# Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Métropole

Lecture graphique et formule : la marée à Brest, Réciproque de Pythagore, Thalès et Pythagore, Tableur et pourcentages : la production de vanille, QCM : inéquations, fonction affine, vitesse, Construction d'un pentagramme, Le toit de la véranda : trigonométrie, aire et pourcentage, Pizzas rondes ou carrées : équation et aires

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

## Exercice 1 – Lecture graphique et formule : la marée à Brest *(3 pts)*

**1. a)** Par lecture graphique, **à 6 heures, la hauteur d'eau dans le port de Brest était d'environ 5 m.**

**1. b)** Entre 10 h et 22 h, la courbe passe au-dessus de 3 m vers 12 h (marée montante) et redescend sous 3 m vers 20 h (marée descendante). $20 - 12 = 8$. **La hauteur d'eau a été supérieure à 3 m pendant environ 8 heures.**

**2.** On applique la formule avec $H = 7{,}4$ m, $N_0 = 4{,}2$ m et $U = 3{,}1$ m : $C = \dfrac{7{,}4 - 4{,}2}{3{,}1} \times 100 = \dfrac{3{,}2}{3{,}1} \times 100 \approx 103{,}2$. **Le coefficient de cette marée est 103** (arrondi à l'unité).

## Exercice 2 – Réciproque de Pythagore, Thalès et Pythagore *(6 pts)*

**1.** Dans le triangle IKJ, le plus grand côté est [IJ]. On calcule séparément :
$IJ^2 = 4^2 = 16$ ;
$IK^2 + KJ^2 = 3{,}2^2 + 2{,}4^2 = 10{,}24 + 5{,}76 = 16$.
On a $IJ^2 = IK^2 + KJ^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle IKJ est rectangle en K.**

**2.** D'après la question 1, (KJ) est perpendiculaire à (IL). D'après le codage de la figure, l'angle en L est droit : (LM) est aussi perpendiculaire à (IL). Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles, donc (KJ) // (LM).
Dans le triangle ILM, K appartient à [IL], J appartient à [IM] et (KJ) // (LM) : d'après le théorème de Thalès, $\dfrac{IK}{IL} = \dfrac{IJ}{IM} = \dfrac{KJ}{LM}$.
Avec $IL = IK + KL = 3{,}2 + 1{,}8 = 5$ m : $\dfrac{3{,}2}{5} = \dfrac{2{,}4}{LM}$, donc $LM = \dfrac{2{,}4 \times 5}{3{,}2} = \dfrac{12}{3{,}2} = 3{,}75$. **On a bien LM = 3,75 m.**

> ⚠ **Piège.** Le parallélisme de (KJ) et (LM) n'est pas donné : il faut le démontrer avec l'angle droit trouvé en question 1 et celui codé en L. Sans cette étape, le théorème de Thalès ne peut pas s'appliquer.

**3.** Le triangle KLM est rectangle en L. D'après le théorème de Pythagore : $KM^2 = KL^2 + LM^2 = 1{,}8^2 + 3{,}75^2 = 3{,}24 + 14{,}0625 = 17{,}3025$, donc $KM = \sqrt{17{,}3025} \approx 4{,}159\,6$ m. **KM ≈ 4,16 m** (au centimètre près).

## Exercice 3 – Tableur et pourcentages : la production de vanille *(5.5 pts)*

**1.** La cellule B15 contient le total de la colonne : on a saisi **=SOMME(B2:B14)**.

**2.** Production de l'Indonésie et de Madagascar : $3\,200 + 3\,100 = 6\,300$ milliers de tonnes. Les trois quarts de la production mondiale valent $\dfrac{3}{4} \times 8\,342 = 6\,256{,}5$ milliers de tonnes. Comme $6\,300 > 6\,256{,}5$, **oui, à eux deux, ces deux pays produisent plus des trois quarts de la production mondiale** (environ 75,5 %).

**3.** Les cinq pays qui ont le moins produit sont le Zimbabwe (11), le Kenya (15), le Malawi (22), les Comores (35) et la France (79). Leur production totale est $11 + 15 + 22 + 35 + 79 = 162$ milliers de tonnes. Pourcentage : $\dfrac{162}{8\,342} \times 100 \approx 1{,}94$. **Ces cinq pays représentent environ 2 % de la production mondiale** (arrondi à l'unité).

## Exercice 4 – QCM : inéquations, fonction affine, vitesse *(4.5 pts)*

**Question 1 :** réponse **c.** $5x - 4 \leqslant 7$. Pour $x = 2$ : $5 \times 2 - 4 = 6$ et $6 \leqslant 7$ est vrai. Les autres sont fausses : a. $2 < 2$ est faux ; b. $-4 \times 2 - 3 = -11$ et $-11 > -10$ est faux ; d. $8 - 3 \times 2 = 2$ et $2 \geqslant 3$ est faux.

**Question 2 :** réponse **graphique c**. La fonction $f : x \mapsto 2x - 8$ est affine : sa représentation est une droite qui coupe l'axe des ordonnées en $-8$ (car $f(0) = -8$) et l'axe des abscisses en 4 (car $f(4) = 2 \times 4 - 8 = 0$). Le graphique a coupe l'axe des abscisses en 2, le b et le d ne passent pas par $-8$ : seul le graphique c convient.

**Question 3 :** réponse **b. 36 km/h**. Le coureur parcourt 100 m en 10 s, soit 10 m par seconde. En une heure (3 600 s), il parcourrait $10 \times 3\,600 = 36\,000$ m, soit 36 km : sa vitesse est 36 km/h.

> 💡 **Astuce.** Pour passer des m/s aux km/h, multiplie par 3,6 : $10$ m/s $= 10 \times 3{,}6 = 36$ km/h. Et pour reconnaître la droite d'une fonction affine, deux points suffisent : celui d'abscisse 0 et celui où la fonction s'annule.

## Exercice 5 – Construction d'un pentagramme *(5 pts)*

**1.** Construction à terminer sur l'annexe (on ne peut pas la dessiner ici ; voici ce qu'il faut tracer et placer, dans l'ordre de la fiche) :

- **B** : l'autre extrémité du diamètre vertical, en bas du cercle (diamètre [AB]) ; **D** : l'autre extrémité du diamètre horizontal, à droite (diamètre [CD]) ;
- **J** : le milieu de [OC], déjà marqué d'un point sur le rayon [OC] ;
- le cercle de centre J passant par C (déjà tracé en pointillés) ;
- **M** : le point où la demi-droite [JA) coupe ce cercle de centre J ; il est situé entre J et A (déjà marqué d'un point sur la demi-droite) ;
- le cercle de centre A passant par M (déjà tracé en pointillés) ; il coupe le grand cercle en deux points, de part et d'autre de A : **E** à gauche de A et **F** à droite de A (le point déjà marqué), comme sur la figure de la fiche ;
- avec le compas ouvert de la longueur EF, on part de F et on reporte trois fois cette longueur sur le grand cercle, en s'éloignant de E : on obtient **G**, puis **H**, puis **I** ; la longueur IE est alors elle aussi égale à EF ;
- on trace enfin les segments [EG], [GI], [IF], [FH] et [HE] : on obtient l'étoile à cinq branches.

**2.** La troisième consigne se réécrit : **« Tracer le cercle de centre J passant par C »** (ou, ce qui revient au même, « le cercle de centre J et de rayon JC », c'est-à-dire le cercle de diamètre [OC]).

**3.** Les cinq points E, F, G, H, I sont sur le cercle de centre O et partagent ce cercle en cinq arcs de même longueur, car les cordes EF, FG, GH, HI et IE sont toutes égales. Les points G et H sont situés sur le même arc d'extrémités E et I (celui qui contient F, G et H). Les angles $\widehat{EGI}$ et $\widehat{EHI}$ sont donc deux angles inscrits dans le cercle qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{EI}$ : d'après la propriété des angles inscrits, ils sont égaux (chacun vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{EOI}$, soit $\dfrac{72}{2} = 36^\circ$, puisque $\widehat{EOI} = \dfrac{360}{5} = 72^\circ$). Ce raisonnement ne dépend pas du rayon du cercle de départ. **Oui, c'est le cas pour tous les pentagrammes construits avec cette méthode : les angles $\widehat{EGI}$ et $\widehat{EHI}$ sont toujours égaux (à $36^\circ$).**

## Exercice 6 – Le toit de la véranda : trigonométrie, aire et pourcentage *(7 pts)*

**1.** Il faut 19 tuiles régence par m², à 1,20 € l'unité : $19 \times 1{,}20 = 22{,}80$. **Le prix au m² des tuiles régence est 22,80 €.**

**2.** D'après le croquis, le point C est sur [BD] et le triangle DEC est rectangle en C. On a $DC = BD - BC = 3{,}10 - 2{,}10 = 1$ m et $EC = 2{,}85$ m. Dans le triangle DEC rectangle en C, [DC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{DEC}$ et [EC] le côté adjacent : $\tan\widehat{DEC} = \dfrac{DC}{EC} = \dfrac{1}{2{,}85}$, donc $\widehat{DEC} \approx 19{,}3^\circ$. Comme $19{,}3^\circ$ est supérieur à $15^\circ$ (pente minimale des tuiles romanes) et à $18^\circ$ (pente minimale des tuiles régence), **la pente du toit permet la pose des deux modèles de tuiles.**

**3.** Le toit EDGF est un rectangle de longueur EF $= 6{,}10$ m et de largeur ED.
Calcul de ED : dans le triangle DEC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, $ED^2 = EC^2 + DC^2 = 2{,}85^2 + 1^2 = 8{,}1225 + 1 = 9{,}1225$, donc $ED = \sqrt{9{,}1225} \approx 3{,}02$ m.
Aire du toit : $\mathcal{A} = ED \times EF \approx 3{,}0203 \times 6{,}10 \approx 18{,}42$ m².
On augmente cette surface de 5 %, c'est-à-dire qu'on la multiplie par $1{,}05$ : $18{,}424 \times 1{,}05 \approx 19{,}35$ m².
Nombre de tuiles romanes (13 par m²) : $19{,}345 \times 13 \approx 251{,}5$. Les tuiles étant vendues à l'unité, on arrondit à l'entier supérieur pour couvrir toute la surface. **Mélanie doit prévoir d'acheter 252 tuiles romanes.**

> ⚠ **Piège.** La surface à couvrir est celle du toit incliné EDGF, dont la largeur est ED (environ 3,02 m) et non EC (2,85 m) : il faut d'abord calculer ED avec le théorème de Pythagore. Et un nombre de tuiles s'arrondit toujours à l'unité supérieure.

## Exercice 7 – Pizzas rondes ou carrées : équation et aires *(5 pts)*

**1.** On note $x$ le prix (en euros) d'une pizza ronde ; une pizza carrée coûte alors $x + 1$. Pierre paie 14,20 € pour les deux : $x + (x + 1) = 14{,}20$, donc $2x + 1 = 14{,}20$, $2x = 13{,}20$ et $x = 6{,}60$. **Une pizza ronde coûte 6,60 € et une pizza carrée 7,60 €.** Vérification : $6{,}60 + 7{,}60 = 14{,}20$.

**2.** Les pizzas ont toutes la même épaisseur : il suffit de comparer les aires des parts.
Pizza ronde : rayon $\dfrac{34}{2} = 17$ cm, aire $\pi \times 17^2 = 289\pi \approx 907{,}9$ cm² ; une part mesure $\dfrac{289\pi}{8} \approx 113{,}5$ cm².
Pizza carrée : aire $34^2 = 1\,156$ cm² ; une part mesure $\dfrac{1\,156}{9} \approx 128{,}4$ cm².
Comme $128{,}4 > 113{,}5$, **les parts les plus grandes sont celles de la pizza carrée.**

## Conseils pour le jour J

Ce sujet mélange lecture graphique, géométrie et tâches concrètes : commence par les exercices qui te rassurent (le QCM et les pizzas se traitent en quelques minutes), mais garde du temps pour l'exercice 6, le plus long (7 points), où chaque étape s'appuie sur la précédente.

En géométrie, la rédaction compte autant que les calculs : annonce le triangle, la propriété utilisée (réciproque de Pythagore, droites perpendiculaires à une même droite, théorème de Thalès) et conclus par une phrase. Dans l'exercice 2, la question 1 sert à démontrer la question 2 : lis toujours les questions d'un exercice comme un enchaînement.

N'oublie pas la feuille annexe de l'exercice 5 : la construction est notée, alors trace proprement au compas, nomme tous les points demandés (B, D, J, M, E, F, G, H, I) et glisse l'annexe dans ta copie à la fin de l'épreuve.

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*