Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Asie

Tableur : conversion de températures, Statistiques : diagrammes et proportions, Pythagore, trigonométrie et Thalès : longueur AB, Algorithmique avec Scratch : dessiner avec les flèches, Grandeurs et lecture graphique : les pluviomètres, Calcul littéral : motifs de carreaux, Statistiques : étendue, moyenne et médiane, Géométrie dans l'espace : volume et vue de droite

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Tableur : conversion de températures *(4 pts)*

1. On lit la ligne 8 du tableau : 20 °C correspondent à 68 °F. **Une température de 20 °C correspond à 68 °F.**

2. On lit la ligne 5 du tableau : 41 °F correspondent à 5 °C. **Une température de 41 °F correspond à 5 °C.**

3. La température en °C de la ligne 3 se trouve dans la cellule A3. Il faut la multiplier par 1,8 puis ajouter 32.
On a pu saisir en B3 : **=A3*1,8+32** (ou =1,8*A3+32).
Vérification avec la ligne 3 : $-5 \times 1{,}8 + 32 = -9 + 32 = 23$, ce qui correspond bien à la valeur affichée en B3.

> **Astuce.** Une formule de tableur commence toujours par le signe « = ». Comme elle est recopiée vers le bas, elle doit faire référence à la cellule de la même ligne (A3), qui deviendra automatiquement A4, A5…

Exercice 2 – Statistiques : diagrammes et proportions *(4 pts)*

La classe compte 24 élèves dont 16 filles, donc $24 - 16 = 8$ garçons. La proportion de filles est $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ et celle des garçons $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

1. Diagramme 1 : le rectangle est partagé en deux parties égales, l'une grise (filles), l'autre blanche (garçons). Il représente des filles à $\frac{1}{2}$, et non à $\frac{2}{3}$: il ne convient pas.
Diagramme 2 : les deux médianes et les deux diagonales partagent le rectangle en 8 triangles de même aire (chaque quart du rectangle est coupé en deux triangles égaux par une diagonale). On compte 5 triangles gris et 3 blancs : il représente des filles à $\frac{5}{8} = 0{,}625$, alors que $\frac{2}{3} \approx 0{,}667$. Il ne convient pas non plus.
Aucun des deux diagrammes ne représente correctement la répartition des élèves de la classe.

2. Dans un diagramme circulaire, l'angle d'un secteur est proportionnel à l'effectif ; les 24 élèves correspondent à 360°. Le calcul est : $\frac{8}{24} \times 360 = 120$. **L'angle du secteur des garçons mesure 120°.**

Exercice 3 – Pythagore, trigonométrie et Thalès : longueur AB *(6 pts)*

Sur la figure, le triangle ABC est rectangle en A et le triangle BDE est rectangle en E ; les points A, B, E d'une part et C, B, D d'autre part sont alignés.

1.

- **Cas 1 : réponse A (68 cm).**
- **Cas 2 : réponse C (environ 7,9 cm).**
- **Cas 3 : réponse A (11,2 cm).**

2. Un seul cas est demandé ; voici les trois justifications.

Cas 1. Le triangle ABC est rectangle en A, d'hypoténuse [CB]. D'après le **théorème de Pythagore** : $CB^2 = AB^2 + AC^2$, donc $AB^2 = CB^2 - AC^2 = 85^2 - 51^2 = 7\,225 - 2\,601 = 4\,624$.
$AB = \sqrt{4\,624} = 68$. **AB = 68 cm.** (La donnée DE = 64 cm est inutile.)

Cas 2. Dans le triangle ABC rectangle en A, [AB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$ et [CB] l'hypoténuse. On utilise le **sinus** : $\sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{CB}$, donc $AB = 9 \times \sin 62° \approx 9 \times 0{,}883 \approx 7{,}9$. **AB ≈ 7,9 cm.**

> ⚠ **Piège.** La réponse B (environ 4,2 cm) correspond à $9 \times \cos 62°$, c'est-à-dire à la longueur AC, le côté adjacent. Repère bien quel côté est opposé à l'angle connu avant de choisir sinus, cosinus ou tangente.

Cas 3. Les droites (AC) et (DE) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AE) : elles sont donc parallèles. Les points A, B, E et C, B, D sont alignés et (AC) // (DE) : d'après le **théorème de Thalès** dans les triangles ABC et EBD,
$\dfrac{BA}{BE} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{ED}$, soit $\dfrac{AB}{7} = \dfrac{8}{5}$, donc $AB = \dfrac{7 \times 8}{5} = \dfrac{56}{5} = 11{,}2$. **AB = 11,2 cm.**

Exercice 4 – Algorithmique avec Scratch : dessiner avec les flèches *(4 pts)*

1. Le programme ne permet que trois déplacements de 50 pixels : vers le haut (flèche haut), vers la droite (flèche droite) et vers le bas (flèche bas). Aucune touche ne permet d'aller vers la gauche.
Le dessin 1 (droite, haut, droite, bas, bas, droite) et le dessin 3 (haut, droite, haut, droite, haut, droite, bas) n'utilisent que ces trois directions. Le dessin 2, lui, se termine par un petit carré situé sous le tracé : pour le fermer, il faut tracer un segment horizontal vers la gauche.
Le dessin 2 ne peut pas être réalisé, car il faut se déplacer vers la gauche.

2. Dans le programme de Julie, le script de la flèche droite n'abaisse plus le stylo. Or le stylo est relevé au départ (initialisation) et après chaque déplacement vers le haut ou vers le bas : les déplacements vers la droite se font donc stylo relevé et **ne laissent aucune trace**.
Le dessin 3 est obtenu par la suite de touches : haut, droite, haut, droite, haut, droite, bas. Avec le programme de Julie, il ne reste que les segments verticaux. **On obtient quatre segments verticaux de 50 pixels, séparés les uns des autres** : trois segments montants disposés en escalier (chacun est décalé de 50 pixels vers la droite et commence à la hauteur où le précédent s'arrête), puis un quatrième segment, 50 pixels plus à droite que le troisième, tracé en descendant et situé à la même hauteur que le troisième.

Exercice 5 – Grandeurs et lecture graphique : les pluviomètres *(8 pts)*

Partie I : Pluviomètres à lecture directe

1. On convertit dans les unités de la formule : 1 L = 1 dm³ = 1 000 000 mm³ (car 1 dm = 100 mm et $100^3 = 1\,000\,000$) et 1 m² = 1 000 000 mm² (car 1 m = 1 000 mm et $1\,000^2 = 1\,000\,000$).
$H = \dfrac{V}{S} = \dfrac{1\,000\,000}{1\,000\,000} = 1$. **On obtient bien une hauteur de 1 mm : 1 mm de pluie correspond à 1 L d'eau tombée sur 1 m².**

2. De $H = \dfrac{V}{S}$ on déduit $V = H \times S$. Ici $H = 10$ mm et $S = 0{,}01$ m² $= 0{,}01 \times 1\,000\,000$ mm² $= 10\,000$ mm².
$V = 10 \times 10\,000 = 100\,000$ mm³ $= 0{,}1$ dm³.
Le pluviomètre contient 100 000 mm³ d'eau, soit 0,1 L (10 cL).
Autre méthode : d'après la question 1, 10 mm de pluie correspondent à 10 L par m² ; pour 0,01 m², on obtient $10 \times 0{,}01 = 0{,}1$ L.

Partie II : Pluviomètres électroniques

1. La pluie s'arrête quand la hauteur d'eau cesse d'augmenter : la courbe devient horizontale, à 3,0 mm, vers 2 250 s.

$2\,250\text{ s} = \dfrac{2\,250}{60}\text{ min} = 37{,}5\text{ min} = 37\text{ min }30\text{ s}$. Or $17\text{ h }15\text{ min} + 37\text{ min }30\text{ s} = 17\text{ h }52\text{ min }30\text{ s}$.
La pluie s'est arrêtée vers 17 h 52.

2. Il est tombé 3 mm de pluie en 2 250 s environ, soit $\dfrac{2\,250}{3\,600} = 0{,}625$ h.
Vitesse moyenne d'accumulation : $\dfrac{3}{0{,}625} = 4{,}8$ mm/h.
Comme 4,8 mm/h est compris entre 2,6 et 7,5 mm/h, **cette pluie serait qualifiée de modérée.** (Même en prenant toute la durée du graphique, 2 500 s, on trouve $\dfrac{3}{2\,500 \div 3\,600} \approx 4{,}3$ mm/h : la conclusion ne change pas.)

> ⚠ **Piège.** Le temps est donné en secondes sur le graphique, mais la vitesse d'accumulation est en mm par **heure** : il faut convertir la durée en heures avant de diviser.

Exercice 6 – Calcul littéral : motifs de carreaux *(7 pts)*

Pour le motif n, le carré gris a n carreaux de côté et il est bordé par une rangée de carreaux blancs : le motif complet est un carré de $n+2$ carreaux de côté. Le nombre de carreaux blancs est donc $(n+2)^2 - n^2$.
Vérification sur les figures : motif 1 : $3^2 - 1^2 = 8$; motif 2 : $4^2 - 2^2 = 12$; motif 3 : $5^2 - 3^2 = 16$.

1. Motif 4 : le carré gris a 4 carreaux de côté, le motif complet 6 carreaux de côté. $6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$. On peut aussi remarquer que le nombre de carreaux blancs augmente de 4 d'un motif au suivant : 8, 12, 16, puis 20. **Gaspard utilisera 20 carreaux blancs.**

2. a) Le carré gris d'un motif contient $n \times n = n^2$ carreaux. Or $144 = 12 \times 12 = 12^2$. **Gaspard peut réaliser un carré gris de 12 carreaux de côté avec exactement 144 carreaux gris** : c'est le motif 12.

2. b) Le motif complet est un carré de $12 + 2 = 14$ carreaux de côté : $14^2 - 12^2 = 196 - 144 = 52$. **Il utilisera 52 carreaux blancs.**

3. On développe chaque expression :
Expression n° 1 : $2 \times n + 2 \times (n+2) = 2n + 2n + 4 = 4n + 4$.
Expression n° 2 : $4 \times (n+2) = 4n + 8$.
Expression n° 3 : $4 \times (n+2) - 4 = 4n + 8 - 4 = 4n + 4$.
Le bon nombre est $(n+2)^2 - n^2 = n^2 + 4n + 4 - n^2 = 4n + 4$. Pour le motif 1, l'expression n° 2 donne $4 \times 3 = 12$ au lieu de 8 : elle compte deux fois les 4 carreaux des coins.
C'est l'expression n° 2 qui ne convient pas.

Exercice 7 – Statistiques : étendue, moyenne et médiane *(6 pts)*

1. Solenne : étendue $19{,}9 - 17{,}4 = 2{,}5$ m et moyenne $\dfrac{17{,}8 + 17{,}9 + 18 + 19{,}9 + 17{,}4}{5} = \dfrac{91}{5} = 18{,}2$ m, ce qui correspond. Mais ses lancers rangés dans l'ordre croissant sont 17,4 ; 17,8 ; **17,9** ; 18 ; 19,9 : sa médiane (3^{e} valeur sur 5) est 17,9 m et non 18 m. Les caractéristiques ne sont pas les siennes.
Rachida : sa moyenne vaut aussi $\dfrac{17{,}9 + 17{,}6 + 18{,}5 + 18 + 19}{5} = \dfrac{91}{5} = 18{,}2$ m et sa médiane 18 m (17,6 ; 17,9 ; 18 ; 18,5 ; 19), mais son étendue est $19 - 17{,}6 = 1{,}4$ m et non 2,5 m. Les caractéristiques ne sont pas les siennes non plus.
Les caractéristiques ne concernent donc ni Solenne (médiane différente) ni Rachida (étendue différente).

2. Le meilleur lancer de Sarah est 19,5 m et l'étendue vaut 2,5 m, donc son plus mauvais lancer est $19{,}5 - 2{,}5 = 17$ m : l'un des lancers manquants est **17 m**.
La moyenne est 18,2 m sur 5 lancers, donc le total est $5 \times 18{,}2 = 91$ m. Les deux autres lancers manquants ont pour somme $91 - (18 + 19{,}5 + 17) = 91 - 54{,}5 = 36{,}5$ m.

La médiane doit valoir 18 m : rangés dans l'ordre croissant, les lancers sont 17 ; a ; 18 ; b ; 19,5 avec $a \leqslant 18 \leqslant b$ et $a + b = 36{,}5$, toutes les valeurs restant entre 17 et 19,5.
Une réponse possible : 17 m ; 18 m ; 18,5 m. Vérification : série 17 ; 18 ; 18 ; 18,5 ; 19,5 : étendue $19{,}5 - 17 = 2{,}5$ m, moyenne $\dfrac{91}{5} = 18{,}2$ m, médiane 18 m.
D'autres réponses conviennent, par exemple 17 m ; 17,5 m ; 19 m, ou 17 m ; 17 m ; 19,5 m : il faut toujours un lancer de 17 m et deux lancers dont la somme vaut 36,5 m, l'un au plus égal à 18 m et l'autre au moins égal à 18,5 m.

> 💡 **Astuce.** Pour retrouver des valeurs manquantes à partir d'une moyenne, passe par la somme totale : moyenne × effectif. C'est souvent la clé de ce type de question.

Exercice 8 – Géométrie dans l'espace : volume et vue de droite *(5 pts)*

1. Le volume d'un cube d'arête a est a^3.
Cube d'arête 4 cm : $4^3 = 64$ cm³. Un cube d'arête 2 cm : $2^3 = 8$ cm³, donc trois cubes : $3 \times 8 = 24$ cm³.
$64 + 24 = 88$. **Le volume du solide est de 88 cm³.**

2. D'après la vue de face et la vue de dessus, les trois petits cubes sont placés ainsi autour du grand cube : un cube placé en haut à gauche du grand cube, au-dessus du niveau de sa face supérieure, dans la moitié avant (en haut à gauche sur la vue de face, à gauche dans la partie basse de la vue de dessus) ; un cube collé contre la face avant du grand cube, dans sa moitié haute et à droite (il apparaît à l'intérieur du grand carré sur la vue de face et devant lui sur la vue de dessus) ; un cube posé au sol contre la face droite du grand cube, dans sa moitié arrière (en bas à droite sur la vue de face, en haut à droite sur la vue de dessus).

Vu de droite, l'avant du solide se trouve à gauche du dessin et l'arrière à droite. **La vue de droite en vraie grandeur se compose de :**

- un **carré de 4 cm de côté** (le grand cube) ;
- un **carré de 2 cm** posé sur le côté supérieur du grand carré, au-dessus de sa **moitié gauche** (le cube du haut, situé dans la moitié avant) ;
- un **carré de 2 cm** collé contre le côté gauche du grand carré, dans sa **moitié haute** (le cube fixé sur la face avant) ;
- un **carré de 2 cm dessiné à l'intérieur du grand carré, dans le coin en bas à droite** (le cube posé contre la face droite, qui se trouve devant le grand cube pour cet observateur, dans la moitié arrière).

On trace le tout à la règle, en vraie grandeur : 4 cm pour le grand carré et 2 cm pour chaque petit carré.

Conseils pour le jour J

Ce sujet compte huit exercices courts : plusieurs questions se traitent par simple lecture (tableur, graphique, tableau). Ne les bâcle pas pour autant : une lecture de valeur se justifie en citant la ligne ou le point du graphique utilisé.

Dans l'exercice 3, aucune justification n'est demandée à la question 1, mais une seule rédaction complète est attendue à la question 2 : choisis le cas qui te semble le plus sûr (Pythagore pour le cas 1 est le plus direct) et nomme le théorème utilisé.

Pour la vue de droite de l'exercice 8, prends le temps de situer chaque petit cube avec la vue de face et la vue de dessus avant de tracer, et respecte la vraie grandeur demandée : 4 cm et 2 cm mesurés à la règle.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).