Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM : aire, système, puissances, fractions et Thalès, Programme de calcul et fonction affine, Tableur et rangement de cartes, Vitesse, durée et consommation d'essence, Plus grand diviseur commun : paniers de pêche, Trigonométrie : l'angle de tir de Lucky Luke, Probabilités et statistiques : les jeux de société, Pythagore : le fusil sous-marin dans la remorque

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : aire, système, puissances, fractions et Thalès *(5 pts)*

Aucune justification n'est demandée sur la copie ; elles sont données ici pour comprendre.

Question 1. Les codages montrent que la partie gauche du rectangle est un carré de côté x (même codage sur AD, sur les deux côtés horizontaux de cette partie et sur le segment intérieur). La longueur du rectangle est donc $AB = x + 2$ et sa largeur $AD = x$. Aire : $x(x+2) = x^2 + 2x$. **Réponse : $x^2 + 2x$.**

Question 2. On teste chaque proposition dans les deux achats. Avec un cahier à 300 F et un crayon à 70 F : Alexandra paie $2 \times 300 + 3 \times 70 = 600 + 210 = 810$ F et Nathalie paie $300 + 5 \times 70 = 300 + 350 = 650$ F. Les deux montants sont vérifiés (avec 250 F et 100 F, Alexandra paierait 800 F ; avec 250 F et 110 F, elle paierait 830 F). **Réponse : un cahier coûte 300 F et un crayon coûte 70 F.**

Question 3. En comptant les cases sur la figure, le chemin en compte **8**. Le nombre de cailloux double à chaque case : 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128 ; 256. Sur la 8^{e} case, il y a $2^8 = 256$ cailloux. **Réponse : 256 cailloux.**

Question 4. La multiplication est prioritaire : $\dfrac{3}{7} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{15}{14}$, puis $\dfrac{5}{14} + \dfrac{15}{14} = \dfrac{20}{14}$. **Réponse :** $\dfrac{20}{14}$ (qui se simplifie en $\dfrac{10}{7}$).

Question 5. Les points A, M, B et A, L, C sont alignés et les droites (ML) et (BC) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AL}{AC} = \dfrac{LM}{CB}$, avec $AL = 3$ m, $AC = 3 + 4{,}5 = 7{,}5$ m et $CB = 3$ m. Donc $LM = \dfrac{3 \times 3}{7{,}5} = \dfrac{9}{7{,}5} = 1{,}2$ m. **Réponse : 1,2 mètre.**

> ⚠ **Piège.** Question 3 : la première case porte déjà 2 cailloux, soit 2^1. Sur la case numéro n, il y a donc 2^n cailloux. Compte les cases avec soin sur la figure en les cochant une à une.

Exercice 2 – Programme de calcul et fonction affine *(7 pts)*

1. On choisit 4. On ajoute 1 : $4 + 1 = 5$. Carré du résultat : $5^2 = 25$. On soustrait le carré du nombre de départ : $25 - 4^2 = 25 - 16 = 9$. **Le résultat obtenu est bien 9.**

2. a. En suivant les étapes avec x : on obtient $x + 1$, puis $(x+1)^2$, puis on soustrait x^2. **Le résultat est** $(x+1)^2 - x^2$**.**

2. b. On développe avec l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: $(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$. **Le résultat du programme est bien égal à** $2x + 1$**.** (Vérification avec $x = 4$: $2 \times 4 + 1 = 9$, ce qui correspond à la question 1.)

3. a. $f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1$. **L'image de 0 par f est 1.**

3. b. On cherche x tel que $f(x) = 5$: $2x + 1 = 5$, donc $2x = 4$, donc $x = 2$. **L'antécédent de 5 par f est 2.** (Vérification : $f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$.)

3. c. La fonction f est affine : sa représentation graphique est une droite. Il suffit de deux points, donnés par les questions précédentes : $(0\,;1)$ et $(2\,;5)$. On peut en placer un troisième pour contrôler, par exemple $(-3\,;-5)$ car $f(-3) = 2 \times (-3) + 1 = -5$. **On trace sur l'annexe 1 la droite passant par les points $(0\,;1)$ et $(2\,;5)$.**

3. d. Le résultat du programme pour un nombre x est $f(x)$. On part du point d'abscisse -3 sur l'axe des abscisses, on descend verticalement jusqu'au point de la droite d'abscisse -3, puis on lit horizontalement l'ordonnée sur l'axe des ordonnées : on lit -5. **En choisissant -3, le programme donne -5.** Vérification avec le programme : $-3 + 1 = -2$; $(-2)^2 = 4$; $4 - (-3)^2 = 4 - 9 = -5$.

> **Astuce.** « Laisser les traits de construction apparents » rapporte des points : trace en pointillés le segment vertical depuis $x = -3$ jusqu'à la droite, puis le segment horizontal jusqu'à l'axe des ordonnées.

Exercice 3 – Tableur et rangement de cartes *(4 pts)*

1. Le prix d'une ligne est la quantité multipliée par le prix unitaire. **On saisit en D2 la formule =B2*C2**, que l'on étire ensuite vers le bas.

2. Colonne D complétée :

- D2 : $2 \times 322 = 644$ F ;
- D3 : $3 \times 112 = 336$ F ;
- D4 : $4 \times 480 = 1\,920$ F ;
- D5 (montant de la commande, déjà donné) : $644 + 336 + 1\,920 = 2\,900$ F, ce qui confirme les calculs ;
- D6 (frais de transport, 10 % de la commande) : $2\,900 \times \dfrac{10}{100} = 290$ F ;
- D7 (montant total) : $2\,900 + 290 = 3\,190$ F.

Les cellules contiennent 644, 336, 1 920, 290 et 3 190 (en F).

3. Le fond de la boîte est un rectangle de 24,5 cm sur 37,5 cm ; une carte mesure 6,2 cm sur 8,7 cm. Les cartes sont posées comme sur la figure, toutes dans le même sens, en rangées. Deux dispositions sont possibles :

- côté 6,2 cm sur la largeur : $24{,}5 \div 6{,}2 \approx 3{,}95$, soit 3 piles ; côté 8,7 cm sur la longueur : $37{,}5 \div 8{,}7 \approx 4{,}31$, soit 4 piles ; au total $3 \times 4 = 12$ piles ;
- côté 8,7 cm sur la largeur : $24{,}5 \div 8{,}7 \approx 2{,}82$, soit 2 piles ; côté 6,2 cm sur la longueur : $37{,}5 \div 6{,}2 \approx 6{,}05$, soit 6 piles ; au total $2 \times 6 = 12$ piles.

On ne garde que la partie entière de chaque quotient, car une pile ne peut pas dépasser du fond de la boîte. **La boîte peut contenir au maximum 12 piles.**

> **Astuce.** Pour aller plus loin : si l'on accepte de mélanger les deux sens, on peut faire mieux. Sur la largeur, deux cartes posées en travers occupent $2 \times 8{,}7 = 17{,}4$ cm et il reste $24{,}5 - 17{,}4 = 7{,}1$ cm, assez pour une colonne de cartes posées en long (6,2 cm). On obtient alors $2 \times 6 = 12$ piles plus 4 piles (car $4 \times 8{,}7 = 34{,}8 \leq 37{,}5$), soit 16 piles. La réponse attendue, avec toutes les cartes dans le même sens comme sur la figure, reste 12.

Exercice 4 – Vitesse, durée et consommation d'essence *(4 pts)*

1. On convertit la vitesse : $8 \times 1{,}852 = 14{,}816$ km/h. On utilise la relation $t = \dfrac{d}{v}$: $t = \dfrac{5}{14{,}816} \approx 0{,}3375$ h. En minutes : $0{,}3375 \times 60 \approx 20{,}2$ min. **Il faut environ 20 minutes pour atteindre le lieu de pêche.** (Vérification : en 20 min, soit $\dfrac{1}{3}$ h, on parcourt $14{,}816 \div 3 \approx 4{,}94$ km, presque 5 km.)

2. À l'aller, ils consomment un quart du réservoir : $\dfrac{12}{4} = 3$ L. Au retour, ils consomment 1 L de plus : $3 + 1 = 4$ L. Volume restant : $12 - 3 - 4 = 5$ L. **Il restera 5 L d'essence dans le réservoir à leur arrivée.**

Exercice 5 – Plus grand diviseur commun : paniers de pêche *(4 pts)*

1. Les paniers sont identiques et il ne doit rester ni poisson ni coquillage : le nombre de paniers doit diviser à la fois 30 et 500. Pour en faire le plus possible, on cherche le **plus grand diviseur commun (PGCD)** de 30 et 500. Par l'algorithme d'Euclide :

- $500 = 30 \times 16 + 20$;
- $30 = 20 \times 1 + 10$;
- $20 = 10 \times 2 + 0$.

Le dernier reste non nul est 10, donc $\text{PGCD}(30\ ;\ 500) = 10$. (Autre méthode : $30 = 2 \times 3 \times 5$ et $500 = 2^2 \times 5^3$, d'où $\text{PGCD} = 2 \times 5 = 10$.) **Antoine pourra concevoir au maximum 10 paniers.**

2. $30 \div 10 = 3$ et $500 \div 10 = 50$. **Chaque panier contiendra 3 poissons et 50 coquillages.** (Vérification : $10 \times 3 = 30$ et $10 \times 50 = 500$.)

Exercice 6 – Trigonométrie : l'angle de tir de Lucky Luke *(3 pts)*

Le pistolet P est à 1 m du sol et le segment [PA] est horizontal, donc le point A est lui aussi à 1 m du sol, sur Averell. Le chapeau C est au sommet d'Averell, à 2,13 m du sol. On a donc $AC = 2{,}13 - 1 = 1{,}13$ m.

Dans le triangle PAC rectangle en A, on connaît le côté opposé à l'angle $\widehat{APC}$ (AC = 1,13 m) et le côté adjacent (PA = 6 m). On utilise la **tangente** :

$$\tan \widehat{APC} = \frac{AC}{PA} = \frac{1{,}13}{6} \approx 0{,}1883$$

À la calculatrice : $\widehat{APC} = \arctan\left(\dfrac{1{,}13}{6}\right) \approx 10{,}7^\circ$. **L'angle d'inclinaison est d'environ 11 ° (arrondi au degré).**

> ⚠ **Piège.** AC n'est pas la taille d'Averell (2,13 m) : il faut retirer la hauteur du pistolet (1 m). Vérifie aussi que ta calculatrice est en mode degrés avant d'utiliser « arctan » (ou « tan⁻¹ »).

Exercice 7 – Probabilités et statistiques : les jeux de société *(5 pts)*

1. Le tirage se fait au hasard parmi 60 jeux : les issues sont équiprobables. Aurel a 5 jeux préférés (Kemet, Pitch car, Miniville, King of Tokyo, Bruxelle). $p = \dfrac{5}{60} = \dfrac{1}{12}$. **La probabilité est $\dfrac{1}{12}$.**

2. Les jeux préférés d'Alexandra ou de Nathalie sont Epix, Colt express, Happy pigs et Fourberies : Happy pigs apparaît dans les deux listes mais ne compte qu'une fois, soit 4 jeux différents. $p = \dfrac{4}{60} = \dfrac{1}{15}$. **La probabilité est $\dfrac{1}{15}$.**

3. a. Il y a 8 parties. Somme des durées : $72 + 35 + 48 + 52 + 26 + 55 + 43 + 105 = 436$ min. Moyenne : $\dfrac{436}{8} = 54{,}5$ min. **La durée moyenne d'une partie est de 54,5 minutes** (soit 54 min 30 s).

3. b. On range les 8 durées dans l'ordre croissant : 26 ; 35 ; 43 ; 48 ; 52 ; 55 ; 72 ; 105. L'effectif est pair, donc la médiane est la moyenne des 4^{e} et 5^{e} valeurs : $\dfrac{48 + 52}{2} = 50$. **La médiane est de 50 minutes.**

3. c. La moitié des parties a duré 50 minutes ou moins, et l'autre moitié 50 minutes ou plus. (La moyenne, 54,5 min, est plus élevée que la médiane car elle est tirée vers le haut par la partie de 105 minutes.)

> ⚠ **Piège.** Question 2 : Happy pigs est aimé par Alexandra et par Nathalie, mais c'est un seul jeu. Compter 5 jeux (donc $\frac{5}{60}$) est l'erreur classique.

Exercice 8 – Pythagore : le fusil sous-marin dans la remorque *(4 pts)*

Le fond de la remorque est un rectangle de 1 800 mm sur 1 350 mm (les 3 000 mm comprennent le timon, qui ne fait pas partie du fond). Ses deux côtés sont plus courts que le fusil (2 100 mm) : le fusil ne peut pas être posé parallèlement à un bord. On le place donc en **diagonale**.

La diagonale d du rectangle est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 800 mm et 1 350 mm. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$d^2 = 1\,800^2 + 1\,350^2 = 3\,240\,000 + 1\,822\,500 = 5\,062\,500$$

donc $d = \sqrt{5\,062\,500} = 2\,250$ mm. (Vérification : $2\,250^2 = 5\,062\,500$.)

Comme $2\,250 > 2\,100$, **le fusil sous-marin peut être placé à plat dans la remorque, en diagonale.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte huit exercices courts et indépendants : commence par ceux qui te semblent les plus faciles et note bien leur numéro. Dans le QCM, aucune justification n'est demandée, mais vérifie chaque proposition par un calcul rapide au brouillon (remplace les valeurs dans les deux achats, compte les cases une à une).

Dans les exercices où « toute trace de recherche sera prise en compte » (4, 5 et 8), écris toujours ta démarche, même si tu n'aboutis pas : conversion des nœuds, recherche du PGCD, idée de la diagonale. Ce sont des points faciles à gagner.

Attention aux pièges de lecture : la hauteur du pistolet à retirer à l'exercice 6, le jeu commun à Alexandra et Nathalie à l'exercice 7, la longueur du timon à ignorer à l'exercice 8. Et n'oublie pas de rendre l'annexe (droite tracée et colonne D complétée) avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).