Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Brevet-AmeriqueDuNord-9juin-2016

Trois affirmations : équation, triangle rectangle, pourcentages, Probabilités sur les pistes de ski, Tableur et statistiques : forfaits vendus, Le télésiège : débit, vitesse et trigonométrie, Comparer deux tarifs de forfaits (calcul et lecture graphique), La manche à air : Thalès, Pythagore et tronc de cône, Budget d'un séjour au ski

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Trois affirmations : équation, triangle rectangle, pourcentages *(6 pts)*

Affirmation 1. On résout l'équation : $5x + 4 = 2x + 17$, donc $5x - 2x = 17 - 4$, soit $3x = 13$ et $x = \dfrac{13}{3}$. Or $\dfrac{13}{3} \approx 4{,}33$ n'est pas un nombre entier (13 n'est pas divisible par 3). **L'affirmation 1 est fausse.**

Affirmation 2. Le plus grand côté est [DE], car $13\sqrt{7} > 12\sqrt{7}$ et $13\sqrt{7} = \sqrt{1\,183} > \sqrt{175}$. On calcule séparément :
$DE^2 = (13\sqrt{7})^2 = 169 \times 7 = 1\,183$;
$CD^2 + CE^2 = (\sqrt{175})^2 + (12\sqrt{7})^2 = 175 + 144 \times 7 = 175 + 1\,008 = 1\,183$.
On a $DE^2 = CD^2 + CE^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CDE est rectangle en C (le sommet opposé au plus grand côté). **L'affirmation 2 est vraie.**

> 💡 **Astuce.** Pour élever au carré un produit comme $12\sqrt{7}$, élève chaque facteur au carré : $(12\sqrt{7})^2 = 12^2 \times (\sqrt{7})^2 = 144 \times 7$. Ne calcule jamais avec des valeurs arrondies de $\sqrt{7}$: l'égalité ne tomberait plus juste.

Affirmation 3. Lunettes : la réduction est de $45 - 31{,}50 = 13{,}50$ €, soit $\dfrac{13{,}50}{45} = 0{,}30$, c'est-à-dire 30 %.
Montre : la réduction est de $56 - 42 = 14$ €, soit $\dfrac{14}{56} = 0{,}25$, c'est-à-dire 25 %.
Comme $25\ \% < 30\ \%$, le pourcentage de réduction sur la montre est inférieur à celui des lunettes.
L'affirmation 3 est fausse.

> ⚠ **Piège.** La montre a la plus grosse réduction en euros (14 € contre 13,50 €), mais pas le plus gros pourcentage : un pourcentage se calcule toujours par rapport au prix de départ.

Exercice 2 – Probabilités sur les pistes de ski *(4 pts)*

1. a) En haut de la station, il y a $2 + 2 + 1 = 5$ pistes, choisies au hasard (situation d'équiprobabilité), dont 2 rouges. **La probabilité que la piste soit rouge est $\dfrac{2}{5}$** (soit 0,4).

1. b) À partir du restaurant, il y a 7 pistes dont une seule bleue. **La probabilité qu'il emprunte une piste bleue est $\dfrac{1}{7}$.**

2. Il s'agit d'une expérience à deux épreuves : la probabilité de prendre une piste noire en haut est $\dfrac{2}{5}$, puis celle de prendre une piste noire à partir du restaurant est $\dfrac{3}{7}$. Sur un arbre de probabilités, on multiplie les probabilités le long du chemin « noire puis noire » : $p = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{6}{35}$. **La probabilité qu'il enchaîne deux pistes noires est $\dfrac{6}{35}$** (environ 0,17).

Exercice 3 – Tableur et statistiques : forfaits vendus *(5 pts)*

1. a) La plus grande valeur de la ligne 2 est 148 901. **C'est en février que la station a vendu le plus de forfaits « journée ».**

1. b) Total de la saison : $60\,457 + 60\,457 + 148\,901 + 100\,058 + 10\,035 = 379\,908$ forfaits. Le tiers du total vaut $\dfrac{379\,908}{3} = 126\,636$. Comme $148\,901 > 126\,636$, la station vend plus du tiers de ses forfaits en février (cela représente $\dfrac{148\,901}{379\,908} \approx 0{,}39$, soit environ 39 %). **Ninon a raison.**

2. Dans la cellule G2, on saisit **=SOMME(B2:F2)** (ou, ce qui est équivalent, =B2+C2+D2+E2+F2).

3. La saison compte 5 mois (de décembre à avril). Moyenne : $\dfrac{379\,908}{5} = 75\,981{,}6$. **La station vend en moyenne environ 75 982 forfaits « journée » par mois** (arrondi à l'unité).

Exercice 4 – Le télésiège : débit, vitesse et trigonométrie *(4 pts)*

1. Le télésiège est ouvert de 9 h à 16 h, soit pendant $16 - 9 = 7$ heures. Au débit maximal de 3 000 skieurs par heure : $7 \times 3\,000 = 21\,000$. **Ce télésiège peut transporter 21 000 skieurs dans la journée.**

2. Le skieur parcourt 1 453 m à la vitesse de 5,5 m/s. D'après la relation $t = \dfrac{d}{v}$: $t = \dfrac{1\,453}{5{,}5} \approx 264{,}18$ s, soit 264 s arrondi à la seconde. Or $264 = 4 \times 60 + 24$. **Le trajet dure environ 264 s, soit 4 min 24 s.**

3. Le câble, l'horizontale et la verticale forment un triangle rectangle dont l'hypoténuse est le câble (1 453 m) et dont le côté opposé à l'angle cherché est le dénivelé : $2\,261 - 1\,839 = 422$ m. Dans ce triangle rectangle, on utilise le sinus : $\sin\alpha = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{422}{1\,453}$, donc $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{422}{1\,453}\right) \approx 16{,}9^\circ$. **Le câble forme avec l'horizontale un angle d'environ 17°** (arrondi au degré).

> ⚠ **Piège.** Les 1 453 m sont la longueur du câble (l'hypoténuse), pas la distance horizontale : c'est donc le sinus qu'il faut utiliser, pas la tangente. Vérifie aussi que ta calculatrice est en mode degrés.

Exercice 5 – Comparer deux tarifs de forfaits (calcul et lecture graphique) *(5 pts)*

1. a) Pour deux journées :
Tarif 1 : $2 \times 40{,}50 = 81$ € ;
Tarif 2 : $31 + 2 \times 32 = 31 + 64 = 95$ €.
Comme $81 < 95$, **le tarif 1 est le plus intéressant pour Elliot.**

1. b) Pour n journées, le tarif 1 coûte $40{,}5n$ euros et le tarif 2 coûte $31 + 32n$ euros. Le tarif 2 est plus intéressant lorsque $31 + 32n < 40{,}5n$, c'est-à-dire $31 < 8{,}5n$, soit $n > \dfrac{31}{8{,}5} \approx 3{,}65$. Comme n est un nombre entier de journées, il faut $n \geqslant 4$. Vérification : pour 3 jours, tarif 1 = 121,50 € et tarif 2 = 127 € ; pour 4 jours, tarif 1 = 162 € et tarif 2 = 159 €. **Le tarif 2 devient plus intéressant à partir de 4 journées de ski.**

2. a) La droite du tarif 1 passe par l'origine du repère (0 jour, 0 €). Une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine. **C'est le tarif 1 dont le prix est proportionnel au nombre de jours skiés** ; la droite du tarif 2, elle, coupe l'axe des ordonnées à 31 € et non à 0.

2. b) Pour 6 jours, on lit environ 245 € pour le tarif 1 et environ 225 € pour le tarif 2 (les valeurs exactes sont $6 \times 40{,}50 = 243$ € et $31 + 6 \times 32 = 223$ €). **La différence de prix est d'environ 20 €** en faveur du tarif 2.

2. c) On trace la droite horizontale d'ordonnée 275. Elle coupe la droite du tarif 1 entre 6 et 7 jours, et celle du tarif 2 entre 7 et 8 jours. Le nombre de jours étant entier, Elliot peut skier au maximum 6 jours avec le tarif 1

et 7 jours avec le tarif 2 (7 jours au tarif 2 coûtent 255 €, 8 jours coûteraient 287 €). **Avec 275 €, Elliot peut skier au maximum 7 jours, en choisissant le tarif 2.**

Exercice 6 – La manche à air : Thalès, Pythagore et tronc de cône *(7 pts)*

1. Le plan de section est parallèle à la base, donc les droites (O'B') et (OB) sont parallèles. Dans le triangle SOB, O' appartient à [SO], B' appartient à [SB] et (O'B') // (OB) : d'après le théorème de Thalès, $\frac{SB'}{SB} = \frac{SO'}{SO} = \frac{O'B'}{OB}$.
Comme O' est le milieu de [OS], $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$ (on le vérifie aussi avec les rayons : $\frac{O'B'}{OB} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$). Donc $SB' = \frac{SB}{2}$: B' est le milieu de [SB], et $SB' = BB' = 240$ cm. Ainsi $SB = 2 \times 240$. **On a bien SB = 480 cm.**

2. Le cône est de révolution : la hauteur [SO] est perpendiculaire à la base, donc le triangle SOB est rectangle en O. Le rayon de la base est $OB = \frac{AB}{2} = 30$ cm. D'après le théorème de Pythagore : $SB^2 = SO^2 + OB^2$, donc $SO^2 = 480^2 - 30^2 = 230\,400 - 900 = 229\,500$, et $SO = \sqrt{229\,500} \approx 479{,}06$ cm. **SO ≈ 479 cm** (arrondi au centimètre).

3. Le volume d'air est celui du tronc de cône : volume du grand cône moins volume du petit cône.
Grand cône : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times \sqrt{229\,500} = 300\pi\sqrt{229\,500} \approx 451\,505$ cm³.
Le petit cône (sommet S, base de centre O') est une réduction du grand de rapport $k = \frac{1}{2}$; son volume est donc multiplié par $k^3 = \frac{1}{8}$: $V' = \frac{V}{8} \approx 56\,438$ cm³.
Volume de la manche à air : $V - V' = \frac{7}{8}V = 262{,}5\pi\sqrt{229\,500} \approx 395\,066{,}8$ cm³. **La manche à air contient environ 395 067 cm³ d'air** (soit environ 395 L).

> 💡 **Astuce.** Garde la valeur exacte $\sqrt{229\,500}$ dans la calculatrice pour le calcul du volume. Si tu utilises SO = 479 cm (valeur arrondie), tu trouves environ 395 016 cm³ : le raisonnement est juste, mais l'arrondi au cm³ n'est plus exact. Retiens aussi qu'une réduction de rapport k multiplie les volumes par k^3.

Exercice 7 – Budget d'un séjour au ski *(5 pts)*

1. La famille compte 2 adultes et 2 enfants, pour 6 jours de forfait.
Formule 1 : $2 \times 187{,}50 + 2 \times 162{,}50 = 375 + 325 = 700$ €.
Formule 2 : carte famille 120 €, puis par jour $2 \times 25 + 2 \times 20 = 90$ €, donc $120 + 6 \times 90 = 120 + 540 = 660$ €.
Comme $660 < 700$, **la formule 2 est la plus intéressante (660 € au lieu de 700 €).**

2. On additionne toutes les dépenses du séjour :

- studio 4 personnes pour la semaine du 20/02 au 27/02 : 1 020 € ;
- location du matériel pendant 6 jours : par jour, 2 adultes à ski ($2 \times 17 = 34$ €), Anaïs à ski (10 €) et Thomas en snowboard (19 €), soit $34 + 10 + 19 = 63$ € par jour, donc $6 \times 63 = 378$ € ;
- forfaits (formule 2) : 660 € ;
- nourriture et sorties : 500 €.

Total : $1\,020 + 378 + 660 + 500 = 2\,558$ €. **La famille doit prévoir un budget total de 2 558 €.**

> ⚠ **Piège.** Thomas fait du snowboard : sa location coûte 19 € par jour, pas 10 €. Et le studio se lit dans la colonne 20/02 - 27/02 (1 020 €), pas dans la première colonne (870 €).

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et très concrets : lis chaque énoncé jusqu'au bout et entoure les données utiles (le tableau du télésiège ou celui des locations contiennent des informations qui ne servent pas, comme la puissance de 690 kW ou les appartements T2 et T3). Dans les problèmes de budget, fais une liste de toutes les dépenses avant d'additionner : c'est là qu'on oublie le plus souvent une ligne.

En géométrie, nomme toujours le théorème et le triangle dans lequel tu travailles (« dans le triangle SOB rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore… ») : ces phrases rapportent des points même si un calcul déraille. Pour la réciproque de Pythagore, calcule les deux membres séparément avant de conclure.

Pour les questions « par lecture graphique », écris les valeurs lues avec « environ » et laisse des traits de lecture sur le graphique ; tu peux ensuite confirmer par le calcul, comme pour le nombre de jours avec 275 €.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).