Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Centres étrangers

Vrai ou faux : étagère, pente d'un toit, pots de peinture, Lecture graphique et résistance thermique d'un isolant, Représentation et volumes de quatre solides, Tableur, probabilité et pourcentage : fiabilité de volets roulants, Volume et durée de remplissage d'une piscine, Scratch et géométrie : une rue de maisons et une cheminée, Pourcentage, quantités et facture avec TVA

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vrai ou faux : étagère, pente d'un toit, pots de peinture *(6 pts)*

Affirmation 1 : VRAIE. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [BC]. On calcule séparément :
$BC^2 = 97^2 = 9\,409$;
$AB^2 + AC^2 = 65^2 + 72^2 = 4\,225 + 5\,184 = 9\,409$.
On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en A. **L'étagère a bien un angle droit (en A) : le menuisier a raison.**

Affirmation 2 : VRAIE. H est le milieu de [AB] et le triangle ABC est isocèle en C (ferme de toit symétrique) : la droite (CH) est perpendiculaire à (AB), comme l'indique le codage de l'angle droit en H. Le triangle ACH est donc rectangle en H. Dans ce triangle, [AH] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CAH}$ et [AC] est l'hypoténuse. On utilise le **cosinus** :
$\cos\widehat{CAH} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{5}{6}$, d'où $\widehat{CAH} = \arccos\left(\dfrac{5}{6}\right) \approx 33{,}6°$.
L'angle mesure environ 33,6°, il est bien compris entre 30° et 35° : la construction respecte la norme.

Affirmation 3 : FAUSSE. 4 paires de volets représentent $4 \times 2 = 8$ volets. Chaque volet reçoit 3 couches, soit $8 \times 3 = 24$ couches en tout. Une couche (intérieur et extérieur d'un volet) utilise $\dfrac{1}{6}$ de pot, donc il faut $24 \times \dfrac{1}{6} = 4$ pots. **Il faut 4 pots de peinture et non 2 : le peintre se trompe.**

> ⚠ **Piège.** Une « paire » de volets, c'est 2 volets. En oubliant de doubler, on trouve exactement 2 pots… et on valide à tort l'affirmation.

Exercice 2 – Lecture graphique et résistance thermique d'un isolant *(7 pts)*

Partie 1

1. Au début de l'expérience (durée 0 h), les trois courbes partent de l'ordonnée 20. **Les maquettes étaient à 20 °C avant d'être placées dans la chambre froide.**

2. 2 jours correspondent à $2 \times 24 = 48$ heures. Or les relevés de température se poursuivent sur les trois graphiques jusqu'au-delà de 95 heures (l'axe des durées est gradué jusqu'à 95 h et les courbes vont jusqu'au bout). Comme $95 > 48$, **l'expérience a duré plus de 2 jours** (environ 4 jours).

3. L'isolant le plus performant est celui qui ralentit le plus le refroidissement. Par lecture graphique :
— la maquette A reste à 20 °C jusqu'à environ 15 h et atteint 6 °C vers 57 h ;
— la maquette B reste à 20 °C jusqu'à environ 23 h et n'atteint 6 °C que vers 67 h ;
— la maquette C reste à 20 °C jusqu'à environ 13 h et atteint 6 °C vers 52 h.
C'est la maquette B qui contient l'isolant le plus performant : c'est elle qui conserve le plus longtemps sa chaleur et qui met le plus de temps à atteindre la température de la chambre froide.

Partie 2

1. L'épaisseur doit être exprimée en mètre : $e = 15 \text{ cm} = 0{,}15 \text{ m}$.
$R = \dfrac{e}{c} = \dfrac{0{,}15}{0{,}035} \approx 4{,}29$.
Comme $4{,}29 \geqslant 4$, **la maison de Noa respecte la norme RT2012 des maisons BBC.**

> ⚠ **Piège.** La formule demande l'épaisseur en mètre. Avec 15 (en cm), on trouverait $R \approx 428$, un résultat absurde.

2. De $R = \dfrac{e}{c}$, on déduit $e = R \times c$.
$e = 5 \times 0{,}04 = 0{,}2 \text{ m}$.
Vérification : $\dfrac{0{,}2}{0{,}04} = 5$. **Camille doit mettre 0,2 m, soit 20 cm de liège.**

Exercice 3 – Représentation et volumes de quatre solides *(6 pts)*

1. a) et b) On représente chaque solide en perspective (les arêtes cachées en pointillés), comme l'exemple de la boule, et on écrit les dimensions dessus :

- **La pyramide** : une base rectangulaire dessinée en perspective (parallélogramme), avec la longueur notée 6 cm et la largeur notée 3 cm, un sommet placé au-dessus de la base relié aux quatre sommets du rectangle, et la hauteur (segment en pointillés du sommet au centre de la base, perpendiculaire à la base) notée 6 cm.
- **Le cylindre** : deux disques identiques dessinés comme des ellipses (la moitié arrière de l'ellipse du bas en pointillés), reliés par deux segments verticaux ; on note le rayon 2 cm (du centre d'une base jusqu'au bord) et la hauteur 3 cm.
- **Le cône** : une base en forme d'ellipse (moitié arrière en pointillés) et un sommet relié aux deux bords de l'ellipse ; on note le rayon 3 cm et la hauteur 3 cm (segment en pointillés du sommet au centre de la base).

2. On calcule le volume de chaque solide avec les formules données.

- Pyramide : l'aire de la base vaut $6 \times 3 = 18$ cm², donc $V_1 = \dfrac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36$ cm³.
- Cylindre : $V_2 = \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi \approx 37{,}70$ cm³.
- Cône : $V_3 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi \approx 28{,}27$ cm³.
- Boule : $V_4 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \dfrac{32\pi}{3} \approx 33{,}51$ cm³.

On a $28{,}27 < 33{,}51 < 36 < 37{,}70$. **Dans l'ordre croissant des volumes : le cône, la boule, la pyramide, le cylindre.**

Exercice 4 – Tableur, probabilité et pourcentage : fiabilité de volets roulants *(4 pts)*

1. Il faut additionner les cellules B2 à G2. On saisit dans la cellule H2 : **=SOMME(B2:G2)** (ou =B2+C2+D2+E2+F2+G2). On obtient $20 + 54 + 137 + 186 + 84 + 19 = 500$ volets, ce qui correspond bien à l'échantillon.

2. Les volets qui ont fonctionné plus de 3 000 montées-descentes sont ceux des colonnes E, F et G : $186 + 84 + 19 = 289$ volets. Le volet est choisi au hasard parmi 500 volets (situation d'équiprobabilité) : $p = \dfrac{289}{500} = 0{,}578$.
La probabilité est $\dfrac{289}{500}$, soit 0,578 (57,8 %).

3. Seuls les 20 volets de la colonne B sont tombés en panne avant 1 000 montées-descentes. Donc $500 - 20 = 480$ volets ont fonctionné plus de 1 000 montées-descentes. En pourcentage : $\dfrac{480}{500} \times 100 = 96\ \%$. Comme $96 > 95$, **le lot de volets roulants est fiable.**

Exercice 5 – Volume et durée de remplissage d'une piscine *(6 pts)*

Volume d'eau à verser. On laisse 20 cm, soit 0,20 m, entre la surface de l'eau et le haut de la piscine : la hauteur d'eau est $1{,}80 - 0{,}20 = 1{,}60$ m. L'eau forme un pavé droit :
$V = 8 \times 4 \times 1{,}6 = 51{,}2$ m³. Comme 1 m³ = 1 000 L, **il faut 51 200 L d'eau.**

Durée de remplissage. Le tuyau débite 10 L en 18 s. Il faut $\dfrac{51\,200}{10} = 5\,120$ seaux de 10 L, donc une durée de $5\,120 \times 18 = 92\,160$ s.
Une journée dure $24 \times 3\,600 = 86\,400$ s.
Comme $92\,160 > 86\,400$, **il faut plus d'une journée pour remplir la piscine** (exactement $\dfrac{92\,160}{3\,600} = 25{,}6$ h, soit 25 h 36 min).

Vérification par une autre méthode : en 1 h (3 600 s), le tuyau verse $\dfrac{3\,600}{18} \times 10 = 2\,000$ L, donc en 24 h il verse $24 \times 2\,000 = 48\,000$ L, ce qui est moins que les 51 200 L nécessaires.

Exercice 6 – Scratch et géométrie : une rue de maisons et une cheminée *(9 pts)*

1. Suivons le bloc « maison » : le lutin, orienté vers la droite, tourne de 90° vers la gauche et monte le mur de gauche (50), tourne de 45° vers la droite et trace le premier pan du toit (50), tourne de 90° vers la droite et trace le second pan (50), tourne de 45° vers la droite et descend le mur de droite (50), puis tourne de 90° vers la gauche pour revenir à l'orientation de départ. Au sommet du toit, le lutin a tourné de 90° : l'angle formé par les deux pans du toit est donc un angle droit.
La largeur d de la maison est l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent 50. D'après le **théorème de Pythagore** :
$d^2 = 50^2 + 50^2 = 2\,500 + 2\,500 = 5\,000$, donc $d = \sqrt{5\,000} \approx 70{,}7$.
d est bien environ égal à 71 à l'unité près.

2. Le tracé commence au point d'abscisse -240 (bord gauche de la fenêtre), avec le stylo en position d'écriture. À chaque répétition, le lutin trace une maison de largeur $d \approx 70{,}71$, puis avance de 20 (en traçant le trait du sol) : il se décale donc vers la droite de $70{,}71 + 20 = 90{,}71$ environ.
Après n répétitions, l'abscisse du lutin vaut $-240 + 90{,}71 \times n$. Le tracé tient dans la fenêtre si cette abscisse ne dépasse pas 240, c'est-à-dire si $90{,}71 \times n \leqslant 480$, soit $n \leqslant \dfrac{480}{90{,}71} \approx 5{,}29$.
Vérification : pour $n = 5$, l'abscisse finale est $-240 + 5 \times 90{,}71 \approx 213{,}6 \leqslant 240$; pour $n = 6$, la 6e maison se termine en $-240 + 5 \times 90{,}71 + 70{,}71 \approx 284{,}3 > 240$, elle sort de la fenêtre.
En hauteur, il n'y a aucun problème : le triangle du toit, rectangle et isocèle, a une hauteur égale à la moitié de son hypoténuse, soit $\dfrac{d}{2} \approx 35{,}4$: le sommet du toit est donc à $50 + 35{,}4 \approx 85$ au-dessus du sol (ordonnée 0), ce qui est inférieur à 180.
Le plus grand nombre entier possible est $n = 5$.

> **Astuce.** Sur ta copie, fais un petit schéma de la rue avec les abscisses -240, puis $-240 + 71$, $-240 + 91\ldots$: le correcteur valorise la démarche, même si le résultat final est faux.

3. Calcul de EM. Le triangle AEM est rectangle en E (car [EM] est perpendiculaire à [HA]). [EM] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EAM} = 30^\circ$ et [AM] est l'hypoténuse : $\sin 30^\circ = \dfrac{EM}{AM}$, donc $EM = 16 \times \sin 30^\circ = 16 \times 0{,}5 = 8$. **EM = 8.**

Calcul de HC. Les points C, M et A sont alignés, donc $AC = AM + MC = 16 + 10 = 26$. Le triangle AHC est rectangle en H : $\sin 30^\circ = \dfrac{HC}{AC}$, donc $HC = 26 \times 0{,}5 = 13$. **HC = 13.**
(Vérification avec le **théorème de Thalès** : (EM) et (HC) sont parallèles car toutes deux perpendiculaires à (HA), donc $\dfrac{EM}{HC} = \dfrac{AM}{AC}$, soit $HC = \dfrac{8 \times 26}{16} = 13$.)

Calcul de HE. Dans le triangle AHC rectangle en H : $AH = AC \times \cos 30^\circ = 26 \times \cos 30^\circ \approx 22{,}52$. Dans le triangle AEM rectangle en E : $AE = AM \times \cos 30^\circ = 16 \times \cos 30^\circ \approx 13{,}86$. Les points H, E et A étant alignés dans cet ordre : $HE = AH - AE = 10 \times \cos 30^\circ \approx 8{,}66$. **HE ≈ 8,66** (valeur exacte $5\sqrt{3}$).

Exercice 7 – Pourcentage, quantités et facture avec TVA *(7 pts)*

1. L'aire du sol de la cuisine est $4 \times 5 = 20$ m². Il faut ajouter 5 % pour les pertes : augmenter de 5 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{5}{100} = 1{,}05$. $20 \times 1{,}05 = 21$. **Bob doit donc commander au moins 21 m² de carrelage.**

2. Un paquet couvre 1,12 m² : $\dfrac{21}{1{,}12} = 18{,}75$. Avec 18 paquets, Bob n'aurait que $18 \times 1{,}12 = 20{,}16$ m², ce qui ne suffit pas. Il faut arrondir à l'entier supérieur. **Bob doit acheter 19 paquets** (qui couvrent $19 \times 1{,}12 = 21{,}28$ m²).

3. $19 \times 31 = 589$. **L'achat du carrelage coûtera 589 €.**

4. Facture complétée :

Matériaux	**Quantité**	**Montant unitaire HT**	**Montant total HT**
Seau de colle	3	12 €	36 €
Sachet de croisillons	**1**	7 €	**7 €**
Sac de joint pour carrelage	2	**22,50 €**	45 €
TOTAL HORS TAXE			88 €
TVA (20 %)			**17,60 €**
TOTAL TOUTES TAXES COMPRISES			**105,60 €**

Justifications :
— croisillons : le montant total HT vaut $88 - 36 - 45 = 7$ €, et comme un sachet coûte 7 €, la quantité est $7 \div 7 = 1$;
— joint : $45 \div 2 = 22{,}50$ € par sac ;
— TVA : $88 \times \dfrac{20}{100} = 17{,}60$ € ;
— TTC : $88 + 17{,}60 = 105{,}60$ € (vérification : $88 \times 1{,}2 = 105{,}6$).

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et très concrets : lis chaque énoncé jusqu'au bout et repère les pièges d'unités (centimètres à convertir en mètres dans la formule $R = \dfrac{e}{c}$, mètres cubes en litres pour la piscine, secondes en heures). Une seule conversion oubliée fait perdre tout l'exercice.

Dans les « vrai ou faux », la réponse sans justification ne rapporte rien : écris toujours le calcul complet et le théorème utilisé (réciproque de Pythagore, cosinus). Pour les questions ouvertes (piscine, rue de maisons), détaille chaque étape et termine par une phrase qui répond exactement à la question posée.

Pense à compléter l'annexe de l'exercice 7 et à la rendre avec ta copie. Garde au moins 20 minutes pour l'exercice 6 (Scratch et cheminée), le plus long et le mieux noté du sujet.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).