Corrigé – Brevet 2016 – mathématiques – Amérique du Sud

QCM : puissances, pourcentages, probabilités, Lecture graphique : distance de freinage d'un avion, Arithmétique : carreaux de mosaïque et PGCD, Théorème de Thalès : hauteur du Cristo Redentor, Mise en équation : prix des billets du Corcovado, Échelle et aires : maquette du stade Maracanã, Trigonométrie, vitesse et tableur : le Pain de Sucre

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : puissances, pourcentages, probabilités *(6 pts)*

1. Réponse : 7^{12}. Pour multiplier deux puissances d'un même nombre, on additionne les exposants : $7^6 \times 7^6 = 7^{6+6} = 7^{12}$. (On ne multiplie ni les bases, ce qui donnerait 14^6 à tort, ni les exposants, ce qui donnerait 7^{36}.)

2. Réponse : 150 m². Augmenter de 40 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{40}{100} = 1{,}4$. La superficie de départ est donc $210 \div 1{,}4 = 150$ m². Vérification : $150 \times 1{,}4 = 210$.

> ⚠ **Piège.** Retirer 40 % de 210 m² ($210 \times 0{,}6 = 126$ m²) est faux : les 40 % portent sur l'ancienne superficie, pas sur la nouvelle. Pour revenir en arrière, on **divise** par le coefficient multiplicateur 1,4.

3. Réponse : $\dfrac{2}{3}$. Les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6, soit 4 issues favorables sur 6 issues équiprobables : $p = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

Exercice 2 – Lecture graphique : distance de freinage d'un avion *(6 pts)*

1. a) On place 320 km.h^{-1} sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe « confort » et on lit l'ordonnée. **La distance de freinage « confort » est d'environ 2 400 m.**

1. b) On place 1 500 m sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe « rapide » et on lit l'abscisse. **La vitesse d'atterrissage est d'environ 360 km.h^{-1}.**

2. a) Pour une vitesse de 260 km.h^{-1}, la courbe « confort » donne une distance de freinage d'environ 1 600 m. Or la sortie 1 est à 900 m et la sortie 2 à 1 450 m, distances inférieures à 1 600 m, tandis que la sortie 3 est à 2 050 m, distance supérieure à 1 600 m. **L'avion dépassera les sorties 1 et 2** (il pourra emprunter la sortie 3).

2. b) Pour emprunter la sortie 1, l'avion doit s'arrêter en 900 m au plus. On place 900 m sur l'axe des ordonnées et on lit l'abscisse du point de la courbe « rapide » d'ordonnée 900 : on trouve environ 275 km.h^{-1}. Au-delà, la distance de freinage dépasse 900 m. **La vitesse maximale d'atterrissage est d'environ 275 km.h^{-1}** (une lecture entre 270 et 280 km.h^{-1} est acceptable avec la précision du graphique).

> 💡 **Astuce.** Sur ta copie, laisse les traits de lecture en pointillés sur le graphique (verticaux et horizontaux) : même si la valeur lue est un peu décalée, le correcteur voit que la méthode est juste.

Exercice 3 – Arithmétique : carreaux de mosaïque et PGCD *(5 pts)*

1. Pour paver le rectangle sans découpe avec des carreaux carrés de côté c, il faut que c divise à la fois 108 et 225 (un nombre entier de carreaux sur la largeur et sur la longueur).
Carreaux de 3 cm : $108 = 3 \times 36$ et $225 = 3 \times 75$. 3 divise 108 et 225, **donc Carole peut utiliser des carreaux de 3 cm de côté** (il en faudrait $36 \times 75 = 2\,700$).

Carreaux de 6 cm : $225 \div 6 = 37{,}5$ n'est pas un entier (225 est impair, il n'est pas divisible par 6). **Carole ne peut donc pas utiliser des carreaux de 6 cm de côté.**

2. La dimension maximale est le plus grand diviseur commun de 108 et de 225, c'est-à-dire leur PGCD. Par l'algorithme d'Euclide :
$225 = 2 \times 108 + 9$
$108 = 12 \times 9 + 0$
Le dernier reste non nul est 9, donc $\text{PGCD}(225 ; 108) = 9$. (Par décomposition : $108 = 2^2 \times 3^3$ et $225 = 3^2 \times 5^2$, d'où $\text{PGCD} = 3^2 = 9$.)
La dimension maximale des carreaux est 9 cm de côté.
Nombre de carreaux : $108 \div 9 = 12$ carreaux sur la largeur et $225 \div 9 = 25$ carreaux sur la longueur, soit $12 \times 25 = 300$. Vérification par les aires : $\dfrac{108 \times 225}{9 \times 9} = \dfrac{24\,300}{81} = 300$. **Carole utilisera 300 carreaux.**

Exercice 4 – Théorème de Thalès : hauteur du Cristo Redentor *(3 pts)*

Le monument [SC] et Julien [TJ] sont tous deux perpendiculaires au sol, c'est-à-dire à la droite (CM). Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles, donc **(TJ) // (SC)**.

Les points M, J, C sont alignés, les points M, T, S sont alignés et (TJ) // (SC). D'après le **théorème de Thalès** dans les triangles MJT et MCS :

$$\frac{MJ}{MC} = \frac{MT}{MS} = \frac{JT}{CS}$$

On convertit dans la même unité : $MJ = 50$ cm $= 0{,}5$ m, $MC = 10$ m et $JT = 1{,}90$ m. On obtient $\dfrac{0{,}5}{10} = \dfrac{1{,}9}{SC}$, donc $SC = \dfrac{1{,}9 \times 10}{0{,}5} = \dfrac{19}{0{,}5} = 38$.
Vérification : $\dfrac{1{,}9}{38} = 0{,}05 = \dfrac{0{,}5}{10}$.

La statue mesure 38 m de hauteur, socle compris.

> ⚠ **Piège.** Les 10 m sont la distance de Magali à la statue (MC), pas la distance de Julien à la statue (JC = 9,5 m). Et 50 cm doit être converti en 0,5 m avant le calcul.

Exercice 5 – Mise en équation : prix des billets du Corcovado *(6 pts)*

Dans ce corrigé, la monnaie brésilienne est notée « réais » (R suivi du symbole dollar dans le sujet).

1. Le ticket de caisse indique « HAUTE SAISON » pour le 09/02/2016. Le tarif à partir de 11 ans est alors de 62,00 réais. **Le prix de la visite pour un adulte le 09/02/2016 est de 62 réais.**

2. Le total de 329 réais correspond à 4 adultes, 3 enfants de 6 à 11 ans (tarif réduit) et 2 enfants de moins de 6 ans (gratuit, donc 0 réais).
Les 4 adultes paient $4 \times 62 = 248$ réais. Il reste pour les 3 enfants : $329 - 248 = 81$ réais.
Un enfant de 6 à 11 ans paie donc $81 \div 3 = 27$ réais.
Vérification : $4 \times 62 + 3 \times 27 + 2 \times 0 = 248 + 81 + 0 = 329$. **Le prix pour un enfant de 6 à 11 ans est de 27 réais.**

Exercice 6 – Échelle et aires : maquette du stade Maracanã *(4 pts)*

1. À l'échelle $\dfrac{1}{300}$, toutes les longueurs réelles sont divisées par 300 :
– longueur : $317 \div 300 \approx 1{,}0567$ m, soit environ **106 cm** ;

– largeur : $279 \div 300 = 0{,}93$ m, soit **93 cm** ;
– hauteur : $32 \div 300 \approx 0{,}1067$ m, soit environ **11 cm**.
La reproduction mesurera environ 106 cm sur 93 cm, pour une hauteur d'environ 11 cm.

2. a) Dans une réduction de rapport $k = \dfrac{1}{300}$, les aires sont multipliées par $k^2 = \dfrac{1}{90\,000}$. La superficie de la reproduction est donc $\dfrac{69\,500}{90\,000} \approx 0{,}772$ m². **La superficie de la reproduction est d'environ 0,77 m².**

> ⚠ **Piège.** Les longueurs sont divisées par 300, mais les aires sont divisées par $300^2 = 90\,000$. Diviser 69 500 par 300 donnerait une superficie absurde de plus de 231 m².

2. b) L'aire suffit, puisque $0{,}77 < 1$ m². Mais la reproduction mesure environ 1,06 m de long : si l'espace de 1 m² est par exemple un carré de 1 m de côté, la reproduction n'y tient pas, car $1{,}06 > 1$. **Le sculpteur n'est donc pas certain de pouvoir réaliser sa reproduction : cela dépend de la forme de l'espace dont il dispose** (il faut qu'il mesure au moins 1,06 m dans une direction et 0,93 m dans l'autre).

Exercice 7 – Trigonométrie, vitesse et tableur : le Pain de Sucre *(7 pts)*

1. Le point O est à la même altitude que U (220 m) et à la verticale de S, donc $OS = 396 - 220 = 176$ m. Dans le triangle UOS rectangle en O, [OS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{OUS}$ et [US] est l'hypoténuse. On utilise le **sinus** : $\sin \widehat{OUS} = \dfrac{OS}{US} = \dfrac{176}{762} \approx 0{,}231$.
À la calculatrice : $\widehat{OUS} = \arcsin\left(\dfrac{176}{762}\right) \approx 13{,}4°$. **Le câble forme avec l'horizontale un angle d'environ 13°.**

2. On convertit la durée en secondes : 6 min 30 s $= 6 \times 60 + 30 = 390$ s. La vitesse moyenne est $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{762}{390} \approx 1{,}95$ m/s. **La vitesse moyenne du téléphérique est d'environ 2 m/s.**

3. a) La formule =SOMME(B2:G2) additionne les nombres de visiteurs de toutes les tranches horaires, de 8 h à 20 h. **Le nombre 615 est le nombre total de visiteurs du Pain de Sucre sur la journée.**

3. b) Le nombre de visiteurs entre 12 h 00 et 14 h 00 est celui de la cellule D2, masquée. On a : $122 + 140 + 63 + 75 + 118 = 518$, donc $D2 = 615 - 518 = 97$. Vérification : $122 + 140 + 97 + 63 + 75 + 118 = 615$. **Il y a eu 97 visiteurs entre 12 h 00 et 14 h 00.**

4. =MOYENNE(B2:G2)/2
(Une formule de tableur commence toujours par le signe « = » ; MOYENNE(B2:G2) donne le nombre moyen de visiteurs par tranche de **deux** heures, soit 102,5, qu'il faut diviser par 2 pour obtenir un nombre moyen par heure : $615 \div 12 = 51{,}25$.)

Conseils pour le jour J

Ce sujet balaie beaucoup de chapitres différents à travers le fil rouge de Rio : avant de calculer, repère l'outil attendu dans chaque exercice (PGCD à l'exercice 3, Thalès à l'exercice 4, sinus à l'exercice 7) et nomme-le sur ta copie. Les exercices 4 et 5 sont courts et rapportent vite des points : commence par eux si tu manques de confiance.

Les pièges sont surtout dans les unités et les données : convertis 50 cm en 0,5 m, 6 min 30 s en 390 s, et repère que l'altitude de U doit être retranchée de celle de S pour obtenir OS = 176 m. À l'exercice 6, souviens-toi que les aires se divisent par le carré de l'échelle, et lis bien « Est-il certain ? » : la superficie ne suffit pas, la forme compte.

Pour les lectures graphiques, trace tes pointillés sur le graphique et donne des valeurs « environ » : le correcteur accepte une petite marge, mais pas l'absence de méthode. Enfin, au tableur, n'oublie jamais le signe « = » au début d'une formule.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).