Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Pondichéry

QCM : calcul littéral, équation, fonctions, tableur, Arithmétique : œufs et poissons en chocolat, Tâche complexe : choisir l'emplacement le plus rentable, Pyramide, section plane et volume du flacon, Probabilités : le jeu des portes et des enveloppes, Triangle inscrit dans un demi-cercle : vrai ou faux, Mise en équation : triangles découpés dans les coins

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : calcul littéral, équation, fonctions, tableur *(5 pts)*

La justification n'est pas demandée sur la copie ; elle est donnée ici pour comprendre.

1. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: $(x-1)^2 = x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$.
Réponse B : $x^2 - 2x + 1$**.** (La réponse A, $(x-1)(x+1)$, vaut $x^2 - 1$.)

2. On teste chaque valeur dans $2x^2 + 3x - 2$:
pour $x = 0$: $2 \times 0 + 0 - 2 = -2 \neq 0$;
pour $x = 2$: $2 \times 4 + 6 - 2 = 12 \neq 0$;
pour $x = -2$: $2 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2 = 8 - 6 - 2 = 0$.
Réponse C : -2**.**

3. On cherche x tel que $f(x) = -7$, c'est-à-dire $3x + 2 = -7$, donc $3x = -9$ et $x = -3$. Vérification : $f(-3) = 3 \times (-3) + 2 = -9 + 2 = -7$. **Réponse B :** -3**.**

4. Une loupe agrandit les longueurs mais **conserve les angles** : un agrandissement ne modifie pas la forme de la figure. **Réponse C :** 18°**.**

5. La valeur de x se trouve dans la cellule A2 ; dans un tableur, la puissance s'écrit avec le symbole ^. Pour calculer $g(-2) = (-2)^2 + 7$, on saisit donc dans B2 : **Réponse A :** `=A2^2+7`. La formule C calcule $2 \times x + 7$ et non $x^2 + 7$; la formule B n'utilise pas la cellule A2 (elle ne s'adapterait pas si l'on changeait la valeur de x), et l'écriture -2^2 est piégeuse, car en mathématiques $-2^2 = -4$.

> ⚠ **Piège.** Ne confonds pas $(-2)^2 = 4$ et $-2^2 = -4$: sans parenthèses, le carré ne porte que sur 2. Et dans un tableur, le symbole * est la multiplication, pas la puissance.

Exercice 2 – Arithmétique : œufs et poissons en chocolat *(4 pts)*

1. Pour faire 19 paquets identiques sans reste, il faut que 19 divise à la fois 2 622 et 2 530.
$2\,622 = 19 \times 138$: 19 divise bien 2 622.
$2\,530 = 19 \times 133 + 3$: la division de 2 530 par 19 laisse un reste de 3, donc 19 ne divise pas 2 530.
Le chocolatier ne peut pas faire 19 paquets : il lui resterait 3 poissons.

2. Le nombre de paquets doit être un diviseur commun de 2 622 et 2 530 ; le plus grand nombre de paquets est donc leur **PGCD**. On le calcule avec l'**algorithme d'Euclide** :
$2\,622 = 2\,530 \times 1 + 92$
$2\,530 = 92 \times 27 + 46$
$92 = 46 \times 2 + 0$
Le dernier reste non nul est 46, donc $\text{PGCD}(2\,622\,;\,2\,530) = 46$.
Composition de chaque paquet : $2\,622 \div 46 = 57$ œufs et $2\,530 \div 46 = 55$ poissons (vérification : $46 \times 57 = 2\,622$ et $46 \times 55 = 2\,530$).
Le chocolatier peut réaliser au maximum 46 paquets, contenant chacun 57 œufs et 55 poissons.

Exercice 3 – Tâche complexe : choisir l'emplacement le plus rentable

(6 pts)

Nombre de jours. Du 1er juin au 31 août inclus, il y a $30 + 31 + 31 = 92$ jours.
Le soleil brille 75 % du temps : $92 \times 0{,}75 = 69$ jours de soleil, donc $92 - 69 = 23$ jours nuageux ou pluvieux.

La paillotte.
Recettes : $69 \times 500 + 23 \times 50 = 34\,500 + 1\,150 = 35\,650$ €.
Loyer : 3 mois à 2 500 € : $3 \times 2\,500 = 7\,500$ €.
Gain après loyer : $35\,650 - 7\,500 = 28\,150$ €.

La boutique.
Recettes : $69 \times 350 + 23 \times 300 = 24\,150 + 6\,900 = 31\,050$ €.
Loyer : 92 jours à 60 € : $92 \times 60 = 5\,520$ €.
Gain après loyer : $31\,050 - 5\,520 = 25\,530$ €.

Conclusion. $28\,150 > 25\,530$: la paillotte rapporte $28\,150 - 25\,530 = 2\,620$ € de plus. **L'emplacement le plus rentable pour Peio est la paillotte sur la plage.**

> 💡 **Astuce.** Dans une tâche complexe, commence par calculer les données communes (ici, 92 jours, dont 69 de soleil et 23 de pluie), puis présente les deux emplacements de la même façon : recettes, loyer, gain. Le correcteur suit ainsi ton raisonnement d'un coup d'œil.

Exercice 4 – Pyramide, section plane et volume du flacon *(6 pts)*

1. Le volume d'une pyramide est $V = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
La base ABC est un triangle rectangle et isocèle en A, donc $AC = AB = 7{,}5$ cm et son aire vaut $\dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{7{,}5 \times 7{,}5}{2} = 28{,}125$ cm².
La hauteur est $AS = 15$ cm : $V = \dfrac{28{,}125 \times 15}{3} = 140{,}625$ cm³.
Le volume de la pyramide SABC est d'environ 141 cm³.

2. a. La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de cette base. **La section S′MN est donc un triangle rectangle et isocèle en S′**, de même forme que ABC.

2. b. Dans le triangle SAC, le point S′ appartient à [SA], N appartient à [SC], et les droites (S′N) et (AC) sont parallèles (le plan P est parallèle à la base). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{SS'}{SA} = \dfrac{S'N}{AC}$, soit $\dfrac{6}{15} = \dfrac{S'N}{7{,}5}$.
Donc $S'N = \dfrac{6 \times 7{,}5}{15} = \dfrac{45}{15} = 3$. **S′N = 3 cm.**

3. Le parfum occupe la pyramide SABC privée du bouchon SS′MN. Le bouchon est une réduction de la pyramide SABC de coefficient $k = \dfrac{SS'}{SA} = \dfrac{6}{15} = 0{,}4$. Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3 :
$V_{\text{bouchon}} = 0{,}4^3 \times 140{,}625 = 0{,}064 \times 140{,}625 = 9$ cm³.
(Vérification directe : la base S′MN a pour aire $\dfrac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$ cm² et la hauteur est SS′ = 6 cm, donc $V = \dfrac{4{,}5 \times 6}{3} = 9$ cm³.)
Volume de parfum : $140{,}625 - 9 = 131{,}625$ cm³.
La bouteille peut contenir au maximum 131,625 cm³ de parfum, soit environ 132 cm³.

> ⚠ **Piège.** Le coefficient de réduction s'applique au cube pour les volumes : $0{,}4^3 = 0{,}064$, et non 0,4. Si tu multiplies le volume par 0,4, tu trouves un bouchon de plus de 56 cm³, ce qui est absurde.

Exercice 5 – Probabilités : le jeu des portes et des enveloppes *(4 pts)*

1. Le candidat choisit une porte parmi 5, toutes équiprobables, et une seule mène à la salle du trésor : $p = \dfrac{1}{5}$. **La probabilité d'accéder à la salle du trésor est $\dfrac{1}{5}$, soit 0,2.**

2. a. Dans la salle du trésor, il y a 8 enveloppes : 1 enveloppe de 1 000 €, 5 enveloppes de 200 € et $8 - 1 - 5 = 2$ enveloppes de 100 €. On peut représenter la situation par un arbre partant de « Salle du trésor », avec trois branches :

- 1 000 €, probabilité $\dfrac{1}{8}$;
- 200 €, probabilité $\dfrac{5}{8}$;
- 100 €, probabilité $\dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$.

(On peut aussi dessiner les 8 enveloppes avec leur montant : 1 000 ; 200 ; 200 ; 200 ; 200 ; 200 ; 100 ; 100.) La somme des probabilités vaut bien $\dfrac{1+5+2}{8} = 1$.

2. b. « Gagner au moins 200 € », c'est gagner 200 € ou 1 000 € : il y a $1 + 5 = 6$ enveloppes favorables sur 8. $p = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$. **La probabilité de gagner au moins 200 € est $\dfrac{3}{4}$, soit 0,75.**

3. Dans la salle de consolation, 5 enveloppes sur 8 contiennent 100 €, donc $8 - 5 = 3$ enveloppes sont vides. $p = \dfrac{3}{8}$. **La probabilité qu'il ne gagne rien est $\dfrac{3}{8}$, soit 0,375.**

Exercice 6 – Triangle inscrit dans un demi-cercle : vrai ou faux *(7 pts)*

1. Construction en vraie grandeur : on trace un segment [AB] de 12 cm et on place son milieu O (à 6 cm de A). On trace le cercle de centre O passant par A, donc de rayon 6 cm. Avec le compas, on reporte depuis A une longueur de 6 cm sur ce cercle : on obtient le point C. On relie A, B et C. On peut vérifier au rapporteur que l'angle $\widehat{ABC}$ mesure bien 30°.

2. a. Vrai. Le point C appartient au cercle de diamètre [AB] (le cercle de centre O, milieu de [AB], passant par A). Or, si un triangle est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre l'un de ses côtés, alors il est rectangle et ce côté est son hypoténuse. **Le triangle ABC est rectangle en C.** (Autre justification : $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et, comme on le verra, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, donc $\widehat{ACB} = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$.)

2. b. Faux. Le triangle ABC est rectangle en C, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AC^2 + BC^2$, d'où $BC^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108$ et $BC = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \approx 10{,}39$ cm. Comme $10^2 = 100 \neq 108$, **le segment [BC] ne mesure pas 10 cm**.

2. c. Vrai. On a OA = OC = 6 cm (rayons du cercle) et AC = 6 cm : le triangle AOC a ses trois côtés égaux, il est **équilatéral**. Or les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. **L'angle $\widehat{AOC}$ mesure 60°.**

2. d. Vrai. Le triangle ABC est rectangle en C, ses côtés de l'angle droit sont [AC] et [BC] : $\mathcal{A} = \dfrac{AC \times BC}{2} = \dfrac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ cm², soit environ 31,2 cm². **L'aire du triangle ABC est bien $18\sqrt{3}$ cm².**

2. e. Faux. Les points A, O et B sont alignés, donc les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires : $\widehat{BOC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. (Autre méthode : le triangle OBC est isocèle en O car OB = OC = 6 cm, donc $\widehat{OCB} = \widehat{OBC} = 30^\circ$ et $\widehat{BOC} = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$.) **L'angle $\widehat{BOC}$ mesure 120°, et non 31°.**

> 💡 **Astuce.** Pour montrer qu'une affirmation est fausse, il suffit de calculer la vraie valeur et de la comparer. Pour montrer qu'elle est vraie, cite la propriété utilisée (cercle de diamètre, triangle équilatéral, Pythagore).

Exercice 7 – Mise en équation : triangles découpés dans les coins *(4 pts)*

Appelons x la longueur, en cm, du côté de chacun des trois petits triangles équilatéraux (avec $0 < x < 3$ pour que l'hexagone existe).

Somme des périmètres des trois petits triangles : chacun a un périmètre de $3x$, donc la somme vaut $3 \times 3x = 9x$.

Périmètre de l'hexagone gris : sur chaque côté du grand triangle (6 cm), on a retiré deux longueurs x (une à chaque coin), il reste donc $6 - 2x$; l'hexagone a trois côtés de cette longueur. Ses trois autres côtés sont les côtés de coupe des petits triangles, de longueur x. Son périmètre vaut donc $3(6 - 2x) + 3x = 18 - 6x + 3x = 18 - 3x$.

Équation : $9x = 18 - 3x$, soit $12x = 18$, donc $x = \dfrac{18}{12} = 1{,}5$.

Vérification : pour $x = 1{,}5$, la somme des périmètres des petits triangles vaut $9 \times 1{,}5 = 13{,}5$ cm et le périmètre de l'hexagone vaut $18 - 3 \times 1{,}5 = 18 - 4{,}5 = 13{,}5$ cm. Les deux sont égaux.

Le côté des petits triangles mesure 1,5 cm.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et indépendants : commence par ceux où tu te sens le plus à l'aise, mais numérote clairement chaque réponse. Dans le QCM, recopie bien l'affirmation juste comme le demande la consigne, et vérifie tes réponses en remplaçant (par exemple $f(-3) = -7$).

Les exercices 3 et 7 sont des problèmes ouverts : toute piste est prise en compte. Pose clairement l'inconnue ou les étapes (nombre de jours, recettes, loyers, gain ; ou x et les deux périmètres), écris une phrase de conclusion et vérifie ton résultat en le remplaçant dans l'énoncé.

En géométrie, ce qui rapporte des points, c'est la propriété nommée : « cercle de diamètre [AB] », « théorème de Thalès », « triangle équilatéral ». Pour le volume du parfum, n'oublie pas de retirer le bouchon et pense au coefficient au cube.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).