Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Brevet Ameri Nord 7 juin 2017

QCM : fractions, équation et valeur approchée, Construction géométrique, Pythagore et aires de carrés, Probabilités avec une urne de 12 boules, Pourcentages, lecture graphique et diagramme sur les allergies, Programme Scratch : déplacer le chat sur la balle, Fonction et tableur : l'enclos d'aire maximale

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : fractions, équation et valeur approchée *(4,5 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; les calculs ci-dessous permettent de vérifier les réponses.

1. On réduit au même dénominateur 12 : $\frac{7}{4}+\frac{2}{3}=\frac{21}{12}+\frac{8}{12}=\frac{29}{12}$. **Réponse B : $\frac{29}{12}$.**

2. $5x+12=3$ donne $5x=3-12=-9$, donc $x=\frac{-9}{5}=-1{,}8$. Vérification : $5\times(-1{,}8)+12=-9+12=3$. **Réponse C : $-1{,}8$.**

3. $\sqrt{5}\approx 2{,}236$, donc $\frac{\sqrt{5}+1}{2}\approx\frac{3{,}236}{2}\approx 1{,}618$, soit 1,6 au dixième près. **Réponse B : 1,6.**

> ⚠ **Piège.** On n'additionne jamais les numérateurs et les dénominateurs entre eux : $\frac{7+2}{4+3}=\frac{9}{7}$ (réponse A) est l'erreur classique.

Exercice 2 – Construction géométrique, Pythagore et aires de carrés *(9,5 pts)*

1. Construction avec AB = 3 cm :

- tracer un carré ABCD de côté 3 cm (quatre côtés de 3 cm, quatre angles droits) ;
- tracer la diagonale [AC], puis le cercle de centre A passant par C (rayon AC $\approx$ 4,2 cm) ;
- prolonger le côté [AB] au-delà de B en une demi-droite [AB) : le point E est l'intersection de cette demi-droite et du cercle (AE = AC $\approx$ 4,2 cm) ;
- tracer le segment [DE], puis construire le carré DEFG à l'équerre et au compas, du côté opposé au point A, comme sur la figure (EF = FG = GD = DE et angles droits).

2. a) ABCD est un carré de côté 10 cm, donc le triangle ABC est rectangle en B avec AB = BC = 10 cm. D'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2=AB^2+BC^2=10^2+10^2=100+100=200$. Une longueur étant positive, $AC=\sqrt{200}$ **cm**.

2. b) Le point E appartient au cercle de centre A et de rayon [AC]. Tous les points de ce cercle sont à la distance AC du centre A, donc $AE=AC$. **Ainsi $AE=\sqrt{200}$ cm.**

2. c) Le point E est sur la demi-droite [AB) et l'angle $\widehat{DAB}$ du carré est droit, donc le triangle ADE est rectangle en A, avec AD = 10 cm et AE = $\sqrt{200}$ cm. D'après le **théorème de Pythagore** : $DE^2=AD^2+AE^2=10^2+\left(\sqrt{200}\right)^2=100+200=300$.
L'aire du carré DEFG de côté DE est $DE^2=300$ cm², et l'aire du carré ABCD est $10^2=100$ cm². Comme $300=3\times 100$, **l'aire du carré DEFG est bien le triple de l'aire du carré ABCD.**

> 💡 **Astuce.** L'aire d'un carré de côté DE vaut DE^2 : inutile de calculer $DE=\sqrt{300}$, le carré de la longueur donné par Pythagore suffit.

3. L'aire de DEFG est le triple de celle de ABCD. Pour obtenir 48 cm², l'aire de ABCD doit être $48 \div 3 = 16$ cm². Si AB $= c$, alors $c^2 = 16$ avec $c > 0$, donc $c = 4$. **Il faut choisir AB = 4 cm.** Vérification : $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$ cm².

Exercice 3 – Probabilités avec une urne de 12 boules *(6 pts)*

Les 12 boules sont indiscernables au toucher : les 12 issues sont équiprobables.

1. Les numéros pairs sont 2, 4, 6, 8, 10 et 12, soit 6 boules : $p(\text{pair}) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$. Les multiples de 3 sont 3, 6, 9 et 12, soit 4 boules : $p(\text{multiple de 3}) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$. Comme $\dfrac{1}{2} > \dfrac{1}{3}$, **il est plus probable d'obtenir un numéro pair.**

2. Toutes les boules portent un numéro compris entre 1 et 12, donc inférieur à 20 : c'est un événement certain. **La probabilité vaut 1.**

3. Les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6 : on retire ces 4 boules. Il reste $12 - 4 = 8$ boules : 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 et 12. Parmi elles, les nombres premiers (qui ont exactement deux diviseurs, 1 et eux-mêmes) sont 5, 7 et 11, soit 3 boules ($4 = 2 \times 2$, $8 = 2 \times 4$, $9 = 3 \times 3$, $10 = 2 \times 5$, $12 = 2 \times 6$ ne sont pas premiers). La probabilité est donc $\dfrac{3}{8} = 3 \div 8 = 0{,}375$. **On retrouve bien une probabilité de 0,375.**

Exercice 4 – Pourcentages, lecture graphique et diagramme sur les allergies *(10 pts)*

Partie 1

1. Sur le document 2, la population en 2015 est de 64 millions d'habitants. D'après le document 1, 4,7 % de la population souffrait d'allergies alimentaires en 2015 : $64\,000\,000 \times \dfrac{4{,}7}{100} = 3\,008\,000$ personnes. En 2010, les personnes concernées étaient deux fois moins nombreuses : $3\,008\,000 \div 2 = 1\,504\,000$. **En 2010, environ 1 500 000 personnes souffraient d'allergies alimentaires (à 100 000 près).**

2. D'après le document 2, la population de 1970 est d'environ 50 millions d'habitants (la courbe part juste au-dessus de 50). 1 % de cette population représente environ $50\,000\,000 \times \dfrac{1}{100} = 500\,000$ personnes. En 2015, il y en avait environ 3 008 000. Or $\dfrac{3\,008\,000}{500\,000} \approx 6{,}0$ (et avec 50,3 millions lus plus finement, $\dfrac{3\,008\,000}{503\,000} \approx 5{,}98$).
C'est vrai : il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées en 2015 qu'en 1970.

Partie 2

1. Dans le collège, la proportion d'élèves allergiques est $\dfrac{32}{681} \approx 0{,}04699$, soit environ 4,699 %. Dans la population française en 2015, elle est de 4,7 %. Comme $4{,}699 < 4{,}7$, **la proportion du collège n'est pas supérieure à celle de la population française : elle lui est pratiquement égale (environ 4,7 % dans les deux cas).**

2. $6 + 8 + 11 + 5 + 9 = 39$. Le tableau compte des allergies, et non des élèves : un même élève peut être allergique à plusieurs aliments (par exemple au lait et à l'œuf), il est alors compté dans plusieurs colonnes. **Certains élèves ont plusieurs allergies : cela explique les $39 - 32 = 7$ allergies « en trop ».**

3. a) Les aliments sont des catégories (caractère qualitatif) : il n'y a aucun sens à relier la valeur du lait à celle des fruits par un segment, comme si la donnée évoluait de façon continue d'un aliment à l'autre. Un diagramme en bâtons (ou en barres) convient pour comparer des effectifs de catégories séparées. **C'est Lucas qui a fait le choix le mieux adapté.**

3. b) On complète le diagramme en barres de Lucas avec une barre par aliment, de même largeur et régulièrement espacées :

- Lait : 6 (déjà tracée) ;
- Fruits : 8 (déjà tracée) ;
- Arachides : 11 ;
- Poisson : 5 ;
- Œuf : 9.

L'axe vertical de Lucas s'arrête à 9 : il faut le **prolonger jusqu'à 11 au moins** (en gardant la même graduation de 1 en 1) pour tracer la barre des arachides.

> ⚠ **Piège.** En recopiant le diagramme, n'oublie pas de prolonger l'axe jusqu'à 11 et de garder le titre de l'axe (« Nombre d'élèves concernés ») : une barre des arachides coupée à 9 serait fausse.

Exercice 5 – Programme Scratch : déplacer le chat sur la balle *(4,5 pts)*

1. Les points du fond sont espacés de 40 unités. Le centre de la balle est à 4 intervalles à droite de l'axe vertical et à 3 intervalles au-dessus de l'axe horizontal : $x = 4 \times 40 = 160$ et $y = 3 \times 40 = 120$. (Vérification avec le chat : il est 3 intervalles à gauche et 2 en dessous de O, ce qui donne bien $(-120; -80)$.) **Le centre de la balle a pour coordonnées** $(160; 120)$**.**

2. a) La flèche droite ajoute 80 à x, alors que la flèche gauche ajoute seulement -40 à x. Après $\rightarrow$ puis $\leftarrow$, l'abscisse a varié de $80 + (-40) = 40$: elle vaut $-120 + 40 = -80$. **Les deux déplacements ne se compensent pas : le chat se retrouve en** $(-80; -80)$**, 40 unités à droite de son point de départ.**

2. b) Pour x : deux fois $\rightarrow$ et une fois $\leftarrow$, donc $x = -120 + 80 + 80 - 40 = 0$. Pour y : une fois $\uparrow$ et une fois $\downarrow$, donc $y = -80 + 80 - 40 = -40$. **Le chat est en** $x = 0$ **et** $y = -40$**.**

2. c) Pour atteindre la balle, il faut passer de $(-120; -80)$ à $(160; 120)$: x doit augmenter de 280 et y de 200.

- Déplacement 1 (7 fois $\rightarrow$, 5 fois $\uparrow$) : $x = -120 + 7 \times 80 = 440$ et $y = -80 + 5 \times 80 = 320$. Le chat dépasse la balle.
- Déplacement 2 (4 fois $\rightarrow$, 1 fois $\leftarrow$, 3 fois $\uparrow$, 1 fois $\downarrow$) : $x = -120 + 4 \times 80 - 40 = 160$ et $y = -80 + 3 \times 80 - 40 = 120$. Le chat arrive sur la balle.
- Déplacement 3 (4 fois $\rightarrow$, 3 fois $\uparrow$, 2 fois $\downarrow$) : $x = -120 + 4 \times 80 = 200$ et $y = -80 + 3 \times 80 - 2 \times 40 = 80$. Le chat n'est pas sur la balle.

C'est le déplacement 2 qui permet au chat d'atteindre la balle.

3. D'après le dernier script, à chaque touche pressée le programme teste si le chat touche la balle. Quand il l'atteint, **le chat dit « Je t'ai attrapé » pendant 2 secondes, puis le bloc Départ est exécuté : le chat revient à sa position de départ** $(-120; -80)$ et le jeu recommence.

Exercice 6 – Fonction et tableur : l'enclos d'aire maximale *(10 pts)*

1. a) Le grillage forme la ligne BCDEF : BC + CD + DE + EF. OCDE est un rectangle, donc ses côtés opposés sont égaux :

- OC = OB + BC = 6 + 5 = 11 m, donc DE = OC = 11 m ;
- OE = OF + FE = 4 + 15 = 19 m, donc CD = OE = 19 m.

Longueur de grillage : $BC + CD + DE + EF = 5 + 19 + 11 + 15 = 50$ m. **Leïla utilise bien les 50 m de grillage.**

1. b) L'enclos OCDE est un rectangle de dimensions OC $= 11$ m et OE $= 19$ m. Son aire est $\mathcal{A} = 11 \times 19 = 209$ m². **L'aire de l'enclos est bien 209 m².**

2. À la question 1, BC $= 5$ m. On remplace x par 5 dans la formule : $\mathcal{A}(5) = -5^2 + 18 \times 5 + 144 = -25 + 90 + 144 = 209$. **On retrouve 209 m² : la formule de la voisine est cohérente avec la question 1.**

> ⚠ **Piège.** $-x^2$ pour $x = 5$ vaut -25, et non $+25$: le carré ne porte que sur x, le signe moins s'applique après.

3. a) La formule de B2 utilise la cellule B1 ; en l'étirant vers la droite, B1 devient C1, D1, etc. En F2, on trouve **=-F1*F1+18*F1+144**.

3. b) La plus grande valeur de la ligne 2 est 225, obtenue pour $x = 9$. **Leïla choisira BC = 9 m.**

3. c) Avec BC $= 9$ m : OC $= 6 + 9 = 15$ m. Le grillage mesure 50 m, donc $BC + CD + DE + EF = 9 + CD + 15 + EF = 50$, d'où $CD + EF = 26$. Comme CD = OE $= 4 +$ EF, on obtient $4 + 2\,EF = 26$, donc EF $= 11$ m et CD = OE $= 15$ m. **L'enclos est un carré de 15 m sur 15 m** (aire $15 \times 15 = 225$ m², ce qui correspond bien au tableau).

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte beaucoup de lectures de documents : graphique de population, tableau, quadrillage du jeu Scratch, schéma du jardin. Prends le temps de lire chaque valeur avec soin (64 millions en 2015, points espacés de 40 unités) et écris sur ta copie la valeur lue : même si ton résultat final est un peu différent, le correcteur voit ta démarche.

Dans l'exercice Scratch, compte les flèches une par une et calcule x et y séparément : une erreur d'une seule flèche fausse tout le résultat. Dans l'exercice 6, la clé est de remarquer que les côtés opposés d'un rectangle sont égaux : c'est ce qui permet de trouver CD et DE.

L'exercice 1 ne demande aucune justification : fais les calculs au brouillon, recopie la bonne réponse et passe vite à la suite pour garder du temps pour les exercices longs (exercices 4 et 6, 10 points chacun).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).