Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Brevet Wallis 2 dec 2017

QCM : fractions, pourcentage, volume, nombres premiers, fonction, Statistiques : moyenne et médiane, Probabilités : urne et roue de loterie, Scratch : losange et rosace, Fonctions affines : fréquence cardiaque maximale, Fractions irréductibles et décomposition en facteurs premiers, Pythagore et Thalès : le parcours de la course

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : fractions, pourcentage, volume, nombres premiers, fonction *(5 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; les calculs ci-dessous permettent de vérifier les réponses.

1. La proportion d'adhérents de 25 à 42 ans est ce qui reste : $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$. **Réponse C : $\frac{5}{8}$.**

2. Augmenter de 20 % revient à multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$: $46\,000 \times 1{,}2 = 55\,200$ F. **Réponse B : 55 200 F.**

3. Le volume d'un cube d'arête a est a^3. Avec une arête $3a$, le volume devient $(3a)^3 = 27a^3$. **Réponse D : multiplié par 27.**

4. 23 et 37 n'ont que deux diviseurs chacun (1 et eux-mêmes) : ils sont premiers. Ils ne sont pas divisibles par 3, ne sont pas pairs, et ils ont 1 comme diviseur commun. **Réponse A : sont premiers.**

5. $f(3) = 3^2 - 2 \times 3 + 7 = 9 - 6 + 7 = 10$. **Réponse A : 10.**

> ⚠ **Piège.** Tripler l'arête ne triple pas le volume : les trois dimensions sont multipliées par 3, donc le volume est multiplié par $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Exercice 2 – Statistiques : moyenne et médiane *(4 pts)*

1. L'effectif total est $1 + 4 + 6 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 2 = 29$ plants. On calcule la moyenne pondérée par les effectifs :

$$\bar{x} = \frac{0 \times 1 + 10 \times 4 + 15 \times 6 + 17 \times 2 + 18 \times 3 + 19 \times 3 + 20 \times 4 + 21 \times 4 + 22 \times 2}{29}$$

$$\bar{x} = \frac{0 + 40 + 90 + 34 + 54 + 57 + 80 + 84 + 44}{29} = \frac{483}{29} \approx 16{,}7$$

La taille moyenne d'un jeune plant de blé est d'environ 16,7 cm.

2. a) L'effectif total, 29, est impair : $29 = 2 \times 14 + 1$. La médiane est donc la 15^{e} valeur de la série rangée dans l'ordre croissant (14 valeurs avant, 14 valeurs après). Effectifs cumulés croissants : 0 cm $\to$ 1 ; 10 cm $\to$ 5 ; 15 cm $\to$ 11 ; 17 cm $\to$ 13 ; 18 cm $\to$ 16. La 15^{e} valeur se trouve parmi les plants de 18 cm (du 14^{e} au 16^{e}). **La médiane est 18 cm.**

2. b) Au moins la moitié des plants de blé mesurent 18 cm ou moins, et au moins la moitié mesurent 18 cm ou plus, 10 jours après la mise en germination.

> 💡 **Astuce.** La moyenne (16,7 cm) est plus petite que la médiane (18 cm) car elle est tirée vers le bas par quelques valeurs faibles, comme le plant qui mesure 0 cm : la médiane, elle, n'est pas sensible à ces valeurs extrêmes.

Exercice 3 – Probabilités : urne et roue de loterie *(6 pts)*

1. La roue comporte 6 secteurs numérotés de 1 à 6, supposés équiprobables. Les multiples de 3 sont 3 et 6, soit 2 issues favorables sur 6 : $p = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$. **La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\dfrac{1}{3}$.**

2. L'urne contient $3 + 2 + 3 = 8$ boules, dont 3 rouges : $p(\text{rouge}) = \dfrac{3}{8}$. Pour gagner, il faut tirer une boule rouge **puis** obtenir un multiple de 3 ; les deux épreuves sont indépendantes, on multiplie les probabilités : $p(\text{gagner}) = \dfrac{3}{8} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{24} = \dfrac{1}{8}$. **La probabilité de gagner le gros lot est $\dfrac{1}{8}$, soit 0,125.**

3. On ne change que le nombre de boules rouges : il reste 3 vertes et 2 bleues, soit 5 boules non rouges. Pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit 0,5, il faut que la moitié des boules soient rouges, donc autant de boules rouges que de boules non rouges, soit 5 boules rouges. Vérification : $\dfrac{5}{5+5} = \dfrac{5}{10} = 0{,}5$. **Il faut mettre en tout 5 boules rouges dans l'urne** (c'est-à-dire en ajouter 2).

Exercice 4 – Scratch : losange et rosace *(5 pts)*

1. Le motif est un losange : ses quatre côtés mesurent 60. Ses angles valent 30° et 150° en alternance. Le lutin part du sommet marqué 30° vers la droite ; à chaque sommet, il tourne de l'angle extérieur ($180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, puis $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$), et la somme des rotations fait bien $30 + 150 + 30 + 150 = 360$ degrés. Script complété (annexe 1) :

- définir Losange
- stylo en position d'écriture
- avancer de **60**
- tourner ↻ de 30 degrés
- avancer de **60**
- tourner ↻ de 150 degrés
- avancer de **60**
- tourner ↻ de **30** degrés
- avancer de **60**
- tourner ↻ de **150** degrés
- relever le stylo

2. La figure est formée de 12 losanges ayant tous le même sommet de départ (le centre), répartis régulièrement sur un tour complet. Le lutin revient au point de départ avec son orientation initiale après chaque losange ; il suffit donc de tracer un losange puis de tourner de $360 \div 12 = 30$ degrés, et de recommencer 12 fois. **Les deux instructions à placer dans la boucle sont, dans l'ordre : ③ « Losange » puis ① « tourner de 30 degrés ».**

> 💡 **Astuce.** Pour une figure qui se répète sur un tour complet, l'angle de rotation entre deux motifs vaut toujours 360° divisé par le nombre de répétitions.

Exercice 5 – Fonctions affines : fréquence cardiaque maximale *(9 pts)*

1. a) $f(5) = 220 - 5 = 215$. **Avec l'ancienne formule, la fréquence cardiaque maximale recommandée pour un enfant de 5 ans est 215 pulsations/minute.**

1. b) $g(5) = 208 - 0{,}7 \times 5 = 208 - 3{,}5 = 204{,}5$. **Avec la nouvelle formule, elle est de 204,5 pulsations/minute.**

2. a) Tableau de valeurs complété (annexe 2) :

x	**5**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**
$f(x)$	215	210	200	190	180	170	160	150	140	130	120
$g(x)$	204,5	201	194	187	180	173	166	159	152	145	138

2. b) f est une fonction affine : sa représentation graphique d est une droite. On place deux points du tableau, par exemple $(10\,;210)$ et $(90\,;130)$ (ou $(0\,;220)$ et $(100\,;120)$), et on trace la droite qui passe par ces points ; les autres points du tableau doivent être alignés avec eux.

2. c) g est aussi une fonction affine : on trace sa droite d' en plaçant par exemple $(10\,;201)$ et $(90\,;145)$ (ou $(0\,;208)$ et $(100\,;138)$). Les deux droites se coupent au point $(40\,;180)$.

3. On cherche les âges x pour lesquels $g(x) \geqslant f(x)$:

$$208 - 0{,}7x \geqslant 220 - x$$

$$-0{,}7x + x \geqslant 220 - 208$$

$$0{,}3x \geqslant 12 \quad \text{donc} \quad x \geqslant \frac{12}{0{,}3} = 40$$

Vérification : $f(40) = 220 - 40 = 180$ et $g(40) = 208 - 28 = 180$; c'est l'abscisse du point d'intersection des droites d et d', et le tableau montre bien $g(x) > f(x)$ pour 50 ans et plus. **Selon la nouvelle formule, la fréquence cardiaque maximale recommandée est supérieure ou égale à l'ancienne à partir de 40 ans.**

> ⚠ **Piège.** En passant les termes en x du même côté, on ajoute x aux deux membres : $-0{,}7x + x = 0{,}3x$. Comme 0,3 est positif, le sens de l'inégalité ne change pas quand on divise par 0,3.

4. Pour une personne de 30 ans, la nouvelle formule donne $g(30) = 208 - 0{,}7 \times 30 = 208 - 21 = 187$ pulsations/minute. 80 % de cette valeur : $187 \times \dfrac{80}{100} = 187 \times 0{,}8 = 149{,}6$. **L'exercice est le plus efficace pour une fréquence cardiaque d'environ 150 pulsations/minute (149,6).**

Exercice 6 – Fractions irréductibles et décomposition en facteurs premiers *(7 pts)*

1. a) Nombre total de souris : $5 \times 29 = 145$. Sur les 5 groupes, 3 ont été vaccinés et n'ont aucune souris malade ; il reste $5 - 3 = 2$ groupes non vaccinés, avec 23 souris malades chacun : $2 \times 23 = 46$ souris malades. **La proportion de souris malades est donc $\dfrac{46}{145}$.**

1. b) On décompose : $46 = 2 \times 23$ et $145 = 5 \times 29$ (145 se termine par 5, et $145 \div 5 = 29$). Les facteurs premiers de 46 sont 2 et 23, ceux de 145 sont 5 et 29 : 46 et 145 n'ont aucun facteur premier commun, leur seul diviseur commun est 1. **La fraction $\dfrac{46}{145}$ est donc irréductible : on ne peut pas la simplifier.**

2. a) $140 = 2 \times 70 = 2 \times 2 \times 35 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$, donc $140 = 2^2 \times 5 \times 7$.
$870 = 2 \times 435 = 2 \times 3 \times 145 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$, donc $870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$.

2. b) On simplifie par les facteurs communs 2 et 5 :

$$\frac{140}{870} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 29} = \frac{2 \times 7}{3 \times 29} = \frac{14}{87}$$

14 et 87 n'ont plus de facteur premier commun ($14 = 2 \times 7$ et $87 = 3 \times 29$). **La forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B est $\frac{14}{87}$.**

Exercice 7 – Pythagore et Thalès : le parcours de la course *(9 pts)*

D'après le plan codé, l'angle $\widehat{BAC}$ est droit (en A) et l'angle $\widehat{CED}$ est droit (en E).

1. Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le **théorème de Pythagore** : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$. Donc $BC = \sqrt{250\,000} = 500$. **BC = 500 m.**

2. Les droites (AB) et (DE) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AE) : elles sont donc **parallèles** entre elles. Les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés (C est l'intersection de (AE) et (BD)). D'après le **théorème de Thalès** dans les triangles CAB et CED :

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB}$$

$$\frac{1\,000}{400} = \frac{CD}{500} = \frac{ED}{300}$$

D'où $ED = \dfrac{1\,000 \times 300}{400} = \dfrac{300\,000}{400} = 750$. **On a bien ED = 750 m.**

> 💡 **Astuce.** Deux droites perpendiculaires à une même troisième droite sont parallèles : c'est la propriété à citer pour justifier le parallélisme qui permet d'appliquer Thalès.

3. Il manque CD. Avec les mêmes rapports : $CD = \dfrac{1\,000 \times 500}{400} = 1\,250$ m. Longueur du parcours ABCDE : $AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$ m. **Le parcours mesure 2 800 m, soit 2,8 km.**

Conseils pour le jour J

Le sujet est construit sur le thème de la santé mais repose sur des notions classiques : fractions, pourcentages, statistiques, probabilités, fonctions affines, Pythagore et Thalès. Commence par le QCM (5 points sans justification) en faisant tous les calculs au brouillon : chaque proposition fausse correspond à une erreur courante (tripler le volume au lieu de le multiplier par 27, par exemple).

Pense aux deux annexes (script Scratch et tableau + graphique de l'exercice 5) : elles se complètent et se rendent avec la copie. Pour tracer une droite, deux points suffisent, mais choisis-les éloignés l'un de l'autre pour un tracé précis, et vérifie avec un troisième point du tableau.

Dans l'exercice 7, la rédaction rapporte autant que le calcul : nomme le triangle rectangle avant Pythagore, puis justifie le parallélisme de (AB) et (DE) et l'alignement des points avant d'écrire l'égalité de Thalès. N'oublie pas CD (1 250 m) pour la longueur totale du parcours.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).