Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM : vitesse, pourcentages, aires, puissances, équation, Système de deux équations : jeu vidéo, Théorème de Thalès : hauteur du phare Amédée, Comparaison de vitesses : petite marche, Programmes de calcul, PGCD : chandeliers, Fonctions affines et linéaires : livraison de pizzas, Pythagore : la nappe et la table carrée, Probabilités : chasse au trésor

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : vitesse, pourcentages, aires, puissances, équation *(5 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; elles sont données ici pour comprendre.

1. Réponse B : 70 km. 1 h 10 min $= 1 \text{ h} + \dfrac{10}{60}$ h. À 60 km/h, la voiture parcourt 60 km en 1 h et 10 km en 10 min (soit 1 km par minute), donc $60 + 10 = 70$ km.

2. Réponse C : il y a autant de femmes dans les deux salles. Salle 1 : $200 \times \dfrac{40}{100} = 80$ femmes. Salle 2 : $160 \times \dfrac{50}{100} = 80$ femmes.

3. Réponse B : 1 dm². L'aire du carré vaut $10 \times 10 = 100$ cm². Or 1 dm $= 10$ cm, donc 1 dm² $= 10 \times 10 = 100$ cm².

4. Réponse A : 32. $1^1 + 2^2 + 3^3 = 1 + 4 + 27 = 32$.

> ⚠ **Piège.** 3^3 signifie $3 \times 3 \times 3 = 27$, et non $3 \times 3 = 9$. La réponse 14 correspond justement à l'erreur $1 + 4 + 9$.

5. Réponse C : 2. $2x + 4 = 5x - 2$ donne $4 + 2 = 5x - 2x$, soit $6 = 3x$, donc $x = 2$. Vérification : $2 \times 2 + 4 = 8$ et $5 \times 2 - 2 = 8$.

Exercice 2 – Système de deux équations : jeu vidéo *(4 pts)*

Notons v le nombre de points gagnés pour une victoire et d le nombre de points gagnés pour une défaite.

Gabriel : 21 victoires et 9 défaites pour 1 350 points, donc $21v + 9d = 1\,350$.
Nathaniel : 12 victoires et 18 défaites pour 900 points, donc $12v + 18d = 900$.

On multiplie la première égalité par 2 pour avoir le même nombre de défaites : $42v + 18d = 2\,700$.
On lui soustrait la seconde : $42v - 12v + 18d - 18d = 2\,700 - 900$, soit $30v = 1\,800$, donc $v = \dfrac{1\,800}{30} = 60$.

On remplace dans la première égalité : $21 \times 60 + 9d = 1\,350$, soit $1\,260 + 9d = 1\,350$, donc $9d = 90$ et $d = 10$.

Vérification avec Nathaniel : $12 \times 60 + 18 \times 10 = 720 + 180 = 900$. ✔

Une victoire rapporte 60 points et une défaite rapporte 10 points.

> 💡 **Astuce.** Le plus sûr est d'écrire les deux égalités puis de faire apparaître le même nombre de défaites (ou de victoires) pour en éliminer une. Pense toujours à vérifier avec la deuxième égalité.

Exercice 3 – Théorème de Thalès : hauteur du phare Amédée *(3 pts)*

Les droites (SB) et (PJ) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (BR). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles : **(SB) // (PJ)**.

Les points R, J, B sont alignés, les points R, P, S sont alignés (le sommet du parasol est aligné avec le sommet du phare et l'œil de Robin), et (PJ) // (SB). D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle RBS :

$$\frac{RJ}{RB} = \frac{RP}{RS} = \frac{JP}{BS}$$

On utilise $\dfrac{RJ}{RB} = \dfrac{JP}{BS}$ avec RJ = 1,3 m, RB = 34,7 m et JP = 2,1 m :

$$\frac{1{,}3}{34{,}7} = \frac{2{,}1}{BS} \quad \text{donc} \quad BS = \frac{34{,}7 \times 2{,}1}{1{,}3} = \frac{72{,}87}{1{,}3} \approx 56{,}05 \text{ m}$$

Robin va trouver une hauteur d'environ 56 m (arrondie au mètre).

> ⚠ **Piège.** Sur le schéma, 34,7 m est la longueur BR tout entière (de B jusqu'à R), et non BJ. Si tu prends BJ = 34,7 m, tu dois écrire RB = 34,7 + 1,3 = 36 m et tu obtiens un résultat faux (≈ 58 m).

Exercice 4 – Comparaison de vitesses : petite marche *(3 pts)*

Thomas fait 5 pas de 0,7 m en 3 s : il parcourt $5 \times 0{,}7 = 3{,}5$ m en 3 s, soit une vitesse de $\dfrac{3{,}5}{3} \approx 1{,}17$ m/s.

Hugo fait 7 pas de 0,6 m en 4 s : il parcourt $7 \times 0{,}6 = 4{,}2$ m en 4 s, soit une vitesse de $\dfrac{4{,}2}{4} = 1{,}05$ m/s.

Autre façon de comparer, sans valeur approchée : en 12 s, Thomas répète 4 fois son rythme et parcourt $4 \times 3{,}5 = 14$ m, tandis qu'Hugo le répète 3 fois et parcourt $3 \times 4{,}2 = 12{,}6$ m.

Comme $1{,}17 > 1{,}05$ (ou $14 > 12{,}6$), **c'est Thomas qui avance le plus vite.**

Exercice 5 – Programmes de calcul *(3 pts)*

1. a. Programme A avec -8 : $-8 \times (-3) = 24$, puis $24 - 12 = 12$. **Le résultat est bien 12.**

1. b. Programme B avec -8 : $-8 \times 2 = -16$, puis $-16 + 5 = -11$, puis $-11 \times 3 = -33$. **Le résultat est -33.**

2. Pour prouver qu'une affirmation « toujours vraie » est fausse, il suffit d'un **contre-exemple**. Choisissons 0 comme nombre de départ :
Programme A : $0 \times (-3) = 0$, puis $0 - 12 = -12$.
Programme B : $0 \times 2 = 0$, puis $0 + 5 = 5$, puis $5 \times 3 = 15$.
Comme $-12 < 15$, le résultat du programme A n'est pas supérieur à celui du programme B. **Sandro se trompe.**

3. Notons x le nombre de départ. Le programme B donne $(2x + 5) \times 3 = 6x + 15$. Anne trouve son nombre de départ, donc :

$$6x + 15 = x \quad \Leftrightarrow \quad 5x = -15 \quad \Leftrightarrow \quad x = -3$$

Vérification : $-3 \times 2 = -6$; $-6 + 5 = -1$; $-1 \times 3 = -3$. ✔ **Le nombre de départ d'Anne était -3.**

Exercice 6 – PGCD : chandeliers *(3 pts)*

1. Le nombre de chandeliers doit diviser à la fois 180 (toutes les bougies dorées sont utilisées, autant par chandelier) et 108 (de même pour les argentées). C'est donc un diviseur commun de 180 et 108, et on veut le plus grand possible : c'est le **PGCD de 180 et 108**.

Algorithme d'Euclide :
$180 = 1 \times 108 + 72$
$108 = 1 \times 72 + 36$
$72 = 2 \times 36 + 0$
Le dernier reste non nul est 36, donc $\text{PGCD}(180\ ;\ 108) = 36$.

(On peut aussi décomposer : $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ et $108 = 2^2 \times 3^3$, d'où $\text{PGCD} = 2^2 \times 3^2 = 36$.)

Ils doivent acheter 36 chandeliers.

2. $180 \div 36 = 5$ et $108 \div 36 = 3$. **Chaque chandelier portera 5 bougies dorées et 3 bougies argentées.**
Vérification : $36 \times 5 = 180$ et $36 \times 3 = 108$.

Exercice 7 – Fonctions affines et linéaires : livraison de pizzas *(8 pts)*

1. Avec très peu de livraisons (presque 0), David touche 70 000 F, Guillaume à peine plus de 50 000 F et Angelo presque rien (200 F par livraison). **C'est David qui devrait gagner le plus d'argent**, grâce à son salaire fixe.

2. a. Salaire de Guillaume : $50\,000 + 100\times$ (nombre de livraisons) ; salaire d'Angelo : $200\times$ (nombre de livraisons).

Nombre de livraisons par mois	**50**	**200**	**300**	**600**
Salaire de David en francs	70 000	70 000	70 000	70 000
Salaire de Guillaume en francs	55 000	70 000	80 000	110 000
Salaire d'Angelo en francs	10 000	40 000	60 000	120 000

Détail : $50\,000 + 100 \times 200 = 70\,000$; $50\,000 + 100 \times 300 = 80\,000$; $50\,000 + 100 \times 600 = 110\,000$; $200 \times 200 = 40\,000$; $200 \times 300 = 60\,000$; $200 \times 600 = 120\,000$.

2. b. On cherche le nombre n de livraisons tel que $50\,000 + 100n = 70\,000$, soit $100n = 20\,000$, donc $n = 200$. Le tableau le confirme. **Guillaume doit effectuer 200 livraisons pour avoir le même salaire que David.**

3. a.

- $f(x) = 70\,000$ est constante : c'est le **salaire de David** (fixe).
- $g(x) = 200x$: 200 F par livraison, c'est le **salaire d'Angelo**.
- $h(x) = 100x + 50\,000$: fixe de 50 000 F plus 100 F par livraison, c'est le **salaire de Guillaume**.

3. b. Sur le graphique de l'annexe 2 :

- la droite **horizontale** passant par 70 000 (cadre en bas à droite) représente f ;
- la droite noire qui **passe par l'origine** (cadre en haut, au-dessus de 120 000) représente g, car g est linéaire ;
- la droite bleue qui coupe l'axe des ordonnées en 50 000 (cadre bleu à droite) représente h, car $h(0) = 50\,000$.

3. c. Sur le graphique, la droite de g coupe celle de f au point d'abscisse 350 et celle de h au point d'abscisse 500 (ordonnée 100 000). À droite de l'abscisse 500, la droite de g est au-dessus des deux autres. Le calcul le confirme : $200x > 100x + 50\,000$ équivaut à $100x > 50\,000$, soit $x > 500$.

Au-delà de 500 livraisons par mois (donc à partir de 501), c'est Angelo qui reçoit le plus gros salaire ; pour exactement 500 livraisons, Angelo et Guillaume touchent tous deux 100 000 F.

> ⚠ **Piège.** Le premier croisement visible (abscisse 350) est celui d'Angelo avec David : à 400 livraisons, Angelo dépasse David mais gagne encore moins que Guillaume ($80\,000 < 90\,000$). Il faut dépasser les **deux** autres salaires.

Exercice 8 – Pythagore : la nappe et la table carrée *(3 pts)*

Pour recouvrir entièrement la table carrée, la nappe ronde doit recouvrir ses quatre coins. Le cercle le plus petit qui passe par les quatre coins d'un carré est le cercle de centre le centre du carré et dont le diamètre est la **diagonale** du carré. Il faut donc comparer le diamètre de la nappe à la diagonale de la table.

La diagonale partage le carré en deux triangles rectangles isocèles de côtés 2 m. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$d^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \quad \text{donc} \quad d = \sqrt{8} \approx 2{,}83 \text{ m}$$

La diagonale mesure environ 2,83 m, alors que la nappe n'a que 2,5 m de diamètre. Comme $2{,}5 < 2{,}83$, même bien centrée, la nappe laisse dépasser les coins de la table.

La nappe n'est pas assez grande pour recouvrir entièrement la table.

> ⚠ **Piège.** Comparer les aires ne suffit pas : la nappe a une aire de $\pi \times 1{,}25^2 \approx 4{,}91$ m², plus grande que celle de la table (4 m²), et pourtant elle ne la couvre pas, car ce sont les coins qui dépassent.

Exercice 9 – Probabilités : chasse au trésor *(4 pts)*

1. En Province Nord, il y a 5 balises dont 3 avec une clé ; chaque balise a la même chance d'être découverte. La probabilité que la balise contienne une clé est $p = \dfrac{3}{5}$. **La probabilité vaut $\dfrac{3}{5} = 0{,}6$.**

2. La première balise (avec une clé) a été trouvée : il reste en Province Nord $5 - 1 = 4$ balises, dont $3 - 1 = 2$ avec une clé. La probabilité est donc $p = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. **La probabilité vaut $\dfrac{1}{2}$.**

3. Dans la Province des Îles, il y a 3 balises : 2 avec une clé (notons-les C_1 et C_2) et une seule sans clé (notons-la V). En découvrant deux balises différentes, les possibilités sont : $\{\text{C}_1 ; \text{C}_2\}$, $\{\text{C}_1 ; \text{V}\}$ et $\{\text{C}_2 ; \text{V}\}$. Chacune contient au moins une clé : il est impossible de tomber deux fois sur une balise vide puisqu'il n'y en a qu'une. L'événement est **certain**.

La probabilité que les Cagous aient trouvé au moins une clé est égale à 1.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte neuf exercices courts : lis-les tous en commençant et attaque ceux qui te paraissent les plus rapides (QCM, programmes de calcul, chandeliers, probabilités). Dans les exercices 4, 6 et 8, « toute trace de recherche » compte : même si tu n'arrives pas au bout, écris tes calculs et ton raisonnement, ils rapportent des points.

Les pièges de ce sujet sont surtout de lecture : les puissances du QCM ($3^3 = 27$), la longueur 34,7 m qui va de B jusqu'à R sur le schéma du phare, le « au-delà de 500 » de l'exercice 7 où Angelo doit dépasser les deux autres

salaires, et la nappe qu'on ne juge pas avec les aires mais avec la diagonale.

Pour les questions « expliquer » ou « justifier », termine toujours par une phrase de réponse claire avec l'unité (m, m/s, F). Pense aussi à compléter les annexes sur le sujet et à les rendre avec ta copie : un tableau bien rempli et trois noms de fonctions bien placés, ce sont des points faciles.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).