Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Antilles-Guyane

Probabilités et pourcentages : contrôle qualité, Programmes de calcul et équation, Pythagore, trigonométrie et périmètre du cercle, Pourcentages et tableur : les soldes, Aires et théorème de Thalès : aménagement d'un terrain, Aires de polygones, fonctions et lecture graphique, Volumes : le vase, les billes et l'eau colorée

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités et pourcentages : contrôle qualité *(4 pts)*

1. Parmi les 500 composants de l'usine A, 27 sont défectueux. Les tirages étant équiprobables : $p = \dfrac{27}{500} = 0{,}054$. **La probabilité qu'un composant de l'usine A soit défectueux est $\dfrac{27}{500}$, soit 0,054.**

2. On prélève cette fois parmi les composants défectueux : il y en a $27 + 38 = 65$, dont 27 proviennent de l'usine A. $p = \dfrac{27}{65} \approx 0{,}415$. **La probabilité qu'un composant défectueux provienne de l'usine A est $\dfrac{27}{65}$, soit environ 0,42.**

> ⚠ **Piège.** Les questions 1 et 2 se ressemblent mais l'univers change : en 1, on tire parmi les 500 composants de l'usine A ; en 2, parmi les 65 composants défectueux. Lis bien « parmi ceux… » pour savoir par quoi diviser.

3. Usine A : $\dfrac{27}{500} = \dfrac{5{,}4}{100}$, soit **5,4 %** de composants défectueux, ce qui est inférieur à 7 %.
Usine B : $\dfrac{38}{500} = \dfrac{7{,}6}{100}$, soit **7,6 %** de composants défectueux, ce qui est supérieur à 7 %.
La condition n'est pas remplie pour l'usine B. **Le contrôle n'est donc pas satisfaisant.**

Exercice 2 – Programmes de calcul et équation *(4.5 pts)*

1. Programme A avec 2 : $2 \times (-2) = -4$; $-4 + 13 = 9$. **On obtient bien 9.**

2. Soit x le nombre choisi. Le programme B donne $(x - 7) \times 3 = 3(x - 7)$. On résout $3(x - 7) = 9$: $x - 7 = 3$, donc $x = 10$. Vérification : $10 - 7 = 3$ et $3 \times 3 = 9$. **Il faut choisir 10 au départ.**

3. Avec un nombre de départ x, le programme A donne $-2x + 13$ et le programme B donne $3(x - 7) = 3x - 21$. On cherche x tel que :
$-2x + 13 = 3x - 21$
$13 + 21 = 3x + 2x$
$34 = 5x$
$x = \dfrac{34}{5} = 6{,}8$.
Vérification : programme A : $6{,}8 \times (-2) + 13 = -13{,}6 + 13 = -0{,}6$; programme B : $(6{,}8 - 7) \times 3 = -0{,}2 \times 3 = -0{,}6$. **Oui : en choisissant 6,8, les deux programmes donnent le même résultat, $-0{,}6$.**

> 💡 **Astuce.** Pour « trouver un nombre qui donne le même résultat », traduis chaque programme par une expression en x, écris l'équation « expression A = expression B », puis vérifie en appliquant les deux programmes à la solution trouvée.

Exercice 3 – Pythagore, trigonométrie et périmètre du cercle *(5 pts)*

Figure 1. D'après le codage, $CJ = JA = CB = 6$ cm (J est le milieu de [CA]), donc $CA = 2 \times 6 = 12$ cm. Le triangle ABC est rectangle en B, d'hypoténuse [CA]. D'après le **théorème de Pythagore** : $CA^2 = AB^2 +$

BC^2, donc $AB^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108$ et $AB = \sqrt{108} \approx 10{,}39$. **AB ≈ 10,4 cm** (au millimètre près).

Figure 2. Le triangle ABC est rectangle en A, d'hypoténuse [CB] = 36 cm. Le côté [AB] est opposé à l'angle $\widehat{ACB} = 53°$. On utilise le **sinus** : $\sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{CB}$, donc $AB = 36 \times \sin 53° \approx 36 \times 0{,}7986 \approx 28{,}75$. **AB ≈ 28,8 cm** (au millimètre près).

Figure 3. [AB] est un diamètre du cercle, donc la longueur du cercle vaut $\pi \times AB$. On a $\pi \times AB = 154$, d'où $AB = \dfrac{154}{\pi} \approx 49{,}02$. **AB ≈ 49,0 cm** (au millimètre près).

> 💡 **Astuce.** « Au millimètre près » avec des longueurs en cm signifie un chiffre après la virgule. Dans la figure 1, ne lis pas trop vite : la donnée utile est le codage, qui donne l'hypoténuse CA = 12 cm.

Exercice 4 – Pourcentages et tableur : les soldes *(5 pts)*

1. Une réduction de 30 % revient à payer 70 % du prix, c'est-à-dire à multiplier par $1 - 0{,}30 = 0{,}7$: $54 \times 0{,}7 = 37{,}8$. Vérification : la réduction vaut $54 \times 0{,}3 = 16{,}20$ € et $54 - 16{,}20 = 37{,}80$ €. **Le prix après réduction est 37,80 €.**

2. a) La réduction est 30 % du prix de la ligne 1 (par exemple $12 \times 0{,}3 = 3{,}60$). **Dans la cellule B2 : =B1*0,3** (ou =B1*30/100).

2. b) Le prix soldé est le prix avant réduction moins la réduction. **Dans la cellule B3 : =B1-B2** (ou =B1*0,7).

3. Le prix soldé est le prix initial multiplié par 0,7. Le prix initial est donc $42 \div 0{,}7 = 60$. Vérification : $60 \times 0{,}7 = 42$. **Le prix initial était de 60,00 €.**

> ⚠ **Piège.** Ajouter 30 % à 42 € ($42 \times 1{,}3 = 54{,}60$ €) est faux : les 30 % portent sur le prix initial, pas sur le prix soldé. Pour retrouver le prix initial, on divise par 0,7.

Exercice 5 – Aires et théorème de Thalès : aménagement d'un terrain *(5.5 pts)*

1. Le triangle PAS est rectangle en A (codage), donc son aire est $\dfrac{PA \times AS}{2} = \dfrac{30 \times 18}{2} = 270$ m².
Nombre de sacs : $270 \div 140 \approx 1{,}93$. Un seul sac ne suffit pas (140 m²) : il faut donc acheter 2 sacs.
Budget : $2 \times 13{,}90 = 27{,}80$. **La commune doit prévoir un budget de 27,80 €.**

2. Les droites (AS) et (RC) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (PR) (angles droits codés en A et en R). Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles, donc **(AS) // (RC)**.
Les points P, A, R sont alignés, les points P, S, C sont alignés et (AS) // (RC). D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$$

avec $PR = PA + AR = 30 + 10 = 40$ m. On a $\dfrac{30}{40} = \dfrac{18}{RC}$, donc $RC = \dfrac{18 \times 40}{30} = 24$ m.
Le triangle PRC est rectangle en R, son aire est $\dfrac{PR \times RC}{2} = \dfrac{40 \times 24}{2} = 480$ m².
Aire du skatepark : $480 - 270 = 210$ m².
Vérification avec la formule du trapèze (bases [AS] et [RC] parallèles, hauteur AR) : $\dfrac{(18 + 24) \times 10}{2} = 210$ m².
L'aire du skatepark est de 210 m².

Exercice 6 – Aires de polygones, fonctions et lecture graphique *(7 pts)*

Partie 1

1. Le morceau n° 1 mesure 8 cm : le carré a un côté de $8 \div 4 = 2$ cm. Le morceau n° 2 mesure $20 - 8 = 12$ cm : le triangle équilatéral a un côté de $12 \div 3 = 4$ cm.
Il faut dessiner un carré de 2 cm de côté et un triangle équilatéral de 4 cm de côté (pour le triangle : tracer un segment de 4 cm, puis deux arcs de cercle de rayon 4 cm centrés en ses extrémités ; leur point d'intersection est le troisième sommet).

2. Aire du carré : $2 \times 2 = 4$. **L'aire du carré est 4 cm².**

3. On trace une hauteur du triangle et on la mesure sur le dessin : elle mesure environ 3,5 cm (la valeur exacte est $2\sqrt{3} \approx 3{,}46$ cm). Aire $\approx \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{4 \times 3{,}5}{2} = 7$. **L'aire du triangle équilatéral est d'environ 7 cm².**

Partie 2

1. Si le morceau n° 1 mesure x cm, le carré a pour côté $\dfrac{x}{4}$ cm et pour aire $\left(\dfrac{x}{4}\right)^2 = \dfrac{x^2}{16}$. **Aire du carré : $\dfrac{x^2}{16}$ cm²** (vérification avec $x = 8$: $\dfrac{64}{16} = 4$ cm², comme à la partie 1).

2. a) On lit sur la courbe B l'abscisse du point d'ordonnée 14. **Le morceau n° 1 doit mesurer environ 3 cm.**

2. b) Les deux aires sont égales à l'abscisse du point d'intersection des courbes A et B. **Le morceau n° 1 doit mesurer environ 9,3 cm** (une lecture entre 9 et 9,5 cm est acceptable ; les deux aires valent alors environ 5,5 cm²).

Exercice 7 – Volumes : le vase, les billes et l'eau colorée *(5 pts)*

Volume intérieur du vase. Les bords ont une épaisseur de 0,2 cm de chaque côté : le côté intérieur mesure $9 - 2 \times 0{,}2 = 8{,}6$ cm. Le fond a une épaisseur de 1,7 cm : la hauteur intérieure est $21{,}7 - 1{,}7 = 20$ cm. L'intérieur est un pavé droit de volume $8{,}6 \times 8{,}6 \times 20 = 73{,}96 \times 20 = 1\,479{,}2$ cm³.

Volume des billes. Une bille a un rayon de $1{,}8 \div 2 = 0{,}9$ cm. Son volume est $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}9^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}729 = 0{,}972\pi \approx 3{,}054$ cm³. Les 150 billes occupent $150 \times 0{,}972\pi = 145{,}8\pi \approx 458{,}0$ cm³.

Place restante. $1\,479{,}2 - 458{,}0 \approx 1\,021{,}2$ cm³. Or 1 L = 1 000 cm³ et $1\,021{,}2 > 1\,000$.

Antoine peut ajouter un litre d'eau colorée sans débordement (il reste environ 21 cm³ de marge).

> ⚠ **Piège.** Avec les dimensions extérieures ($9 \times 9 \times 21{,}7$), on trouverait un volume trop grand ; et en oubliant de retirer deux fois l'épaisseur des bords (une de chaque côté), on fausse le résultat. La marge étant très faible, la moindre erreur change la conclusion.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts : commence par ceux qui rapportent vite (programmes de calcul, soldes, probabilités) et garde du temps pour l'exercice 7, où tout se joue sur la précision. Les pourcentages reviennent deux fois (exercices 1 et 4) : sache passer d'une fraction sur 500 à un pourcentage et utiliser le coefficient 0,7 dans les deux sens.

À l'exercice 3, aucune démonstration rédigée n'est exigée, mais chaque calcul doit être posé et l'outil cité (Pythagore, sinus, périmètre du cercle). À l'exercice 5, rappelle que (AS) et (RC) sont parallèles car perpendiculaires à la même droite avant d'appliquer Thalès, et calcule PR = 40 m, pas 10 m.

Pour les questions de dessin et de lecture graphique (exercice 6), soigne la construction au compas et laisse les traits de lecture sur le graphique : ce sont des points faciles. Enfin, dans l'exercice 7, la conclusion doit comparer deux volumes dans la même unité (cm^3) et répondre par une phrase à la question posée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).