Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Pondichéry

Vitesse moyenne sur l'autoroute, Tableur : exploitations agricoles, Boîtes de bonbons, probabilités et PGCD, Plan de vol de l'hélicoptère (Pythagore et Thalès), Saut en moto-cross : fonction et lecture graphique, Pourcentages de remise pendant les soldes, QCM : calcul littéral et racines carrées, Volume d'un escalier en béton

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Vitesse moyenne sur l'autoroute *(3 pts)*

Distance à parcourir. Mélanie entre sur l'autoroute à la sortie n° 11 et doit la quitter à la sortie n° 3. D'après l'affichage du GPS, les distances entre les sorties sont : 16 km de la sortie 11 à la sortie 9, 16 km de la sortie 9 à la sortie 7, 6 km de la sortie 7 à la sortie 6 et 13 km de la sortie 6 à la sortie 3. La distance sur l'autoroute est donc $d = 16 + 16 + 6 + 13 = 51$ km.

Durée disponible. Le rendez-vous est à 17 h et il faut 3 minutes de la sortie n° 3 au lieu de rendez-vous : Mélanie doit donc atteindre la sortie n° 3 à 16 h 57. Elle entre sur l'autoroute à 16 h 33. La durée du trajet sur l'autoroute est 16 h 57 − 16 h 33 = 24 min, soit $t = \dfrac{24}{60} = 0{,}4$ h.

Vitesse moyenne. $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{51}{0{,}4} = 127{,}5$ km/h.

Mélanie doit rouler à une vitesse moyenne de 127,5 km/h sur l'autoroute pour arriver à l'heure exacte.

Vérification : en 24 min à 127,5 km/h, elle parcourt $127{,}5 \times 0{,}4 = 51$ km. Cette vitesse reste inférieure à la limite de 130 km/h sur autoroute.

> ⚠ **Piège.** Le départ à 16 h 20 ne sert à rien : seule compte la durée passée sur l'autoroute, de 16 h 33 à 16 h 57. N'oublie pas non plus de retirer les 3 minutes entre la sortie n° 3 et le rendez-vous, ni les 7 km après le péage, qui ne font pas partie du trajet demandé.

Exercice 2 – Tableur : exploitations agricoles *(4 pts)*

1. On compare les colonnes B (2000) et C (2010). Le nombre d'exploitations augmente pour les surfaces **comprises entre 100 et 200 ha** (de 64 à 73 milliers) et **supérieures à 200 ha** (de 15 à 21 milliers). Toutes les autres catégories diminuent.

2. Dans la cellule B8, on saisit **=SOMME(B3:B7)** (ou =B3+B4+B5+B6+B7).

3. En étirant la formule vers la droite, la cellule C8 contient =SOMME(C3:C7) et affiche $235 + 88 + 98 + 73 + 21 = 515$. **La cellule C8 affiche 515**, soit 515 milliers d'exploitations en 2010. (Pour information, B8 affiche $359 + 138 + 122 + 64 + 15 = 698$.)

4. Le nombre d'exploitations de plus de 200 ha passe de 15 à 21 milliers, soit une hausse de $21 - 15 = 6$ milliers. Le pourcentage d'augmentation est $\dfrac{6}{15} = 0{,}4 = 40\,\%$. Vérification : $15 \times 1{,}4 = 21$. **Oui, le nombre d'exploitations de plus de 200 ha a bien augmenté de 40 %.**

> 💡 **Astuce.** Un pourcentage d'évolution se calcule toujours par rapport à la valeur de départ : $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. Diviser par 21 au lieu de 15 donnerait un résultat faux.

Exercice 3 – Boîtes de bonbons, probabilités et PGCD *(6 pts)*

1. Pour 50 boîtes, il faut $50 \times 10 = 500$ bonbons au chocolat et $50 \times 8 = 400$ bonbons au caramel. **Le confiseur doit fabriquer 500 bonbons au chocolat et 400 bonbons au caramel.**

2. Une boîte contient $10 + 8 = 18$ bonbons, tous ayant la même chance d'être pris, dont 10 au chocolat. La probabilité cherchée est $p = \dfrac{10}{18} = \dfrac{5}{9}$. **La probabilité d'obtenir un bonbon au chocolat est $\dfrac{5}{9}$ (environ 0,56).**

3. On ne sait pas quel bonbon Jim a mangé en premier ; on étudie les deux cas. Il reste 17 bonbons dans la boîte.

- Si le premier bonbon était au chocolat, il reste 9 bonbons au chocolat et 8 au caramel : $p(\text{chocolat}) = \dfrac{9}{17}$ et $p(\text{caramel}) = \dfrac{8}{17}$.
- Si le premier bonbon était au caramel, il reste 10 bonbons au chocolat et 7 au caramel : $p(\text{chocolat}) = \dfrac{10}{17}$ et $p(\text{caramel}) = \dfrac{7}{17}$.

Dans les deux cas, il reste plus de bonbons au chocolat que de bonbons au caramel. **Il est donc plus probable que Jim prenne un bonbon au chocolat.**

4. a. Avec 10 bonbons au chocolat par boîte, il faudrait que 473 soit un multiple de 10. Or 473 ne se termine pas par 0 : $473 = 47 \times 10 + 3$. De même, $387 = 48 \times 8 + 3$ n'est pas un multiple de 8. **Non, il ne peut pas constituer de telles boîtes en utilisant tous les bonbons.**

4. b. Le nombre de boîtes doit diviser à la fois 473 et 387, et on le veut le plus grand possible : c'est le **PGCD de 473 et 387**. Avec l'algorithme d'Euclide :

- $473 = 1 \times 387 + 86$;
- $387 = 4 \times 86 + 43$;
- $86 = 2 \times 43 + 0$.

Le dernier reste non nul est 43, donc $\text{PGCD}(473 ; 387) = 43$. Ensuite $473 \div 43 = 11$ et $387 \div 43 = 9$.

Le confiseur peut faire 43 boîtes identiques, contenant chacune 11 bonbons au chocolat et 9 bonbons au caramel. Vérification : $43 \times 11 = 473$ et $43 \times 9 = 387$.

Exercice 4 – Plan de vol de l'hélicoptère (Pythagore et Thalès) *(6 pts)*

1. Le parcours est ABCDEF : sa longueur est $AB + BC + CD + DE + EF$. On connaît $AB = 6$ km et $EF = 750$ m $= 0{,}75$ km.

Calcul de BC. ABCH est un rectangle, donc $CH = AB = 6$ km, $BC = AH$ et le triangle ACH est rectangle en H. D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle ACH rectangle en H : $AC^2 = AH^2 + CH^2$, donc $AH^2 = 7{,}5^2 - 6^2 = 56{,}25 - 36 = 20{,}25$ et $AH = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$. Ainsi $\mathbf{BC = AH = 4{,}5\ km}$.

Calcul de CD. ABGF est un rectangle, donc $BG = AF = 12{,}5$ km. Les points B, C, D, G sont alignés dans cet ordre, donc $CG = BG - BC = 12{,}5 - 4{,}5 = 8$ km et $CD = CG - DG = 8 - 7 = 1$. $\mathbf{CD = 1\ km}$.

Calcul de DE. Dans le triangle GCF, D appartient au segment [GC], E appartient au segment [GF] et les droites (DE) et (CF) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{GD}{GC} = \dfrac{GE}{GF} = \dfrac{DE}{CF}$, soit $\dfrac{7}{8} = \dfrac{DE}{10}$, d'où $DE = \dfrac{7 \times 10}{8} = 8{,}75$. $\mathbf{DE = 8{,}75\ km}$.

Longueur totale : $6 + 4{,}5 + 1 + 8{,}75 + 0{,}75 = 21$. **Le parcours mesure bien 21 km.**

> 💡 **Astuce.** Dans une figure à rectangles, cherche les côtés égaux avant tout calcul : ici $BC = AH$, $CH = AB$ et $BG = AF$ découlent directement des rectangles ABCH et ABGF, et débloquent tout l'exercice.

2. L'hélicoptère consomme 1,1 L par km. Pour 21 km, il lui faut $21 \times 1{,}1 = 23{,}1$ L de carburant. Or $23{,}1 \text{ L} > 20 \text{ L}$: avec 20 L, l'hélicoptère tomberait en panne avant la fin du trajet. **Le pilote ne doit pas avoir confiance en l'inspecteur G. : 20 L ne suffisent pas, il faut au moins 23,1 L.**

Exercice 5 – Saut en moto-cross : fonction et lecture graphique *(5 pts)*

1. Faux. On développe avec la double distributivité :
$h(t) = (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7) = -5t^2 + 18{,}5t - 1{,}35t + 4{,}995 = -5t^2 + 17{,}15t + 4{,}995$.
On n'obtient pas $-5t^2 - 19{,}85t - 4{,}995$: **l'affirmation est fausse** (erreurs de signe sur le terme en t et sur le terme constant).

2. Faux. Quand Gaëtan quitte la rampe, $t = 0$: $h(0) = (-1{,}35) \times (-3{,}7) = 4{,}995$. Il est donc à environ **5 m** de hauteur et non à 3,8 m, ce que confirme le graphique (la courbe part de 5 sur l'axe vertical). **L'affirmation est fausse.**

3. Vrai. Le saut se termine quand la hauteur redevient nulle. $h(3{,}7) = (-5 \times 3{,}7 - 1{,}35) \times (3{,}7 - 3{,}7) = (-19{,}85) \times 0 = 0$. Sur le graphique, la courbe coupe l'axe horizontal en $t = 3{,}7$. Le saut dure 3,7 s, donc **moins de 4 secondes : l'affirmation est vraie.**

4. Vrai. $h(3{,}5) = (-5 \times 3{,}5 - 1{,}35)(3{,}5 - 3{,}7) = (-18{,}85) \times (-0{,}2) = 3{,}77$. Comme $h(3{,}5) = 3{,}77$, **3,5 est bien un antécédent de 3,77 par la fonction h : l'affirmation est vraie.**

5. Faux. Sur le graphique, la courbe monte jusqu'à son sommet, atteint vers $t \approx 1{,}7$ s (environ 19,7 m), puis redescend : le sommet est situé après la verticale $t = 1{,}5$. Le calcul le confirme : $h(1{,}5) = (-8{,}85) \times (-2{,}2) = 19{,}47$ alors que $h(1{,}7) = (-9{,}85) \times (-2) = 19{,}7$. Gaëtan est donc plus haut à 1,7 s qu'à 1,5 s, et la courbe est croissante entre 0 et 1,5 s. **La hauteur maximale est atteinte après 1,5 seconde : l'affirmation est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Pour l'affirmation 4, ne confonds pas image et antécédent : « 3,5 est un antécédent de 3,77 » signifie $h(3{,}5) = 3{,}77$. On calcule donc l'image de 3,5, et non celle de 3,77.

Exercice 6 – Pourcentages de remise pendant les soldes *(4 pts)*

1. On calcule la remise de chaque étiquette, en euros puis en pourcentage du prix initial.

- **Étiquette 1** : prix initial 120 €, prix soldé 105 €. Remise : $120 - 105 = 15$ €, soit $\dfrac{15}{120} = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$.
- **Étiquette 2** : prix initial 45 €, remise de 30 %, soit $45 \times \dfrac{30}{100} = 13{,}50$ €.
- **Étiquette 3** : prix initial 25 €, remise de 12,50 €, soit $\dfrac{12{,}5}{25} = 0{,}5 = 50\,\%$.

Le plus fort pourcentage de remise est 50 %, sur l'étiquette 3.

2. En euros, la plus forte remise est celle de l'étiquette 1 (15 €, contre 13,50 € et 12,50 €). Mais en pourcentage, c'est la plus faible (12,5 %, contre 30 % et 50 %). **Non, la plus forte remise en euros n'est pas la plus forte en pourcentage** : un pourcentage dépend du prix de départ.

Exercice 7 – QCM : calcul littéral et racines carrées *(3 pts)*

1. Réponse B : $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$. On applique l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$: $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$.

2. Réponse C : -1 et 2,5. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul : $x+1=0$ donne $x=-1$; $2x-5=0$ donne $x=\dfrac{5}{2}=2{,}5$.

3. Réponse B : $\sqrt{a}+\sqrt{a}=2\sqrt{a}$ (on additionne deux fois la même quantité). Contre-exemple pour la réponse C : avec $a=1$, $\sqrt{1}+\sqrt{1}=2$ alors que $\sqrt{2}\approx 1{,}41$.

Exercice 8 – Volume d'un escalier en béton *(5 pts)*

1. L'escalier est formé de deux prismes droits superposés dont les bases sont des triangles rectangles ; d'après les plans, les deux prismes ont la même hauteur (épaisseur) de 0,20 m. On utilise l'information 1 : volume du prisme = aire de la base × hauteur.

- **Prisme du haut** : base triangulaire rectangle de côtés de l'angle droit 1,36 m et 1,28 m. Aire de la base : $\dfrac{1{,}36\times 1{,}28}{2}=0{,}8704$ m². Volume : $V_1=0{,}8704\times 0{,}20=0{,}174\,08$ m³.
- **Prisme du bas** : base triangulaire rectangle de côtés de l'angle droit 3,40 m et 3,20 m. Aire de la base : $\dfrac{3{,}40\times 3{,}20}{2}=5{,}44$ m². Volume : $V_2=5{,}44\times 0{,}20=1{,}088$ m³.

Volume total : $V=0{,}174\,08+1{,}088=1{,}262\,08$. **Le volume de l'escalier est bien égal à 1,262 08 m³.**

2. On convertit : $1{,}262\,08$ m³ $=1\,262{,}08$ dm³ $=1\,262{,}08$ L (car 1 L = 1 dm³). D'après l'étiquette, un sac de 35 kg permet d'obtenir 100 L de béton courant. Il faut donc $\dfrac{1\,262{,}08}{100}=12{,}620\,8$ sacs. Comme on ne peut acheter qu'un nombre entier de sacs, on arrondit à l'entier supérieur : 12 sacs ne donneraient que 1 200 L, ce qui est insuffisant. **Il faut 13 sacs de ciment de 35 kg.**

> ⚠ **Piège.** Ici, on n'arrondit pas « au plus proche » mais toujours à l'entier supérieur : avec 12 sacs, il manquerait 62,08 L de béton.

3. L'étiquette indique 17 L d'eau par sac pour du béton courant. La quantité d'eau est proportionnelle à la quantité de ciment utilisée, donc pour fabriquer exactement 1 262,08 L de béton, il faut $12{,}620\,8\times 17\approx 214{,}55$ L d'eau. **Il faut environ 215 L d'eau pour cet ouvrage.** Si Monsieur Joseph gâche entièrement ses 13 sacs, il utilisera $13\times 17=221$ L d'eau.

Conseils pour le jour J

Ce sujet balaie beaucoup de chapitres en huit exercices courts : ne reste pas bloqué sur un exercice, et commence par ceux qui te semblent les plus rapides (le QCM, le tableur, les soldes). Les questions « toute trace de recherche sera valorisée » (exercices 1 et 4) rapportent des points même si tu ne finis pas : écris chaque étape, même un calcul intermédiaire comme $BC=4{,}5$ km.

À l'exercice 4, nomme les théorèmes utilisés (Pythagore dans ACH rectangle en H, Thalès dans le triangle GCF avec les droites parallèles) : c'est ce qui est noté. À l'exercice 5, chaque « vrai/faux » doit être justifié par un calcul ou une lecture graphique précise ; une réponse sans justification ne rapporte rien.

Dans les problèmes concrets (vitesse, carburant, sacs de ciment), relis la question finale avant de conclure : on attend une phrase qui répond à la question posée (« elle doit rouler à 127,5 km/h », « il faut 13 sacs »), avec l'unité.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).