Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Polynésie

QCM : stockage, Pythagore, équation, fraction, tableur, Vitesse d'un TGV passant en gare, Triangle rectangle : Pythagore et Thalès, Probabilités avec des baklavas, Programme de calcul, Scratch et inéquation, Deux lignes de bus : multiples communs (PPCM)

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : stockage, Pythagore, équation, fraction, tableur *(7 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; elles sont données ici pour comprendre.

1. 1 Go = 1 000 Mo, donc une clé de 32 Go contient 32 000 Mo. On calcule $\dfrac{32\,000}{700} \approx 45{,}7$: il faut donc environ 46 CD (avec 1 Go = 1 024 Mo, on trouve $\dfrac{32\,768}{700} \approx 46{,}8$, et 46 reste de loin la seule réponse plausible).
Réponse A : 46.

2. La diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles de côtés 10 cm et 20 cm. D'après le **théorème de Pythagore** : $d^2 = 10^2 + 20^2 = 100 + 400 = 500$, donc $d = \sqrt{500} \approx 22{,}4$ cm. **Réponse B : 22 cm.**

3. $2x + 3 = 7x - 4$ donne $3 + 4 = 7x - 2x$, soit $7 = 5x$, donc $x = \dfrac{7}{5} = 1{,}4$. Vérification : $2 \times 1{,}4 + 3 = 5{,}8$ et $7 \times 1{,}4 - 4 = 9{,}8 - 4 = 5{,}8$. **Réponse B : 1,4.**

4. On décompose : $882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ et $1\,134 = 2 \times 3^4 \times 7$. Le PGCD est $2 \times 3^2 \times 7 = 126$. Donc $\dfrac{882}{1\,134} = \dfrac{126 \times 7}{126 \times 9} = \dfrac{7}{9}$. **Réponse C : $\dfrac{7}{9}$.** (La fraction $\dfrac{63}{81}$ est égale mais n'est pas irréductible : 63 et 81 sont divisibles par 9.)

5. En B2, il faut calculer l'image du nombre écrit en B1 : $f(\text{B1}) = 3 \times \text{B1} + 4$. En recopiant vers la droite, B1 devient C1 puis D1. **Réponse C : =3*B1+4.** (Avec A1, on calculerait à partir du texte « x » ; avec =3*5+4, on obtiendrait toujours 19, même après recopie.)

Exercice 2 – Vitesse d'un TGV passant en gare *(8 pts)*

Longueur d'une motrice (A) : d'après le schéma, 5 000 + 14 000 = 19 000 mm, soit **19 m**.

Longueur d'une voiture (B) : 18 300 mm, soit **18,3 m**.

Longueur d'une rame (2 motrices et 10 voitures) : $2 \times 19 + 10 \times 18{,}3 = 38 + 183 = 221$ m.

Longueur du TGV (2 rames) : $2 \times 221 = 442$ m.

Vitesse : le train entier passe devant l'observateur en 13,53 s, c'est-à-dire qu'il parcourt sa propre longueur, 442 m, en 13,53 s.
$v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{442}{13{,}53} \approx 32{,}67$ m/s.
Pour convertir en km/h, on multiplie par 3,6 (1 m/s = 3 600 m/h = 3,6 km/h) : $\dfrac{442}{13{,}53} \times 3{,}6 = \dfrac{1\,591{,}2}{13{,}53} \approx 117{,}6$ km/h.

Vérification : $117{,}6 \times 13{,}53 \approx 1\,591$, ce qui correspond bien à $442 \times 3{,}6 = 1\,591{,}2$.

Le TGV est passé devant l'observateur à environ 118 km/h.

> ⚠ **Piège.** Le TGV compte **deux** rames, et chaque motrice mesure 5 000 + 14 000 mm (les deux cotes se suivent sur le schéma). Oublier l'une de ces deux informations divise ou fausse la longueur, donc la vitesse.

Exercice 3 – Triangle rectangle : Pythagore et Thalès *(9 pts)*

1. a) On trace un segment [CD] de 6,8 cm, puis la perpendiculaire à (CD) passant par D (à l'équerre). On place E sur cette perpendiculaire tel que DE = 3,4 cm, et on trace [CE].

1. b) Le triangle CDE est rectangle en D, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $CE^2 = CD^2 + DE^2$.
$CE^2 = 6{,}8^2 + 3{,}4^2 = 46{,}24 + 11{,}56 = 57{,}8$, donc $CE = \sqrt{57{,}8} \approx 7{,}60$.
CE ≈ 7,6 cm au dixième de centimètre près.

2. a) On place F sur [CD] à 2 cm de C (donc à 4,8 cm de D).

2. b) On trace, au compas, un arc de cercle de centre F et de rayon 1 cm : G est un point d'intersection de cet arc avec [CE]. Le point attendu est celui qui se trouve à environ 2,2 cm de C.

2. c) Traçons la parallèle à (DE) passant par F : elle coupe [CE] en un point que l'on note G'. Dans le triangle CDE, F appartient à [CD], G' appartient à [CE] et (FG') est parallèle à (DE), donc d'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{CF}{CD} = \dfrac{CG'}{CE} = \dfrac{FG'}{DE}$, d'où $FG' = DE \times \dfrac{CF}{CD} = 3{,}4 \times \dfrac{2}{6{,}8} = 1$ cm.
Le point G' est donc un point de [CE] situé à exactement 1 cm de F : c'est le point G construit à la question précédente (à $CG = CE \times \dfrac{2}{6{,}8} \approx 2{,}2$ cm de C).
Les droites (FG) et (DE) sont donc parallèles.

> ⚠ **Piège.** L'arc de rayon 1 cm coupe en réalité [CE] en **deux** points : l'un à environ 2,2 cm de C (celui pour lequel (FG) est parallèle à (DE)), l'autre à environ 1,3 cm de C. Pour ce second point, $\dfrac{CG}{CE} \approx \dfrac{1{,}3}{7{,}6} \approx 0{,}18$ alors que $\dfrac{CF}{CD} = \dfrac{2}{6{,}8} \approx 0{,}29$: les rapports ne sont pas égaux, donc les droites ne sont pas parallèles. Si ton tracé donne ce second point, dis-le et précise lequel tu as choisi. Et ne conclus jamais au parallélisme avec la seule égalité $\dfrac{CF}{CD} = \dfrac{FG}{DE}$: la réciproque de Thalès porte sur $\dfrac{CF}{CD}$ et $\dfrac{CG}{CE}$.

Exercice 4 – Probabilités avec des baklavas *(6 pts)*

1. On regarde la lettre inscrite sur le gâteau tiré. **Les issues sont B, A, K, L et V.** (Elles ne sont pas équiprobables : la lettre A figure sur 3 gâteaux sur 7.)

2. a) Les 7 gâteaux ont la même probabilité d'être tirés et un seul porte la lettre L. $P(\text{L}) = \dfrac{1}{7}$**.**

2. b) Trois gâteaux sur 7 portent la lettre A, donc $P(\text{A}) = \dfrac{3}{7}$. L'événement « la lettre tirée n'est pas un A » est l'événement contraire : $P = 1 - \dfrac{3}{7} = \dfrac{4}{7}$ (ce sont les 4 gâteaux B, K, L, V). **La probabilité vaut** $\dfrac{4}{7}$**.**

3. Le sachet contient au départ $10 - 2 - 4 = 4$ baklavas à la noix. La probabilité de piocher un gâteau à la noix au premier tirage était $\dfrac{4}{10} = 0{,}4$.
Après qu'Enzo a mangé un gâteau à la noix, il reste 9 gâteaux dont 3 à la noix. La probabilité devient $\dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}33$.
Comme $\dfrac{1}{3} < 0{,}4$, Enzo a maintenant **moins** de chances de tirer un gâteau à la noix. **Laura a tort.**

Exercice 5 – Programme de calcul, Scratch et inéquation *(7 pts)*

1. On choisit -2 ; on le multiplie par -4 : $(-2)\times(-4)=8$; on ajoute 5 : $8+5=13$. **On obtient bien 13.**

2. On cherche x tel que $-4x+5=-3$, soit $-4x=-8$, donc $x=\dfrac{-8}{-4}=2$. Vérification : $-4\times 2+5=-3$. **Il faut choisir 2.**

3. Le script demande un nombre ; si $-4\times$ réponse $+5$ est strictement négatif, le lutin dit « Bravo », sinon il dit « Essaie encore ».

3. a) Avec 12 : $-4\times 12+5=-48+5=-43$, et $-43<0$. **Le lutin dit « Bravo ».**

3. b) Avec -5 : $-4\times(-5)+5=20+5=25$, et 25 n'est pas inférieur à 0. **Le lutin dit « Essaie encore ».**

4. $-4x+5<0$
$-4x<-5$
On divise les deux membres par -4, nombre **négatif**, donc le sens de l'inégalité change : $x>\dfrac{-5}{-4}$, soit $x>1{,}25$.
Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à 1,25.

> ⚠ **Piège.** Quand tu multiplies ou divises les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, tu dois changer le sens de l'inégalité. Vérifie avec un exemple : 12 est solution (question 3. a), -5 ne l'est pas.

5. Le lutin dit « Bravo » exactement lorsque $-4\times$ réponse $+5<0$, c'est-à-dire, d'après la question 4, lorsque le nombre choisi est strictement supérieur à 1,25. **On est certain d'obtenir « Bravo » si le nombre choisi est strictement supérieur à 1,25.** (Pour 1,25 exactement, le résultat vaut 0, et le lutin dit « Essaie encore ».)

Exercice 6 – Deux lignes de bus : multiples communs (PPCM) *(8 pts)*

Durée d'un tour complet. D'après le plan, la ligne 1 dessert 8 arrêts (Mairie, École, Pompier, Lycée, Piscine, Bibliothèque, Cathédrale, Place) : un tour complet compte donc 8 trajets entre deux arrêts, soit $8\times 3=24$ minutes.
La ligne 2 dessert aussi 8 arrêts (Mairie, Cathédrale, Conservatoire, Stade, Horloge, Marché, Collège, Gendarmerie) : un tour dure $8\times 4=32$ minutes.

Passages à la Mairie. Le bus de la ligne 1 repasse à la Mairie toutes les 24 minutes après 6 h 30, celui de la ligne 2 toutes les 32 minutes. Ils s'y retrouvent ensemble après un nombre de minutes qui est un multiple commun de 24 et de 32.
Multiples de 24 : 24, 48, 72, **96**, … ; multiples de 32 : 32, 64, **96**, …
Par décomposition : $24=2^3\times 3$ et $32=2^5$, donc le plus petit multiple commun est $2^5\times 3=96$.
Les deux bus se retrouvent donc à la Mairie toutes les 96 minutes, soit toutes les **1 h 36 min**.

Horaires. Entre 6 h 30 et 20 h, il s'écoule 13 h 30 min, soit 810 minutes, et $810\div 96\approx 8{,}4$: il y a donc 8 rencontres après le départ commun. En ajoutant 1 h 36 min à chaque fois :

Rencontre	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Horaire	8 h 06	9 h 42	11 h 18	12 h 54	14 h 30	16 h 06	17 h 42	19 h 18

La rencontre suivante serait à 20 h 54, après l'arrêt du service. Vérification : $8\times 96=768$ min $=12$ h 48 min et 6 h 30 + 12 h 48 min = 19 h 18.

Oui, les deux bus se retrouvent à la Mairie : à 8 h 06, 9 h 42, 11 h 18, 12 h 54, 14 h 30, 16 h 06, 17 h 42 et 19 h 18 (en plus du départ commun de 6 h 30).

> **Astuce.** Compte les arrêts sur le plan en suivant le tracé de chaque ligne (pointillés pour la ligne 1, trait plein pour la ligne 2) : la Cathédrale appartient aux deux lignes, ne l'oublie pas.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte deux exercices de type « tâche complexe » sans questions intermédiaires (le TGV et les bus) : organise ta copie en étapes titrées (longueur d'une motrice, d'une rame, du train, puis vitesse ; durée d'un tour, multiple commun, horaires) et conclus par une phrase. Même si tu fais une erreur de calcul, une démarche claire rapporte une grande partie des points.

Au QCM, recopie l'affirmation choisie et non seulement la lettre, comme l'exige la consigne. Pour la fraction irréductible, attention au piège $\frac{63}{81}$, égale à $\frac{7}{9}$ mais encore simplifiable.

À l'exercice 3, nomme toujours le théorème utilisé (Pythagore, Thalès) et soigne la figure : elle est demandée et notée. À l'exercice 5, la question 4 est la plus piégeuse : division par un nombre négatif, donc changement de sens de l'inégalité.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).