmi les 12 nombres possibles, les nombres premiers sont **13 et 23** (12, 15, 16, 22, 25, 26, 32, 33, 35, 36 ont un diviseur autre que 1 et eux-mêmes).

2. b) Il y a 2 issues favorables (13 et 23) sur 12 issues équiprobables : $p = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$. **La probabilité de former un nombre premier est bien $\dfrac{1}{6}$.**

3. Il faut un événement réalisé par $\dfrac{1}{3}$ des 12 issues, soit 4 nombres. Par exemple : **« le chiffre des dizaines est 1 »**, réalisé par 12, 13, 15 et 16 : $p = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$. (Autres réponses possibles : « le nombre est supérieur à 30 », réalisé par 32, 33, 35, 36 ; « le chiffre des dizaines est 2 ».)

Exercice 4 – Programme Scratch : tracé de carrés *(14 pts)*

1. a) La variable côté vaut 40 au départ et le premier carré est tracé avant toute modification : **le plus petit carré a un côté de 40 pixels.**

1. b) À chaque tour de boucle, on ajoute 20 à côté après avoir tracé le carré : les quatre carrés ont pour côtés 40, 60, 80 et 100. **Le plus grand carré a un côté de 100 pixels.**

2. Sur le dessin, le trait est de plus en plus épais d'un carré au suivant : il faut augmenter la taille du stylo à chaque tour de boucle. On insère l'instruction « ajouter 2 à la taille du stylo » **à l'intérieur de la boucle « répéter 4 fois »**, par exemple juste après le bloc « carré » (ou après « ajouter 20 à côté »). Les carrés sont alors tracés avec des épaisseurs 1, 3, 5 et 7.

3. Le lutin reste orienté vers la droite et se déplace horizontalement : tous les carrés ont leur côté inférieur sur la même ligne. Avec « avancer de côté + 30 », le lutin avance de 30 pixels de plus que le côté du carré qu'il vient de tracer : les carrés sont séparés par un espace de 30 pixels. Comme le bloc « carré » relève le stylo à la fin, aucun trait n'est tracé entre les carrés. **On obtient le dessin 3** (le dessin 2 comporte une ligne de base, qui n'est pas tracée ; dans le dessin 1 les carrés ne sont pas alignés en bas).

Exercice 5 – Transformations : frise et pavage *(6 pts)*

1. Le triangle ABC est isocèle en C et le losange ACBD a pour diagonales [AB] et [CD]. Le point D est le symétrique de C par rapport à la droite (AB) : **la symétrie axiale d'axe (AB) transforme le triangle ABC en le triangle ABD et complète le motif ① en motif ②.** (La symétrie centrale de centre le milieu de [AB] convient aussi.)

2. Dans la frise, le losange suivant a pour sommet gauche le point B et pour sommet supérieur le point D : chaque losange est obtenu en faisant glisser le précédent de C vers B. **Il s'agit de la translation qui transforme C en B** (c'est aussi celle qui transforme A en D).

Exercice 6 – Volume d'un prisme et angle d'une terrasse *(16 pts)*

1. BCDP est un rectangle, donc $PB = DC = 5$ m, $PD = BC = 0{,}15$ m et le triangle ABP est rectangle en P, avec $AP = AD - PD = 0{,}27 - 0{,}15 = 0{,}12$ m. Dans ce triangle, [AP] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABP}$ et [PB] le côté adjacent : $\tan\widehat{ABP} = \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{0{,}12}{5} = 0{,}024$. À la calculatrice, $\widehat{ABP} = \arctan(0{,}024) \approx 1{,}37°$. Comme $1° < 1{,}37° < 1{,}5°$, **le projet de Madame Martin vérifie la condition.**

2. Volume de béton. La base ABCD est un trapèze rectangle de bases $AD = 0{,}27$ m et $BC = 0{,}15$ m et de hauteur $DC = 5$ m : aire $= \dfrac{(0{,}27 + 0{,}15) \times 5}{2} = \dfrac{0{,}42 \times 5}{2} = 1{,}05$ m². (On peut aussi additionner le rectangle BCDP, $5 \times 0{,}15 = 0{,}75$ m², et le triangle ABP, $\dfrac{5 \times 0{,}12}{2} = 0{,}3$ m².) La hauteur du prisme est $CG = 8$ m : $V = 1{,}05 \times 8 = 8{,}4$ m³.
Coût du béton : $8{,}4 \times 95 = 798$ €.
Livraison : un camion-toupie transporte au maximum 6 m³, or $8{,}4 > 6$: il faut 2 livraisons ($8{,}4 \div 6 = 1{,}4$, arrondi à l'entier supérieur). Chaque livraison représente un aller-retour de $2 \times 23 = 46$ km, soit $2 \times 46 = 92$ km au total, facturés $92 \times 5 = 460$ €.
Montant de la facture : $798 + 460 = 1\,258$. **La facture s'élève à 1 258 €.**

Exercice 7 – Calcul littéral, équation et lecture graphique *(15 pts)*

1. $A = 2x(x-1) - 4(x-1) = 2x^2 - 2x - 4x + 4$. $A = 2x^2 - 6x + 4$**.** (On peut aussi factoriser : $A = (x-1)(2x-4)$, puis développer.)

2. On remplace x par -5 dans le membre de gauche : $(2 \times (-5) + 1) \times (-5 - 2) = (-10 + 1) \times (-7) = (-9) \times (-7) = 63$. On obtient bien 63, la valeur du membre de droite. -5 **est une solution de l'équation.**

3. a) C'est le graphique B (droite (d_2)) qui représente f.

3. b) f est une fonction affine, sa représentation est une droite. Son coefficient directeur -3 est négatif, donc la droite « descend » : c'est le cas de (d_2) et non de (d_1). De plus $f(0) = 1{,}5$: la droite coupe l'axe des ordonnées en 1,5, ce que l'on vérifie sur le graphique B. Autre vérification : $f(0{,}5) = -1{,}5 + 1{,}5 = 0$, et (d_2) coupe bien l'axe des abscisses en 0,5.

Exercice 8 – Vitesse de téléchargement *(6 pts)*

Il reste à télécharger $115{,}2 - 9{,}7 = 105{,}5$ Mo. À la vitesse constante de 1,3 Mo/s, le temps nécessaire est $\dfrac{105{,}5}{1{,}3} \approx 81{,}2$ s, soit environ 1 min 21 s. Or 1 min 25 s = 85 s. Comme $81{,}2 < 85$, **non, il faudra moins d'une minute et vingt-cinq secondes pour que le téléchargement se termine.** (Autre méthode : en 85 s, on télécharge $1{,}3 \times 85 = 110{,}5$ Mo, ce qui dépasse les 105,5 Mo restants.)

Conseils pour le jour J

Huit exercices en deux heures : commence par ceux qui rapportent le plus (2, 3, 6, 7) et garde l'exercice 4, sans justification, pour la fin. À l'exercice 2, la construction en vraie grandeur se fait au compas pour E et à l'équerre pour la parallèle, et Thalès s'écrit avec ses trois rapports avant d'isoler FG. À l'exercice 3, liste d'abord les 12 nombres possibles dans un tableau : toutes les questions se lisent ensuite dessus. L'exercice 6 est le plus long : lis bien la figure (DC = 5 m est la largeur de la base, CG = 8 m la hauteur du prisme), calcule AP = 0,27 − 0,15 = 0,12 m, garde deux décimales à l'angle pour le comparer à 1° et $1{,}5^\circ$, et pour la facture n'oublie ni le deuxième camion (8,4 m³ ne tient pas dans 6 m³) ni l'aller-retour. Enfin, à l'exercice 8, compare des secondes avec des secondes (85 s), pas 1,25 min.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).