Corrigé – Brevet 2017 – mathématiques – Amérique du Sud (remplacement)

Probabilités : tirage de boules numérotées, Trigonométrie et aire : la surface habitable des combles, Programmes de calcul et équation, Vrai ou faux : arithmétique, fractions, calcul, Pythagore, Lecture de tableau, diagramme circulaire et fonction affine, Algorithmique avec Scratch : des carrés emboîtés, Proportionnalité : valeurs énergétiques des aliments

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités : tirage de boules numérotées *(5 pts)*

L'urne contient 8 boules indiscernables, numérotées 7 ; 7 ; 5 ; 2 ; 7 ; 6 ; 7 ; 4. Chaque boule a la même probabilité d'être tirée : on est dans une situation d'équiprobabilité.

1. Quatre boules portent le numéro 7 sur 8 boules. $p = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$. **La probabilité de tirer une boule portant le numéro 7 est $\dfrac{1}{2}$.**

2. Les numéros pairs sont 2, 6 et 4 : 3 boules sur 8, donc $p(\text{pair}) = \dfrac{3}{8}$. Les numéros impairs sont les quatre 7 et le 5 : 5 boules sur 8, donc $p(\text{impair}) = \dfrac{5}{8}$. Comme $\dfrac{3}{8} < \dfrac{5}{8}$, **Wacim a tort : il a plus de chances de tirer un numéro impair.**

3. La boule 5 n'est pas remise : il reste 7 boules dans l'urne (7 ; 7 ; 2 ; 7 ; 6 ; 7 ; 4), dont toujours 4 boules numérotées 7. $p = \dfrac{4}{7}$. **La probabilité que Baptiste tire un 7 est $\dfrac{4}{7} \approx 0{,}57$.**

> ⚠ **Piège.** Sans remise, le nombre total de boules change : le dénominateur passe de 8 à 7. Le nombre de 7, lui, ne change pas puisque la boule retirée porte le numéro 5.

Exercice 2 – Trigonométrie et aire : la surface habitable des combles *(7 pts)*

Il faut calculer la surface habitable (partie grisée), puis le loyer maximal autorisé, et le comparer à 700 €.

Largeur de la partie habitable. Le triangle BHJ est rectangle en H, avec $\widehat{JBH} = 30°$ et $JH = 1{,}80$ m.
Dans ce triangle, [JH] est le côté opposé à l'angle $\widehat{JBH}$ et [HB] le côté adjacent. On utilise la **tangente** :
$\tan\widehat{JBH} = \dfrac{JH}{HB}$, donc $HB = \dfrac{JH}{\tan 30°} = \dfrac{1{,}80}{\tan 30°} \approx 3{,}118$ m.
Comme K est le milieu de [AB] (AK = KB = 5 m), on a $KH = KB - HB \approx 5 - 3{,}118 = 1{,}882$ m.
Le triangle ABC est isocèle en C et la hauteur [CK] est un axe de symétrie de la figure : la partie habitable s'étend de la même façon de part et d'autre de K. Sa largeur est donc $2 \times KH \approx 2 \times 1{,}882 = 3{,}764$ m.

Surface habitable. La partie grisée est un rectangle de longueur 8 m (la longueur du prisme) et de largeur environ 3,764 m :
$S \approx 3{,}764 \times 8 \approx 30{,}1$ m².

Loyer maximal. Le loyer est limité à 20 € par m² de surface habitable : $30{,}1 \times 20 \approx 602$ €.

Le loyer maximal autorisé est d'environ 602 €, inférieur à 700 € : Madame Duchemin ne peut pas louer son studio à ce prix.

> 💡 **Astuce.** On pouvait aussi utiliser le **théorème de Thalès** : (JH) et (CK) sont toutes deux perpendiculaires à (AB), donc parallèles, et $\dfrac{BH}{BK} = \dfrac{JH}{CK}$ donne $BH = \dfrac{5 \times 1{,}80}{2{,}90} \approx 3{,}10$ m. On trouve alors une surface d'environ 30,3 m² et un loyer maximal d'environ 607 € : la conclusion est la même.

Exercice 3 – Programmes de calcul et équation *(6 pts)*

1. a) Léo : $-3 \times 6 + 5 = -18 + 5 = -13$. **Léo obtient -13.**

1. b) Julie : $-3 + 8 = 5$; $5 \times (-3) = -15$; le carré du nombre de départ est $(-3)^2 = 9$; $-15 - 9 = -24$.
Julie obtient -24.

> ⚠ **Piège.** Le carré de -3 est $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$, un nombre positif. Écrire -3^2 sans parenthèses donnerait -9.

2. Notons x le nombre de départ.
Programme de Léo : $6x + 5$.
Programme de Julie : $(x + 8) \times x - x^2 = x^2 + 8x - x^2 = 8x$.
Ils obtiennent le même résultat lorsque $6x + 5 = 8x$, soit $5 = 8x - 6x$, soit $2x = 5$, donc $x = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$.
Vérification : Léo obtient $6 \times 2{,}5 + 5 = 20$ et Julie $(2{,}5 + 8) \times 2{,}5 - 2{,}5^2 = 26{,}25 - 6{,}25 = 20$.
Ils doivent choisir le nombre 2,5.

Exercice 4 – Vrai ou faux : arithmétique, fractions, calcul, Pythagore *(7.5 pts)*

Affirmation 1 : FAUSSE. $11 \times 13 = 143$ est un multiple de 11 et un multiple de 13. Les nombres 11 et 13 ont donc au moins un multiple commun (et même une infinité : 143, 286, 429…).

Affirmation 2 : FAUSSE. La somme des chiffres de 231 est $2 + 3 + 1 = 6$, qui est divisible par 3, donc 231 est divisible par 3 : $231 = 3 \times 77 = 3 \times 7 \times 11$. Il a d'autres diviseurs que 1 et lui-même : ce n'est pas un nombre premier.

Affirmation 3 : VRAIE. Le tiers de $\dfrac{6}{15}$ est $\dfrac{6}{15} \div 3 = \dfrac{6}{15 \times 3} = \dfrac{6}{45} = \dfrac{2}{15}$. Autre méthode : $3 \times \dfrac{2}{15} = \dfrac{6}{15}$.

Affirmation 4 : FAUSSE. La multiplication est prioritaire : $15 - 5 \times 7 + 3 = 15 - 35 + 3 = -17$, et non 73 (on obtient 73 seulement en calculant à tort de gauche à droite : $10 \times 7 + 3$).

Affirmation 5 : VRAIE. Le plus grand côté est [AC]. D'une part $AC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$; d'autre part $AB^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$. On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B (le sommet opposé au plus grand côté).

Exercice 5 – Lecture de tableau, diagramme circulaire et fonction affine *(8 pts)*

1. On lit dans le tableau, à l'intersection de la ligne « Pétrole » et de la colonne « 1980 » : **en 1980, le pétrole représentait 56,4 % de la consommation d'énergie.**

2. Sur le diagramme, le secteur « Pétrole » est un peu plus grand que le secteur « Électricité », et chacun représente un peu plus d'un tiers du disque. Seule l'année **1990** correspond : pétrole 38,7 % et électricité 36,4 %. Les autres années ne conviennent pas : en 1973 et 1980, l'électricité est très faible (4,3 % et 11,7 %) ; en 2002 et 2014, l'électricité dépasse le pétrole (41,7 % contre 34,6 % et 45,4 % contre 30,2 %).
On peut vérifier avec les angles : en 1990, le secteur « Charbon » mesure $8{,}4 \times 3{,}6 \approx 30^\circ$ et il est bien plus grand que celui des énergies renouvelables ($5 \times 3{,}6 = 18^\circ$), comme sur le diagramme.
Le diagramme correspond à l'année 1990.

3. a) $P(1990) = -\dfrac{17}{48} \times 1\,990 + 743{,}5 = -\dfrac{33\,830}{48} + 743{,}5 \approx -704{,}79 + 743{,}5 \approx 38{,}71$.
On a bien $P(1990) \approx 38{,}7$**.**

3. b) La part du pétrole est nulle lorsque $P(a) = 0$:
$-\dfrac{17}{48}a + 743{,}5 = 0 \iff \dfrac{17}{48}a = 743{,}5 \iff a = \dfrac{743{,}5 \times 48}{17} = \dfrac{35\,688}{17} \approx 2\,099{,}3$.
Vérification : $P(2\,099) \approx 0{,}10 > 0$ et $P(2\,100) = -743{,}75 + 743{,}5 = -0{,}25 < 0$.
D'après ce modèle, la part du pétrole sera nulle à partir de l'année 2100 (elle s'annule au cours de l'année 2099).

> **Astuce.** Pour résoudre $P(a) = 0$ avec une fraction, isole d'abord le terme en a, puis multiplie par $\dfrac{48}{17}$ (l'inverse de $\dfrac{17}{48}$). Termine toujours en revenant à la question posée : une année entière.

Exercice 6 – Algorithmique avec Scratch : des carrés emboîtés *(6.5 pts)*

Le bloc « carré » pose le stylo, trace un carré de côté « longueur » (4 fois : avancer de longueur, tourner de 90°), puis relève le stylo. Après un carré, le lutin revient à son point de départ, dans la même direction : tous les carrés partent donc du même coin.

1. a) Programme n° 1 : la longueur vaut 10, puis on lui ajoute 20 après chaque carré. Les côtés successifs sont 10, 30, 50 et 70 pixels : ils augmentent toujours de la même quantité (20), et le premier carré est petit par rapport aux autres (le 2e est 3 fois plus grand, le 3e 5 fois, le 4e 7 fois). **C'est le dessin n° 2.**

1. b) Programme n° 2 : la longueur vaut 10, puis elle est multipliée par 2 après chaque carré. Les côtés successifs sont 10, 20, 40 et 80 pixels : chaque carré a un côté double du précédent. **C'est le dessin n° 3.** (Le dessin n° 1, avec des côtés de 1, 2, 3 et 4 fois le plus petit, ne correspond à aucun des deux programmes.)

1. c) Le bloc « carré » est exécuté 4 fois ; la dernière modification de la longueur a lieu après le 4e carré et ne sert donc plus à rien.
Programme n° 1 : $10 \to 30 \to 50 \to 70$. **Le plus grand carré a un côté de 70 pixels.**
Programme n° 2 : $10 \to 20 \to 40 \to 80$. **Le plus grand carré a un côté de 80 pixels.**

2. C'est la modification 1. (Après chaque carré, le lutin avance, stylo relevé, de « longueur + 10 » : il dépasse le carré qu'il vient de tracer et laisse un espace de 10 pixels avant le carré suivant, dont le côté a doublé. Dans la modification 3, le déplacement a lieu après la boucle : les carrés restent emboîtés.)

Exercice 7 – Proportionnalité : valeurs énergétiques des aliments *(5 pts)*

1. On multiplie chaque masse par l'apport énergétique correspondant (les 37,7 g d'autres éléments n'apportent pas d'énergie) :
lipides : $5{,}3 \times 9 = 47{,}7$ kcal ; protéines : $6{,}4 \times 4 = 25{,}6$ kcal ; glucides : $0{,}6 \times 4 = 2{,}4$ kcal.
$47{,}7 + 25{,}6 + 2{,}4 = 75{,}7$. **La valeur énergétique de l'œuf est de 75,7 kcal.**

2. Pour 100 g de chocolat, notons g la masse de glucides (en g). L'énergie apportée vaut 520 kcal :
$30 \times 9 + 4{,}5 \times 4 + g \times 4 = 520$, soit $270 + 18 + 4g = 520$, donc $4g = 232$ et $g = 58$.
Il y a 58 g de glucides dans 100 g de chocolat. La masse de glucides est proportionnelle à la masse de chocolat ; la tablette pèse 200 g, soit 2 fois plus : $58 \times 2 = 116$.
Vérification : $270 + 18 + 58 \times 4 = 270 + 18 + 232 = 520$ kcal.
La tablette de 200 g contient 116 g de glucides.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et indépendants : commence par ceux qui te semblent les plus sûrs (probabilités, vrai/faux, valeurs énergétiques) et garde du temps pour l'exercice des combles, le plus long à rédiger.

Dans l'exercice 2, aucune question intermédiaire ne te guide : annonce ta démarche en une phrase (largeur habitable, puis aire, puis loyer), nomme l'outil utilisé (tangente ou Thalès) et termine par une phrase qui répond à la question « Peut-elle louer à ce prix ? ».

Dans les questions vrai/faux, une réponse sans justification ne rapporte rien : un contre-exemple, une décomposition ou un calcul complet suffisent. Pour Scratch, suis le programme à la main en notant la valeur de la variable à chaque tour de boucle.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).