Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Asie

QCM : probabilité, calcul littéral, équation, volume, Pythagore, trigonométrie et Thalès : le viaduc de Millau, Statistiques : moyenne, étendue et quartiles, Périmètre et vitesse : le test de Cooper, Fonctions et tableur, Vrai ou faux : arithmétique, racines carrées, pourcentages, Volume d'une demi-boule : le cocktail

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : probabilité, calcul littéral, équation, volume *(4 pts)*

1. Réponse B : $\frac{1}{3}$. L'urne contient $10 + 20 = 30$ boules, dont 10 rouges : $p = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

2. Réponse C : $4 + 3x(3x + 4)$. D'après l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$. Or $4 + 3x(3x + 4) = 4 + 9x^2 + 12x$: c'est la même expression. (La réponse A oublie le double produit $12x$, la réponse B oublie d'élever 3 au carré.)

3. Réponse C : 4. On teste : $4^2 - 2 \times 4 - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$. (Avec 0 on obtient -8, avec 3 on obtient $9 - 6 - 8 = -5$.)

4. Réponse C : 8. Quand toutes les longueurs sont multipliées par $k = 2$, les volumes sont multipliés par $k^3 = 2^3 = 8$.

Exercice 2 – Pythagore, trigonométrie et Thalès : le viaduc de Millau *(6 pts)*

1. Le pylône est vertical et la chaussée horizontale, donc le triangle ACD est rectangle en A. D'après le **théorème de Pythagore** : $CD^2 = AC^2 + AD^2 = 76^2 + 154^2 = 5\,776 + 23\,716 = 29\,492$.
Donc $CD = \sqrt{29\,492} \approx 171{,}7$. **Le hauban [CD] mesure environ 172 m.**

2. Dans le triangle ACD rectangle en A, [AC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{CDA}$ et [AD] le côté adjacent. On utilise la **tangente** : $\tan \widehat{CDA} = \frac{AC}{AD} = \frac{76}{154} \approx 0{,}494$.
À la calculatrice : $\widehat{CDA} = \arctan\left(\frac{76}{154}\right) \approx 26{,}3°$. **L'angle $\widehat{CDA}$ mesure environ $26°$.**

> 💡 **Astuce.** La tangente n'utilise que les deux longueurs données par l'énoncé (AC et AD) : c'est plus sûr que d'utiliser CD, qui est une valeur arrondie. Vérifie aussi que ta calculatrice est bien en mode degrés.

3. Les points A, E, C sont alignés, ainsi que les points A, F, D, dans le même ordre.
$AE = AC - EC = 76 - 5 = 71$ m et $AF = AD - FD = 154 - 12 = 142$ m.
D'une part $\frac{AE}{AC} = \frac{71}{76} \approx 0{,}934$; d'autre part $\frac{AF}{AD} = \frac{142}{154} \approx 0{,}922$.
Pour comparer sans arrondi, on calcule les produits en croix : $71 \times 154 = 10\,934$ et $76 \times 142 = 10\,792$. Ils sont différents, donc $\frac{AE}{AC} \neq \frac{AF}{AD}$.
Si les droites (EF) et (CD) étaient parallèles, ces quotients seraient égaux d'après le théorème de Thalès.
D'après la **contraposée du théorème de Thalès**, **les haubans [CD] et [EF] ne sont pas parallèles.**

> ⚠ **Piège.** La donnée AB = 89 m ne sert à rien dans cet exercice. Et les quotients sont proches (0,93 et 0,92) : il ne faut surtout pas conclure au parallélisme « à peu près » ; compare des valeurs exactes.

Exercice 3 – Statistiques : moyenne, étendue et quartiles *(6 pts)*

On vérifie les trois critères l'un après l'autre. L'effectif total est $4 + 36 + 53 + 79 + 145 + 82 + 56 + 38 + 7 = 500$ paquets.

Critère 1 : la moyenne.
$\bar{x} = \dfrac{56\times 4 + 57\times 36 + 58\times 53 + 59\times 79 + 60\times 145 + 61\times 82 + 62\times 56 + 63\times 38 + 64\times 7}{500}$
$\bar{x} = \dfrac{224 + 2\,052 + 3\,074 + 4\,661 + 8\,700 + 5\,002 + 3\,472 + 2\,394 + 448}{500} = \dfrac{30\,027}{500} \approx 60{,}05.$
Comme $59{,}9 \leqslant 60{,}054 \leqslant 60{,}1$, **le premier critère est respecté.**

Critère 2 : l'étendue. $64 - 56 = 8$ et $8 \leqslant 10$: **le deuxième critère est respecté.**

Critère 3 : l'écart interquartile. On calcule les effectifs cumulés croissants :

Nombre de bonbons	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**
Effectifs cumulés	4	40	93	172	317	399	455	493	500

Premier quartile : $\dfrac{500}{4} = 125$, donc Q_1 est la 125^{e} valeur de la série rangée. Les valeurs de rang 94 à 172 valent 59, donc $Q_1 = 59$.
Troisième quartile : $\dfrac{3\times 500}{4} = 375$, donc Q_3 est la 375^{e} valeur. Les valeurs de rang 318 à 399 valent 61, donc $Q_3 = 61$.
Écart interquartile : $Q_3 - Q_1 = 61 - 59 = 2$ et $2 \leqslant 3$: **le troisième critère est respecté.**

Les trois critères sont respectés : la nouvelle machine respecte les critères de qualité et peut être validée.

> 💡 **Astuce.** Pour un quartile, calcule d'abord le rang ($\dfrac{N}{4}$ ou $\dfrac{3N}{4}$, arrondi à l'entier supérieur s'il n'est pas entier), puis cherche dans les effectifs cumulés la première valeur qui atteint ce rang.

Exercice 4 – Périmètre et vitesse : le test de Cooper *(5 pts)*

1. La piste est formée de deux segments de 109 m et de deux demi-cercles de diamètre 58 m, qui forment ensemble un cercle entier de diamètre 58 m.
Longueur $= 2\times 109 + \pi\times 58 = 218 + 58\pi \approx 218 + 182{,}2 = 400{,}2$ m. **La piste mesure bien environ 400 m.**

2. Adèle. Elle a parcouru 6 tours et 150 m : $6\times 400 + 150 = 2\,550$ m (avec la longueur exacte, environ 2 551 m). Adèle est une femme de 31 ans : on lit la colonne « De 30 à 39 ans » du tableau des femmes. Comme $2\,550 > 2\,500$, son indice est « Très bon ».
Mathéo. Il a couru 12 min à la vitesse moyenne de 13,5 km/h. Or $12\text{ min} = \dfrac{12}{60}\text{ h} = 0{,}2$ h, donc $d = v\times t = 13{,}5\times 0{,}2 = 2{,}7$ km $= 2\,700$ m. Mathéo est un homme de 27 ans : on lit la colonne « Moins de 30 ans » du tableau des hommes. Comme $2\,401 \leqslant 2\,700 \leqslant 2\,800$, son indice est « Bon ».
Les deux indices sont au moins « moyen » : Adèle et Mathéo participeront tous les deux au marathon.

> ⚠ **Piège.** Les barèmes dépendent du sexe et de l'âge : pour Adèle (31 ans), la colonne « Moins de 30 ans » donnerait aussi « Bon », mais seule la colonne « De 30 à 39 ans » des femmes est correcte. Et pour Mathéo, convertis 12 min en 0,2 h, pas en 0,12 h.

Exercice 5 – Fonctions et tableur *(6 pts)*

1. D'après la cellule H2 (colonne où $x = 3$), ou par le calcul $f(3) = 2\times 3 + 1 = 7$. **L'image de 3 par la fonction f est 7.**

2. La cellule C3 contient $g(-2)$: $g(-2) = (-2)^2 + 4 \times (-2) - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$. **Le nombre qui doit apparaître dans la cellule C3 est -9.**

3. La cellule B2 calcule $f(x) = 2x + 1$ pour la valeur de x située en B1. **Formule : =2*B1+1**

4. On cherche une colonne où la ligne 2 ($f(x)$) est strictement inférieure à la ligne 3 ($g(x)$). Pour $x = 2$: $f(2) = 5$ et $g(2) = 7$, et $5 < 7$. **Le nombre 2 est une solution de l'inéquation** (3 convient aussi : $7 < 16$).

5. On cherche x tel que $f(x) = 1$: $2x + 1 = 1$, donc $2x = 0$ et $x = 0$. On le retrouve dans le tableur : pour $x = 0$ (colonne E), $f(x) = 1$. **Un antécédent de 1 par la fonction f est 0.**

Exercice 6 – Vrai ou faux : arithmétique, racines carrées, pourcentages *(3 pts)*

1. Affirmation 1 : fausse. Deux nombres sont premiers entre eux si leur seul diviseur commun positif est 1. Contre-exemple : 9 et 15 sont impairs, mais ils sont tous les deux divisibles par 3 ($9 = 3 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$). Ils ne sont donc pas premiers entre eux.

2. Affirmation 2 : fausse. Contre-exemple avec $a = 9$ et $b = 16$: $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$, alors que $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$. Comme $7 \neq 5$, l'égalité n'est pas vraie pour tous les entiers positifs.

3. Affirmation 3 : vraie. Augmenter de 20 % revient à multiplier par 1,2 ; augmenter de 30 % revient à multiplier par 1,3. Au total, le prix est multiplié par $1{,}2 \times 1{,}3 = 1{,}56 = 1 + \dfrac{56}{100}$, ce qui correspond à une augmentation de 56 %. (Exemple : 100 € deviennent 120 €, puis $120 \times 1{,}3 = 156$ €.)

> 💡 **Astuce.** Pour montrer qu'une affirmation est fausse, un seul contre-exemple suffit ; pour montrer qu'elle est vraie, un exemple ne suffit pas, il faut un raisonnement général (ici, les coefficients multiplicateurs).

Exercice 7 – Volume d'une demi-boule : le cocktail *(6 pts)*

Volume de cocktail nécessaire. Pour 6 personnes : $60 + 30 + 12 + 12 = 114$ cl. Pour 20 personnes, on applique la proportionnalité : $114 \times \dfrac{20}{6} = 380$ cl, soit 3,8 L, c'est-à-dire 3 800 cm³.

Volume du récipient. C'est une demi-sphère de diamètre 26 cm, donc de rayon $r = 13$ cm : $V = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{2}{3} \times \pi \times 13^3 = \dfrac{2}{3} \times \pi \times 2\,197 \approx 4\,601$ cm³, soit environ 4,6 L.

Conclusion. $4\,601$ cm³ $> 3\,800$ cm³ : **le récipient de Romane est assez grand pour préparer le cocktail pour 20 personnes** (il reste environ 0,8 L de marge).

> ⚠ **Piège.** Le récipient est une **demi**-sphère : n'oublie pas de diviser par 2 le volume de la sphère, et utilise le rayon (13 cm), pas le diamètre.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long pour 2 heures : sept exercices dont plusieurs demandent une prise d'initiative (exercices 3, 4 et 7). Fais d'abord le QCM et le vrai/faux, rapides, puis l'exercice 5 sur le tableur ; garde au moins 20 minutes pour les statistiques de l'exercice 3, où il faut vérifier trois critères en rédigeant une conclusion pour chacun.

Dans les tâches complexes, la rédaction compte autant que le résultat : annonce ce que tu calcules (« volume du récipient », « distance parcourue par Mathéo »), garde les unités et termine par une phrase qui répond exactement à la question. Lis attentivement les tableaux : à l'exercice 4, la bonne ligne dépend du sexe et la bonne colonne de l'âge.

À l'exercice 2, ne te laisse pas troubler par la donnée inutile AB = 89 m, et pour le parallélisme, compare des valeurs exactes (produits en croix) : deux quotients proches ne sont pas égaux. Le mot clé de la conclusion est alors « contraposée du théorème de Thalès ».

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).