Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Pondichéry

Développer, factoriser et résoudre une équation produit nul, Probabilités : tirage d'une boule numérotée de 1 à 20, Programme de calcul en Scratch, Fréquence cardiaque : proportionnalité, statistiques, fonctions et tableur, Production d'électricité : pourcentages et volume d'un tronc de cône, Pentes de routes : Pythagore et trigonométrie, Tarif d'un courrier : proportionnalité, aire et grammage

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Développer, factoriser et résoudre une équation produit nul *(5 pts)*

1. On développe avec la double distributivité, puis la distributivité simple :
$E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 2x^2 + 3x - 4x - 6 - 3x + 6$.
On réduit : $2x^2 + (3x - 4x - 3x) + (-6 + 6) = 2x^2 - 4x$. **$E = 2x^2 - 4x$.**

2. Le facteur commun est $(x-2)$:
$E = (x-2)(2x+3) - 3(x-2) = (x-2)\left[(2x+3) - 3\right] = (x-2) \times 2x$.
Donc $E = 2x(x-2)$. Comme $F = x(x-2)$, on a $E = 2 \times x(x-2) = 2F$. **On a bien $E = 2F$.**
Vérification : $2x(x-2) = 2x^2 - 4x$, on retrouve le résultat de la question 1.

> ⚠ **Piège.** Dans $(x-2)(2x+3) - 3(x-2)$, le facteur commun est $(x-2)$ tout entier. En le mettant en facteur, il reste $(2x+3) - 3$ dans le crochet : n'oublie pas le signe « moins » devant le 3.

3. L'équation $(x-2)(2x+3) - 3(x-2) = 0$ s'écrit $E = 0$, soit, d'après la question 2, $2x(x-2) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul (**propriété du produit nul**) :
$2x = 0$, soit $x = 0$; ou $x - 2 = 0$, soit $x = 2$.
Les nombres cherchés sont 0 et 2.

Exercice 2 – Probabilités : tirage d'une boule numérotée de 1 à 20 *(6 pts)*

Les 20 boules ont la même probabilité d'être tirées : on est dans une situation d'équiprobabilité, et la probabilité d'un événement est égale à $\dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{20}$.

1. Une seule boule porte le numéro 13. **La probabilité de tirer la boule numérotée 13 est $\dfrac{1}{20}$.**

2. Les numéros pairs de 1 à 20 sont 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 et 20 : il y en a 10. $\dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$. **La probabilité de tirer un numéro pair est $\dfrac{1}{2}$.**

3. Les multiples de 4 entre 1 et 20 sont 4, 8, 12, 16 et 20 : il y en a 5, donc la probabilité d'obtenir un multiple de 4 est $\dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.
Les diviseurs de 4 sont 1, 2 et 4 : il y en a 3, donc la probabilité d'obtenir un diviseur de 4 est $\dfrac{3}{20}$.
Comme $\dfrac{5}{20} > \dfrac{3}{20}$, **on a plus de chances d'obtenir un multiple de 4 que d'obtenir un diviseur de 4.**

4. Les nombres premiers inférieurs ou égaux à 20 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et 19 : il y en a 8. $\dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$. **La probabilité de tirer un nombre premier est $\dfrac{2}{5}$.**

> ⚠ **Piège.** 1 n'est **pas** un nombre premier (il n'a qu'un seul diviseur), mais 2 en est un. Et le sujet exige des **fractions irréductibles** : $\frac{8}{20}$ doit être simplifiée en $\frac{2}{5}$.

Exercice 3 – Programme de calcul en Scratch *(7 pts)*

Le script demande un nombre x, puis : « Étape 1 » prend la valeur $6 \times x$; « Étape 2 » prend la valeur Étape 1 $+10$; « Résultat » prend la valeur Étape 2 $\div 2$; enfin le lutin dit « J'obtiens finalement » suivi de Résultat.

1. a) Avec $x = 5$: Étape 1 $= 6 \times 5 = 30$; Étape 2 $= 30 + 10 = 40$; Résultat $= 40 \div 2 = 20$. **Le programme dit bien « J'obtiens finalement 20 ».**

1. b) Avec $x = 7$: Étape 1 $= 6 \times 7 = 42$; Étape 2 $= 42 + 10 = 52$; Résultat $= 52 \div 2 = 26$. **Le programme dit « J'obtiens finalement 26 ».**

2. On remonte le programme en faisant les opérations inverses à partir de 8 : avant la division par 2, on avait $8 \times 2 = 16$; avant l'ajout de 10, on avait $16 - 10 = 6$; avant la multiplication par 6, on avait $6 \div 6 = 1$.
Julie a choisi le nombre 1. Vérification : $6 \times 1 = 6$, $6 + 10 = 16$, $16 \div 2 = 8$.

3. Avec x au départ : Étape 1 $= 6x$, Étape 2 $= 6x + 10$, Résultat $= \dfrac{6x+10}{2} = \dfrac{6x}{2} + \dfrac{10}{2}$.
Le programme donne $\dfrac{6x+10}{2} = 3x + 5$.
Vérification avec 5 : $3 \times 5 + 5 = 20$.

4. Le programme de Maxime donne, pour un nombre x : $(x + 2) \times 5 = 5x + 10$.
On cherche x tel que les deux résultats soient égaux : $3x + 5 = 5x + 10$, d'où $5 - 10 = 5x - 3x$, soit $-5 = 2x$, donc $x = -2{,}5$.
Vérification : Julie obtient $3 \times (-2{,}5) + 5 = -7{,}5 + 5 = -2{,}5$; Maxime obtient $(-2{,}5 + 2) \times 5 = -0{,}5 \times 5 = -2{,}5$.
Oui : en choisissant $-2{,}5$, Julie et Maxime obtiennent le même résultat, $-2{,}5$.

> 💡 **Astuce.** Dès qu'on te demande si deux programmes peuvent donner le même résultat, écris chacun en fonction de x, puis résous l'équation obtenue. Termine toujours par une vérification avec la valeur trouvée : elle rassure le correcteur et toi.

Exercice 4 – Fréquence cardiaque : proportionnalité, statistiques, fonctions et tableur *(7 pts)*

1. Une minute dure 60 secondes, soit 4×15 secondes. En 1 minute, il y a donc $18 \times 4 = 72$ pulsations. **La fréquence cardiaque de Denis est de 72 pulsations par minute.**

2. Une pulsation toutes les 0,8 s correspond, en 60 s, à $60 \div 0{,}8 = 75$ pulsations. **Le cardiofréquencemètre affiche 75 pulsations par minute.**

3. a) L'étendue est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale : $182 - 65 = 117$. **L'étendue des fréquences cardiaques enregistrées est de 117 pulsations par minute.**

3. b) Le cœur a battu 3 640 fois au total, à la fréquence moyenne de 130 pulsations par minute. La durée est donc $3\,640 \div 130 = 28$ minutes. **L'entraînement a duré 28 minutes.**
Vérification : $130 \times 28 = 3\,640$.

4. a) Denis a 32 ans : $f(32) = 220 - 32 = 188$. **La FCMC de Denis est bien de 188 pulsations par minute.**

4. b) Pour une personne de 15 ans : $f(15) = 220 - 15 = 205$ pulsations par minute. $205 - 188 = 17$. **La FCMC d'une personne de 15 ans (205 pulsations/min) est supérieure de 17 pulsations par minute à celle de Denis.** La FCMC diminue quand l'âge augmente.

5. La cellule C2 doit calculer $g(a) = 191{,}5 - 0{,}007 \times a^2$, l'âge étant dans la cellule A2. **On saisit dans C2 : `=191,5-0,007*A2^2`** (ou `=191,5-0,007*A2*A2`), puis on recopie vers le bas.
Vérification : $191{,}5 - 0{,}007 \times 30^2 = 191{,}5 - 6{,}3 = 185{,}2$, valeur affichée en C2.

> ⚠ **Piège.** Une formule de tableur commence toujours par le signe « = » et utilise la **cellule** A2, pas le nombre 30 : sinon, en recopiant vers le bas, toutes les lignes afficheraient le même résultat.

Exercice 5 – Production d'électricité : pourcentages et volume d'un tronc de cône *(8 pts)*

1. a) On additionne les quatre productions : $415{,}9 + 25{,}8 + 67{,}5 + 31 = 540{,}2$. **La production totale d'électricité en France en 2014 est de 540,2 TWh.**

1. b) $\dfrac{31}{540{,}2} \approx 0{,}0574$, soit environ 5,74 %. **La part des « Autres énergies » est bien d'environ 5,7 %.**

2. Les deux élèves ne comparent pas la même chose.

- **Tom** raisonne en **pourcentage d'évolution** (variation relative) : les « Autres énergies » ont augmenté de 10,3 %, contre seulement 3 % pour le nucléaire. En proportion, ce sont elles qui ont le plus augmenté.
- **Alice** raisonne en **quantité** (variation absolue, en TWh) : le nucléaire est passé de 403,8 à 415,9 TWh, soit $415{,}9 - 403{,}8 = 12{,}1$ TWh de plus, alors que les « Autres énergies » sont passées de 28,1 à 31 TWh, soit $31 - 28{,}1 = 2{,}9$ TWh de plus. En quantité, c'est le nucléaire qui a le plus augmenté.

Les deux ont raison, chacun selon son point de vue : une petite production qui augmente un peu peut avoir un fort pourcentage d'évolution ; une très grosse production qui augmente beaucoup en TWh peut avoir un faible pourcentage d'évolution.

3. a) Il faut des longueurs dans la même unité, ici le mètre. La grande base a 46 cm de diamètre, donc $R = 23$ cm $= 0{,}23$ m ; la petite base a 20 cm de diamètre, donc $r = 10$ cm $= 0{,}1$ m ; $h = 2\,500$ m.
$R^2 + R \times r + r^2 = 0{,}23^2 + 0{,}23 \times 0{,}1 + 0{,}1^2 = 0{,}0529 + 0{,}023 + 0{,}01 = 0{,}0859$.
$V = \dfrac{\pi}{3} \times 2\,500 \times 0{,}0859 \approx 224{,}9$.
Le volume du puits est d'environ 225 m³.

> ⚠ **Piège.** La formule utilise les **rayons**, pas les diamètres, et les rayons sont en centimètres alors que la hauteur est en mètres : divise par 2, puis convertis en mètres avant tout calcul.

3. b) Augmenter une quantité de 30 % revient à la multiplier par $1 + \dfrac{30}{100} = 1{,}3$.
$224{,}9 \times 1{,}3 \approx 292{,}4$ (avec la valeur arrondie 225 m³ : $225 \times 1{,}3 = 292{,}5$).
Le volume de terre à stocker est d'environ 292 m³.

Exercice 6 – Pentes de routes : Pythagore et trigonométrie *(7 pts)*

Pour comparer les trois pentes, on les exprime toutes en pourcentage.

Route du château des Adhémar (Montélimar) : le panneau indique directement une pente de **24 %**.

Route du col du Grand Colombier : le triangle formé par le dénivelé, le déplacement horizontal et la route est rectangle ; la route (1,5 km = 1 500 m) en est l'hypoténuse. D'après le **théorème de Pythagore** :
$1\,500^2 = 280^2 + d^2$, où d est le déplacement horizontal, donc $d^2 = 1\,500^2 - 280^2 = 2\,250\,000 - 78\,400 =$

$2\,171\,600$ et $d = \sqrt{2\,171\,600} \approx 1\,473{,}6$ m.
Pente $= \dfrac{280}{1\,473{,}6} \approx 0{,}190$, soit **environ 19 %**.

Route de l'Alto de l'Angliru : dans le triangle rectangle, l'angle de $12{,}4^\circ$ est formé par la route et le déplacement horizontal. Le dénivelé est le côté opposé à cet angle et le déplacement horizontal (146 m) est le côté adjacent. Par définition de la **tangente** :
$\tan(12{,}4°) = \dfrac{\text{dénivelé}}{146}$, donc dénivelé $= 146 \times \tan(12{,}4°) \approx 32{,}1$ m.
Pente $= \dfrac{32{,}1}{146} \approx 0{,}220$, soit **environ 22 %**. (La pente est exactement $\tan(12{,}4°) \approx 0{,}220$.)

Classement dans l'ordre décroissant : château des Adhémar (24 %), puis Alto de l'Angliru (environ 22 %), puis col du Grand Colombier (environ 19 %).

> ⚠ **Piège.** Pour le Grand Colombier, 1,5 km est la longueur de la **route** (l'hypoténuse), pas le déplacement horizontal : calculer $\dfrac{280}{1\,500} \approx 18{,}7$ % est une erreur. Et vérifie que ta calculatrice est en mode degrés pour la tangente.

Exercice 7 – Tarif d'un courrier : proportionnalité, aire et grammage *(5 pts)*

1. Si le tarif était proportionnel à la masse, le quotient $\dfrac{\text{tarif}}{\text{masse}}$ serait toujours le même. Or $\dfrac{0{,}80}{20} = 0{,}04$ et $\dfrac{1{,}60}{100} = 0{,}016$: ces quotients sont différents. (Autrement dit, la masse est multipliée par 5 entre 20 g et 100 g, mais le tarif seulement par 2.)
Le tarif d'affranchissement n'est donc pas proportionnel à la masse de la lettre.

2. *Masse d'une feuille A4.* Son aire est $21\text{ cm} \times 29{,}7\text{ cm} = 0{,}21\text{ m} \times 0{,}297\text{ m} = 0{,}062\,37\text{ m}^2$. Avec un grammage de 80 g/m², une feuille pèse $80 \times 0{,}062\,37 = 4{,}989\,6$ g, soit environ 5 g.
Masse des 4 feuilles (2 lettres de motivation et 2 CV) : $4 \times 4{,}989\,6 = 19{,}958\,4$ g.
Masse d'une enveloppe : $175 \div 50 = 3{,}5$ g.
Masse totale du courrier : $19{,}958\,4 + 3{,}5 = 23{,}458\,4$ g, soit environ 23,5 g.
Le courrier pèse plus de 20 g mais moins de 100 g : il faut prendre la tranche « jusqu'à 100 g ».
Alban doit choisir le tarif à 1,60 €.

> 💡 **Astuce.** Les 4 feuilles seules pèsent presque exactement 20 g : c'est l'enveloppe qui fait basculer dans la tranche supérieure. Ne l'oublie pas, et pense à convertir les centimètres en mètres puisque le grammage est donné par m².

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et indépendants : commence par ceux qui te mettent en confiance (l'exercice 2 de probabilités et l'exercice 3 sur le programme de calcul se traitent vite), mais traite-les tous, car chacun rapporte entre 5 et 8 points. Dans les calculs littéraux de l'exercice 1, vérifie ton développement en remplaçant x par une valeur simple (par exemple $x = 1$: $E = -1 \times 5 - 3 \times (-1) = -2$ et $2 \times 1^2 - 4 \times 1 = -2$).

Plusieurs pièges portent sur les unités et les données : rayons et non diamètres dans le tronc de cône, centimètres à convertir en mètres, hypoténuse et non déplacement horizontal pour la pente du Grand Colombier, masse de l'enveloppe à ajouter à l'exercice 7. Relis chaque donnée sur le schéma avant de calculer.

Enfin, l'exercice 5 (question 2) et l'exercice 6 demandent d'expliquer un raisonnement : une réponse sans phrase de justification ni calcul ne rapporte presque rien. Pour comparer des pentes ou des évolutions, ramène toujours les grandeurs à la même forme (pourcentage ou TWh) avant de conclure.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).