# Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Métropole

Probabilités : tirages avec remise dans une urne, Programme Scratch : des triangles équilatéraux, Lecture graphique : charge d'un condensateur, Panneaux photovoltaïques : tarif, trigonométrie, Pythagore et pourcentage, Vitesse, calcul littéral et distance de freinage, Statistiques et tableur : l'indice de masse corporelle, Confiture : proportionnalité, volume d'un cylindre et échelle

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

## Exercice 1 – Probabilités : tirages avec remise dans une urne *(4 pts)*

**1.** L'urne ne contient que des boules vertes et des boules bleues : les événements « obtenir une boule verte » et « obtenir une boule bleue » sont **contraires**. La somme de leurs probabilités vaut 1, donc $p(\text{bleue}) = 1 - \dfrac{2}{5} = \dfrac{5}{5} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{5}$. **La probabilité d'obtenir une boule bleue est bien $\dfrac{3}{5}$.**

**2.** Après chaque tirage, la boule est remise dans l'urne et les boules sont mélangées : la composition de l'urne est toujours la même et les tirages sont indépendants. Les résultats des 6 premiers tirages n'ont donc aucune influence sur le 7$^{\text{e}}$. Au 7$^{\text{e}}$ tirage, la probabilité d'obtenir une boule bleue est toujours $\dfrac{3}{5}$ et celle d'obtenir une boule verte $\dfrac{2}{5}$. Comme $\dfrac{3}{5} > \dfrac{2}{5}$, **oui, Paul a plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte.**

> ⚠ **Piège.** Le hasard n'a pas de mémoire : avoir obtenu six boules vertes de suite ne rend ni plus ni moins probable une boule verte au tirage suivant, puisque la boule est remise dans l'urne.

**3.** Les 8 boules vertes représentent les $\dfrac{2}{5}$ du nombre total $N$ de boules : $\dfrac{8}{N} = \dfrac{2}{5}$, donc $N = \dfrac{8 \times 5}{2} = 20$. L'urne contient 20 boules, dont $20 - 8 = 12$ bleues. Vérification : $\dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$. **Il y a 12 boules bleues dans l'urne.**

## Exercice 2 – Programme Scratch : des triangles équilatéraux *(6 pts)*

**1.** L'instruction 3 « aller à x : $-200$ y : $-100$ » place le lutin au point de départ, et le stylo n'est mis en position d'écriture qu'ensuite, dans le bloc triangle. **Le point de départ du tracé a pour coordonnées** $(-200 ; -100)$ **.**

**2.** Le bloc « triangle » (instruction 7) est appelé une fois à chaque passage dans la boucle « répéter 5 fois ». **Le script dessine 5 triangles.**

**3. a)** La variable côté vaut 100 au départ (instruction 5) : le premier triangle a des côtés de 100 pixels. À la fin du premier passage dans la boucle, l'instruction 9 ajoute $-20$ à côté : $100 - 20 = 80$. **Le deuxième triangle a des côtés de 80 pixels.**

**3. b)** Le bloc triangle trace un triangle équilatéral (3 côtés égaux, rotation de 120° vers la gauche à chaque sommet) en partant vers la droite, donc posé sur sa base, pointe vers le haut ; le lutin revient à son point de départ, stylo relevé. L'instruction 8 le déplace ensuite, sans tracer, de la longueur du côté vers la droite, c'est-à-dire jusqu'au sommet droit de la base. On obtient donc **5 triangles équilatéraux pointe en haut, posés côte à côte sur une même droite horizontale, de plus en plus petits** (côtés 100, 80, 60, 40 et 20 pixels), chacun commençant exactement là où se termine la base du précédent. La base totale mesure $100 + 80 + 60 + 40 + 20 = 300$ pixels, de $x = -200$ à $x = 100$.

**4.** Sur la nouvelle figure, chaque triangle part du sommet droit de la base du précédent, mais sa base est tournée de 60° vers la gauche : elle longe le côté droit du triangle précédent. Il faut donc tourner de 60° **après**

le déplacement « avancer de côté » et **avant** de tracer le triangle suivant. **On peut placer l'instruction « tourner de 60 degrés » après l'instruction 8** (ou, ce qui revient au même, après l'instruction 9).

> 💡 **Astuce.** Pour une question de Scratch, suis le lutin à la main sur ton brouillon, instruction par instruction, en notant sa position et son orientation après chaque bloc : c'est le moyen le plus sûr de trouver la bonne place d'une instruction.

## Exercice 3 – Lecture graphique : charge d'un condensateur *(4 pts)*

**1.** Une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur une droite passant par l'origine du repère. Ici, la courbe passe bien par l'origine, mais ce n'est pas une droite : elle s'aplatit et la tension se stabilise vers 5 V. Par exemple, la tension vaut environ 3,2 V au bout de 0,1 s, mais pas le double au bout de 0,2 s. **Ce n'est donc pas une situation de proportionnalité.**

**2.** On place 0,2 s sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe puis on lit l'ordonnée (un petit carreau vaut 0,2 V en ordonnée). **Au bout de 0,2 s, la tension mesurée est d'environ 4,3 V.**

**3.** 60 % de la tension maximale : $\dfrac{60}{100} \times 5 = 3$ V. On place 3 V sur l'axe des ordonnées, on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe puis on lit l'abscisse (un petit carreau vaut 0,01 s en abscisse). **La tension atteint 60 % de la tension maximale au bout d'environ 0,09 s.**

## Exercice 4 – Panneaux photovoltaïques : tarif, trigonométrie, Pythagore et pourcentage *(8 pts)*

**1.** L'installation est de type B, d'une puissance de 28 kW (comprise entre 0 et 36 kW), installée en mai 2015 (période du 01/04/15 au 30/06/15). Le tableau donne un prix d'achat de 13,95 centimes d'euro par kWh, soit 0,1395 €.
$31\,420 \times 0{,}1395 = 4\,383{,}09$. **Le prix d'achat de 31 420 kWh est bien d'environ 4 383 €.**

**2.** Le point C est sur la verticale de A, à la hauteur de B, donc le triangle ABC est rectangle en C.
$AC = 7 - 4{,}8 = 2{,}2$ m (hauteur du faîte moins hauteur du mur) et $CB = 4{,}5$ m (largeur de la maison).
Dans le triangle ABC rectangle en C, [AC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ et [CB] le côté adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{CB} = \dfrac{2{,}2}{4{,}5}$.
À la calculatrice : $\widehat{ABC} = \arctan\left(\dfrac{2{,}2}{4{,}5}\right) \approx 26{,}06$. **Le pan sud du toit forme avec l'horizontale un angle d'environ 26°.**

**3. a)** Le triangle ABC est rectangle en C, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 2{,}2^2 + 4{,}5^2 = 4{,}84 + 20{,}25 = 25{,}09$.
$AB = \sqrt{25{,}09} \approx 5{,}009$. **La longueur AB est bien environ égale à 5 m.**

**3. b)** Le pan sud est un rectangle de longueur 7,5 m et de largeur $AB \approx 5$ m. Son aire est : $7{,}5 \times 5 = 37{,}5$ m².
Les 20 panneaux carrés de 1 m de côté couvrent $20 \times 1 \times 1 = 20$ m².
Pourcentage couvert : $\dfrac{20}{37{,}5} \times 100 \approx 53{,}3$. **Les panneaux couvriront environ 53 % de la surface du pan sud.** (Avec $AB = \sqrt{25{,}09}$, on trouve environ 53,2 %, ce qui donne le même arrondi.)

**3. c)** Il faut laisser une bordure d'au moins 30 cm, soit 0,3 m, de chaque côté. La zone disponible pour les panneaux est donc un rectangle de :

- longueur $7{,}5 - 2 \times 0{,}3 = 6{,}9$ m, où l'on peut aligner 6 panneaux de 1 m ;
- largeur $5 - 2 \times 0{,}3 = 4{,}4$ m, où l'on peut placer 4 rangées de panneaux.

On peut donc installer jusqu'à $6 \times 4 = 24$ panneaux accolés. Par exemple, 4 rangées de 5 panneaux occupent un rectangle de 5 m sur 4 m, qui tient dans la zone de 6,9 m sur 4,4 m. Comme $20 \leqslant 24$, **oui, le propriétaire peut installer les 20 panneaux prévus.**

> ⚠ **Piège.** La bordure de 30 cm est à retirer **des deux côtés** de chaque dimension : on enlève 60 cm à la longueur et 60 cm à la largeur, pas seulement 30 cm.

## Exercice 5 – Vitesse, calcul littéral et distance de freinage *(8 pts)*

**1.** Pernille Blume a parcouru 50 m en 24,07 s. Sa vitesse moyenne est : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{50}{24{,}07} \approx 2{,}077$ m/s.
Pour convertir en km/h, on multiplie par 3,6 (1 m/s = 3,6 km/h) : $2{,}077 \times 3{,}6 \approx 7{,}5$ km/h.
Comme $7{,}5 > 6$, **oui, elle a nagé plus vite qu'une personne qui marche vite (environ 7,5 km/h contre 6 km/h).**
Autre méthode : à 6 km/h, soit 6 000 m en 3 600 s, il faut $\dfrac{50 \times 3\,600}{6\,000} = 30$ s pour parcourir 50 m, plus que les 24,07 s de la nageuse.

**2. a)** On utilise l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ :
$E = (3x+8)^2 - 64 = 9x^2 + 2 \times 3x \times 8 + 64 - 64 = 9x^2 + 48x + 64 - 64$. **$E = 9x^2 + 48x$.**

**2. b)** On développe l'expression proposée : $3x(3x+16) = 3x \times 3x + 3x \times 16 = 9x^2 + 48x$. On retrouve la forme développée de la question a). **On a donc bien $E = 3x(3x+16)$.**
Autre méthode : $E = (3x+8)^2 - 8^2 = (3x+8-8)(3x+8+8) = 3x(3x+16)$, avec l'identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

**2. c)** D'après la question b), l'équation s'écrit $3x(3x+16) = 0$. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

- $3x = 0$, donc $x = 0$ ;
- ou $3x + 16 = 0$, donc $3x = -16$ et $x = -\dfrac{16}{3}$.

**L'équation a deux solutions : $0$ et $-\dfrac{16}{3}$.** Vérification : pour $x = -\dfrac{16}{3}$, $3x + 8 = -16 + 8 = -8$ et $(-8)^2 - 64 = 0$.

**3.** Sur route mouillée, $k = 0{,}14$ et $d = 15$ m : $15 = 0{,}14 \times V^2$, donc $V^2 = \dfrac{15}{0{,}14} \approx 107{,}14$.
Une vitesse est positive, donc $V = \sqrt{\dfrac{15}{0{,}14}} \approx 10{,}35$ m/s.
En km/h : $10{,}35 \times 3{,}6 \approx 37{,}3$ km/h. **Le véhicule roule à environ 10,4 m/s, soit environ 37 km/h.**

## Exercice 6 – Statistiques et tableur : l'indice de masse corporelle *(8 pts)*

**1. a)** Une personne est en surpoids si $25 \leqslant$ IMC $< 30$ et obèse si IMC $> 30$. Dans le tableau, les IMC concernés sont 25,2 et 28,7 (surpoids) et 33,2 (obésité). **3 employés sur les 6 sont en situation de surpoids ou d'obésité.**

**1. b)** L'IMC se calcule en divisant la masse (ligne 2) par le carré de la taille (ligne 1). Dans la colonne B, cela donne B2 divisé par B1 × B1, et la formule doit pouvoir être recopiée vers la droite (les lettres de colonne doivent donc changer). **La formule correcte est =B2/(B1*B1).**

- « =72/1,69^2 » donne le bon résultat en B3 mais, recopiée à droite, elle redonnerait toujours le même nombre ;
- « =B1/(B2*B2) » inverse la masse et la taille ;

- la quatrième formule, où un symbole dollar est placé devant chaque lettre B, bloque la colonne B : recopiée à droite, elle recalculerait toujours l'IMC du premier employé.

**2. a)** On calcule la moyenne pondérée par les effectifs :
$20 \times 9 + 22 \times 12 + 23 \times 6 + 24 \times 8 + 25 \times 2 + 29 \times 1 + 30 \times 1 + 33 \times 2$
$= 180 + 264 + 138 + 192 + 50 + 29 + 30 + 66 = 949$.
IMC moyen : $\dfrac{949}{41} \approx 23{,}1$. **L'IMC moyen des employés est d'environ 23.**

**2. b)** L'effectif total est 41 (impair) : la médiane est la $21^{\text{e}}$ valeur de la série rangée dans l'ordre croissant (20 valeurs avant, 20 valeurs après). Effectifs cumulés : 9 employés ont un IMC de 20, et $9 + 12 = 21$ employés ont un IMC inférieur ou égal à 22. La $21^{\text{e}}$ valeur est donc 22. **L'IMC médian est 22 : au moins la moitié des employés ont un IMC inférieur ou égal à 22, et au moins la moitié un IMC supérieur ou égal à 22.**

**2. c)** Les employés en surpoids ou obèses ont un IMC supérieur ou égal à 25 : $2 + 1 + 1 + 2 = 6$ employés sur 41.
$\dfrac{6}{41} \times 100 \approx 14{,}6\ \%$. Comme $14{,}6 > 5$, **oui, c'est le cas : environ 14,6 % des employés de cette entreprise sont en surpoids ou obèses, soit plus de 5 %.**

Remarque : les IMC ayant été arrondis à l'unité, les deux employés notés « 25 » pourraient avoir un IMC légèrement inférieur à 25. Même sans eux, on obtient $\dfrac{4}{41} \approx 9{,}8\ \%$, ce qui reste supérieur à 5 %.

## Exercice 7 – Confiture : proportionnalité, volume d'un cylindre et échelle *(7 pts)*

**1.** La quantité de sucre est proportionnelle à la masse de fraises : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises, donc pour 1,8 kg : $700 \times 1{,}8 = 1\,260$ g. **Léo a besoin de 1 260 g de sucre, soit 1,26 kg.**

**2.** Un pot a un diamètre de 6 cm, donc un rayon $R = 3$ cm. Il est rempli jusqu'à 1 cm du bord : la hauteur de confiture est $h = 12 - 1 = 11$ cm.
Volume de confiture dans un pot : $V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\pi \approx 311{,}0$ cm³.
Léo a 2,7 L de confiture, soit $2{,}7 \times 1\,000 = 2\,700$ cm³.
Nombre de pots : $\dfrac{2\,700}{99\pi} \approx 8{,}68$. Le $9^{\text{e}}$ pot ne sera pas rempli entièrement. **Léo pourra remplir 8 pots** (et il lui restera un peu de confiture pour un $9^{\text{e}}$ pot incomplet).

> ⚠ **Piège.** Deux erreurs classiques : prendre le diamètre (6 cm) au lieu du rayon (3 cm) dans la formule, et oublier que le pot n'est rempli que sur 11 cm et non sur 12 cm.

**3. a)** L'étiquette recouvre toute la surface latérale du pot : une fois déroulée, sa longueur est égale au périmètre du cercle de base. $L = \pi \times D = \pi \times 6 \approx 18{,}85$ cm. **La longueur de l'étiquette est bien d'environ 18,8 cm.**

**3. b)** L'étiquette est un rectangle de longueur 18,8 cm environ et de largeur 12 cm (la hauteur du pot, puisqu'elle recouvre toute la surface latérale). À l'échelle $\dfrac{1}{3}$, on divise chaque dimension par 3 :

- longueur : $18{,}8 \div 3 \approx 6{,}3$ cm ;
- largeur : $12 \div 3 = 4$ cm.

**Il faut dessiner un rectangle de 6,3 cm sur 4 cm environ.**

## Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et très variés : commence par ceux que tu maîtrises le mieux (probabilités, calcul littéral, statistiques) et laisse une trace de ta recherche partout, même inachevée, car elle

est prise en compte. Toutes les réponses doivent être justifiées : nomme les propriétés (« événements contraires », « tangente », « théorème de Pythagore », « produit nul ») et conclus chaque question par une phrase.

Les pièges sont surtout dans les unités et les données : le tarif du tableau est en **centimes** d'euro, la vitesse se compare dans la même unité (m/s ou km/h), le pot n'est rempli que sur 11 cm et la formule du cylindre utilise le rayon. À l'exercice 4, la hauteur AC se calcule ($7 - 4{,}8 = 2{,}2$ m) : elle n'est pas donnée directement sur la figure.

Pour les lectures graphiques de l'exercice 3, trace en pointillés les traits de lecture et compte les petits carreaux en vérifiant d'abord ce que vaut un carreau sur chaque axe. Pour le Scratch, suis le lutin pas à pas sur ton brouillon : c'est ainsi que l'on trouve où placer la rotation de $60^\circ$.

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*