Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Liban

QCM : trigonométrie, antécédent, calcul fractionnaire, Vrai ou faux : pourcentages, puissances de dix, vitesse, Tableur et statistiques : macarons vendus, Hauteur d'une pyramide (Pythagore), Mise en équation : le partage des macarons, Probabilités dans deux boîtes de macarons, Volume d'un cylindre et conversions, Lecture graphique : la température du four, Tâche complexe : retrouver la zone de livraison

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : trigonométrie, antécédent, calcul fractionnaire *(3 pts)*

1. Réponse B : $\mathbf{54}^\circ$. Dans le triangle ABC rectangle en A, le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$ est [AC] et le côté adjacent est [AB] : $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{7}{5} = 1{,}4$, donc $\widehat{ABC} \approx 54{,}5^\circ$; arrondi au degré, on obtient 54°.

2. Réponse B : **compris entre 3 et 4**. On cherche x tel que $f(x) = 8$: $3x - 2 = 8$, donc $3x = 10$ et $x = \dfrac{10}{3} \approx 3{,}33$.

3. Réponse A : $\dfrac{5}{7}$. En effet $\dfrac{1-(-4)}{-2+9} = \dfrac{1+4}{7} = \dfrac{5}{7}$. La réponse C, 0,714 285 714 3, n'est qu'une valeur approchée de $\dfrac{5}{7}$, pas sa valeur exacte.

> ⚠ **Piège.** Dans la question 3, la calculatrice affiche 0,714 285 714 3 : c'est un arrondi, car l'écriture décimale de $\dfrac{5}{7}$ ne s'arrête jamais. Le mot « exacte » doit te faire choisir la fraction.

Exercice 2 – Vrai ou faux : pourcentages, puissances de dix, vitesse *(4 pts)*

Affirmation 1. Augmenter un prix de 5 % revient à le multiplier par $1 + \dfrac{5}{100} = 1{,}05$. Sur deux ans : $25 \times 1{,}05 \times 1{,}05 = 25 \times 1{,}1025 = 27{,}5625$ €. Le nouveau prix est d'environ 27,56 €, et non 27,50 €. **L'affirmation 1 est fausse.**

> ⚠ **Piège.** Deux hausses successives de 5 % ne font pas une hausse de 10 % : la deuxième hausse s'applique au prix déjà augmenté (26,25 €), soit 1,3125 € de plus et non 1,25 €.

Affirmation 2. En une année (365 jours), la boutique utilise $4 \times 365 = 1\,460$ kg de sucre. Or 1 kg = 1 000 g, donc $1\,460$ kg $= 1\,460\,000$ g $= 1{,}46 \times 10^6$ g. **L'affirmation 2 est vraie** (même pour une année bissextile de 366 jours, on obtient 1 464 000 g, soit environ $1{,}46 \times 10^6$ g).

Affirmation 3. 12 minutes $= \dfrac{12}{60}$ h $= 0{,}2$ h. Vitesse moyenne du camion : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{12{,}5}{0{,}2} = 62{,}5$ km/h. Sa vitesse moyenne dépasse 50 km/h, donc il a forcément roulé au-dessus de 50 km/h à certains moments.
L'affirmation 3 est fausse : le livreur n'a pas respecté la limitation.

Exercice 3 – Tableur et statistiques : macarons vendus *(5 pts)*

1. Dans la case I2, on saisit **=SOMME(B2:H2)** (ou =B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2).

2. Total de la semaine : $324 + 240 + 310 + 204 + 318 + 386 + 468 = 2\,250$ macarons. Moyenne sur 7 jours : $\dfrac{2\,250}{7} \approx 321{,}43$. **La boutique vend en moyenne environ 321 macarons par jour** (arrondi à l'unité).

3. On range les 7 valeurs dans l'ordre croissant : 204 ; 240 ; 310 ; **318** ; 324 ; 386 ; 468. L'effectif est impair (7), la médiane est donc la 4^{e} valeur : il y a autant de valeurs avant qu'après. **Le nombre médian de macarons vendus est 318.**

4. $468 - 204 = 264$. Le dimanche correspond à la plus grande valeur de la série et le jeudi à la plus petite : leur différence est **l'étendue de la série, égale à 264 macarons**.

Exercice 4 – Hauteur d'une pyramide (Pythagore) *(5 pts)*

On note O le centre du carré ABCD (point d'intersection de ses diagonales). La pyramide étant régulière, sa hauteur est [SO] et la droite (SO) est perpendiculaire à la base : le triangle SOA est rectangle en O.

Calcul de OA. Dans le triangle ABC rectangle en B (angle d'un carré), d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 30^2 + 30^2 = 1\,800$, donc $AC = \sqrt{1\,800} \approx 42{,}43$ cm. Les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu, donc $OA = \dfrac{AC}{2}$ et $OA^2 = \dfrac{AC^2}{4} = \dfrac{1\,800}{4} = 450$.

Calcul de SO. Dans le triangle SOA rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore : $SA^2 = SO^2 + OA^2$, donc $SO^2 = 55^2 - 450 = 3\,025 - 450 = 2\,575$ et $SO = \sqrt{2\,575} \approx 50{,}74$ cm.

Conclusion. La hauteur du présentoir, environ 50,7 cm, est supérieure à la hauteur de la vitrine (50 cm). **On ne peut pas placer ce présentoir dans la vitrine réfrigérée.**

> 💡 **Astuce.** Dans une pyramide régulière à base carrée, la hauteur tombe au centre du carré : le bon triangle rectangle est SOA, avec l'arête latérale [SA] comme hypoténuse et la demi-diagonale [OA] comme côté. Garde $OA^2 = 450$ en valeur exacte pour ne pas fausser le résultat, qui est très proche de 50.

Exercice 5 – Mise en équation : le partage des macarons *(3 pts)*

Les deux boîtes contiennent $2 \times 12 = 24$ macarons, tous mangés par les trois amis. On note x le nombre de macarons mangés par Pascale. Alexis en a mangé 4 de plus, soit $x + 4$; Pascale en a mangé deux fois moins que Carole, donc Carole en a mangé deux fois plus que Pascale, soit $2x$.

On obtient l'équation $x + (x + 4) + 2x = 24$, soit $4x + 4 = 24$, donc $4x = 20$ et $x = 5$.

Pascale a mangé 5 macarons, Alexis 9 macarons et Carole 10 macarons. Vérification : $5 + 9 + 10 = 24$, $9 = 5 + 4$ et $10 = 2 \times 5$.

Exercice 6 – Probabilités dans deux boîtes de macarons *(3 pts)*

1. La boîte numéro 1 contient $4 + 3 + 2 + 3 = 12$ macarons, indiscernables au toucher (situation d'équiprobabilité), dont 3 au café. $p = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$. **La probabilité d'obtenir un macaron au café est $\dfrac{1}{4}$** (soit 0,25).

2. Il reste 5 macarons dans la boîte 1 (3 chocolat, 2 café) : la probabilité d'en tirer un qui plaît à Carole (non chocolat) est $\dfrac{2}{5}$. Il reste 3 macarons dans la boîte 2 (2 chocolat, 1 fraise) : la probabilité d'en tirer un qui lui plaît est $\dfrac{1}{3}$. Les deux tirages se font successivement ; sur l'arbre, on multiplie les probabilités le long du chemin « plaît, plaît » : $p = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{15}$. **La probabilité qu'elle obtienne deux macarons qui lui plaisent est $\dfrac{2}{15}$** (environ 0,13).

Exercice 7 – Volume d'un cylindre et conversions *(3 pts)*

1. Le volume d'un cylindre est $V = \pi \times r^2 \times h$. Ici $V = \pi \times 20^2 \times 5 = \pi \times 400 \times 5 = 2\,000\pi$. **Le volume de crème d'un macaron est bien $2\,000\pi$ mm³**, soit environ 6 283 mm³.

2. On convertit 30 cL en mm³ : 30 cL = 0,3 L = 0,3 dm³. Or 1 dm³ = 1 000 000 mm³ (1 dm = 100 mm, et $100^3 = 1\,000\,000$), donc 30 cL = 300 000 mm³. Nombre de macarons : $\dfrac{300\,000}{2\,000\pi} = \dfrac{150}{\pi} \approx 47{,}7$. La crème ne suffit pas pour un 48e macaron complet. **Alexis peut confectionner 47 macarons.**

> ⚠ **Piège.** On répond 47 et non 48 : arrondir 47,7 au plus proche donnerait un macaron sans assez de crème. Et dans les conversions de volumes, on multiplie par 1 000 à chaque unité (dm³ → cm³ → mm³), pas par 10.

Exercice 8 – Lecture graphique : la température du four *(5 pts)*

1. La courbe passe bien par l'origine, mais ce n'est pas une droite (elle s'incurve, puis monte et descend après 8 minutes). Une situation de proportionnalité serait représentée par une droite passant par l'origine. **La température du four n'est pas proportionnelle au temps.**

2. Par lecture graphique, **la température atteinte au bout de 3 minutes est d'environ 70 °C.**

3. On lit environ 50 °C à 2 minutes et environ 140 °C à 7 minutes. $140 - 50 = 90$. **La température a augmenté d'environ 90 °C entre la deuxième et la septième minute.**

4. La courbe atteint 150 °C pour la première fois au bout d'environ 8 minutes. **La température de 150 °C est atteinte au bout de 8 minutes environ.**

5. Après 8 minutes, la température ne reste pas stable à 150 °C : elle monte jusqu'à environ 156 °C (vers 9 minutes), redescend jusqu'à environ 144 °C (vers 13 minutes), puis remonte vers 154 °C à 16 minutes. **La température oscille autour de 150 °C, entre environ 144 °C et 156 °C.** Or la cuisson des macarons exige impérativement 150 °C : le four est tantôt trop chaud, tantôt pas assez, ce qui explique que le responsable ne soit pas satisfait de la cuisson.

Exercice 9 – Tâche complexe : retrouver la zone de livraison *(5 pts)*

On calcule d'abord le prix des macarons commandés (document 1), avec les tarifs du document 2. Toutes les boîtes de 12 petits macarons coûtent 16 € ; à partir de la sixième boîte identique d'un même parfum, on a 20 % de réduction sur toutes les boîtes de ce parfum, c'est-à-dire qu'on paie $16 \times 0{,}8 = 12{,}80$ € la boîte.

- Chocolat : 10 boîtes (plus de 5), donc réduction : $10 \times 12{,}80 = 128$ € ;
- Vanille : 10 boîtes, donc réduction : $10 \times 12{,}80 = 128$ € ;
- Framboise : 5 boîtes, pas de réduction : $5 \times 16 = 80$ € ;
- Café : 2 boîtes : $2 \times 16 = 32$ € ;
- Caramel : 1 boîte de 6 petits macarons : 9 €.

Total des macarons : $128 + 128 + 80 + 32 + 9 = 377$ €.

Frais de livraison : $402 - 377 = 25$ €. La livraison a lieu le samedi 20 août 2016, donc on regarde la colonne « Samedi et dimanche » du document 3 : 17,50 € pour la zone A, 25 € pour la zone B, 30 € pour la zone C. **L'adresse de livraison se trouve dans la zone B.**

> 💡 **Astuce.** Dans une tâche complexe, présente tes calculs ligne par ligne comme une facture : le correcteur voit immédiatement ta démarche. Attention aux 5 boîtes de framboise : la réduction ne commence qu'à la sixième boîte identique.

Conseils pour le jour J

Neuf exercices en deux heures, dont huit autour des macarons : compte environ 10 à 15 minutes par exercice et commence par ceux qui te semblent rapides (QCM, probabilités, tableur). Pour le QCM, il suffit de recopier la bonne réponse, mais fais quand même le calcul au brouillon : les réponses fausses sont construites à partir d'erreurs classiques (cosinus au lieu de tangente, valeur approchée au lieu de valeur exacte).

Les deux exercices les plus longs (la pyramide et la livraison) sont des tâches complexes : rédige une démarche complète, avec une phrase pour chaque étape et une conclusion qui répond exactement à la question posée (« on ne peut pas placer le présentoir », « la livraison est en zone B »). Même incomplète, une démarche bien expliquée rapporte des points.

Sur le graphique du four, utilise les graduations intermédiaires (10 °C par carreau verticalement, 1 minute par carreau horizontalement) et écris « environ » devant chaque valeur lue.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).