Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Polynésie

Probabilités : tirage de jetons dans un sac, Lecture graphique : niveau de bruit et distance, Géométrie : Pythagore, trigonométrie et Thalès, Pourcentage, puissance de 2 et identité remarquable, Les 24 heures du Mans : tours, vitesse moyenne et conversion, Programme de calcul, tableur et équation, Rénovation d'une piscine : volume, durée et peinture

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités : tirage de jetons dans un sac *(3 pts)*

Il reste 8 jetons dans le sac : 5, 14, 26, 18, 5, 9, 18, 20. Tous ont la même probabilité d'être tirés : on est dans une situation d'équiprobabilité, donc $p = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$.

1. a. Deux jetons portent le nombre 18 sur les 8 jetons. $p = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$. **La probabilité que Sarah tire un jeton « 18 » est $\dfrac{1}{4}$ (soit 0,25).**

1. b. Les multiples de 5 parmi les jetons sont 5, 5 et 20 (14, 26, 18, 9 et 18 ne sont pas divisibles par 5). Il y a donc 3 issues favorables sur 8 : $p = \dfrac{3}{8}$. **La probabilité de tirer un multiple de 5 est $\dfrac{3}{8}$ (soit 0,375).**

2. Sarah garde le jeton « 26 » : il reste 7 jetons dans le sac (5, 14, 18, 5, 9, 18, 20). Le 26 n'étant pas un multiple de 5, les trois jetons favorables 5, 5 et 20 sont toujours là. La probabilité devient $p = \dfrac{3}{7}$.
Or $\dfrac{3}{7} \approx 0{,}43$ et $\dfrac{3}{8} = 0{,}375$: on a $\dfrac{3}{7} \neq \dfrac{3}{8}$. **La probabilité n'est pas la même : elle est plus grande pour Djamel ($\dfrac{3}{7}$ contre $\dfrac{3}{8}$).**

> ⚠ **Piège.** Le nombre de jetons favorables n'a pas changé, mais le nombre total, lui, est passé de 8 à 7. Une probabilité se recalcule toujours avec le nouveau contenu du sac.

Exercice 2 – Lecture graphique : niveau de bruit et distance *(4 pts)*

1. a. On place 100 m sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe puis on lit l'ordonnée : la courbe passe un peu au-dessus de la graduation 45 dB. **À 100 mètres de la tondeuse, le niveau de bruit est d'environ 46 dB** (lecture graphique, entre 46 et 47 dB).

1. b. On place 60 dB sur l'axe des ordonnées, on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe puis on lit l'abscisse. **Le niveau de bruit est égal à 60 dB à environ 35 mètres de la tondeuse.**

2. Sur le graphique de la machine A, à 5 m de la machine, la courbe passe juste en dessous de la graduation 90 dB : le niveau de bruit vaut environ 88 dB. Le casque est donc obligatoire dès que le niveau de bruit atteint environ 88 dB.
Sur le graphique de la machine B, on cherche la distance pour laquelle le niveau de bruit vaut ce même niveau d'environ 88 dB : la courbe B coupe la droite horizontale 90 dB vers 8 m et descend à 88 dB vers 9 m. **Pour la machine B, le port du casque est obligatoire quand on se trouve à moins d'environ 9 m de la machine** (entre 8,5 et 9,5 m selon la précision de la lecture).

> 💡 **Astuce.** Ici, la méthode compte plus que la valeur exacte : lis d'abord le niveau de bruit de la machine A à 5 m, puis reporte ce même niveau sur le graphique B et lis la distance correspondante. Laisse tes tracés de lecture (pointillés) bien visibles sur le graphique.

Exercice 3 – Géométrie : Pythagore, trigonométrie et Thalès *(8 pts)*

1. Construction en vraie grandeur (sans utiliser ce qu'on démontrera ensuite) :

- tracer le segment [HK] de longueur 2,4 cm ;
- tracer un arc de cercle de centre H et de rayon 3,2 cm, puis un arc de centre K et de rayon 4 cm : leur point d'intersection est J ;
- prolonger la droite (KH) au-delà de H ;
- tracer un arc de cercle de centre J et de rayon 6,8 cm : il coupe la demi-droite d'origine H, du côté opposé à K, au point I ;
- tracer les segments [IJ], [JK] et [JH].

2. Dans le triangle JHK, le plus grand côté est [JK].
D'une part : $JK^2 = 4^2 = 16$.
D'autre part : $JH^2 + HK^2 = 3{,}2^2 + 2{,}4^2 = 10{,}24 + 5{,}76 = 16$.
On constate que $JK^2 = JH^2 + HK^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle JHK est rectangle en H. Comme les points I, H et K sont alignés, **les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires**.

3. D'après la question 2, la droite (JH) est perpendiculaire à (IK), donc le triangle IHJ est rectangle en H.
D'après le **théorème de Pythagore** : $IJ^2 = IH^2 + JH^2$, donc $IH^2 = IJ^2 - JH^2 = 6{,}8^2 - 3{,}2^2 = 46{,}24 - 10{,}24 = 36$.
Une longueur étant positive, $IH = \sqrt{36} = 6$. **On a bien IH = 6 cm.**

4. Dans le triangle JHK rectangle en H, pour l'angle $\widehat{HJK}$, le côté [JH] est le côté adjacent et [JK] est l'hypoténuse. D'après la formule du **cosinus** : $\cos\widehat{HJK} = \dfrac{JH}{JK} = \dfrac{3{,}2}{4} = 0{,}8$.
À la calculatrice : $\widehat{HJK} = \arccos(0{,}8) \approx 36{,}87°$. **L'angle $\widehat{HJK}$ mesure environ 37° (arrondi au degré).**
Vérification avec le sinus : $\sin\widehat{HJK} = \dfrac{HK}{JK} = \dfrac{2{,}4}{4} = 0{,}6$ et $\arcsin(0{,}6) \approx 36{,}87°$: même résultat.

> ⚠ **Piège.** Vérifie que ta calculatrice est en mode « degrés » avant d'utiliser arccos : en radians, tu obtiendrais 0,64, ce qui n'a aucun sens pour un angle de figure.

5. On trace la parallèle à (IJ) passant par K (à l'équerre et à la règle, en faisant glisser l'équerre). Elle coupe la droite (JH) en un point L situé de l'autre côté de H par rapport à J, c'est-à-dire sous la droite (IK). On place L et on trace le segment [LK].

6. Les droites (IK) et (JL) sont sécantes en H, et les droites (IJ) et (LK) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** (configuration « papillon ») dans les triangles HIJ et HKL :

$$\frac{HK}{HI} = \frac{HL}{HJ} = \frac{LK}{IJ}$$

Or $\dfrac{HK}{HI} = \dfrac{2{,}4}{6} = 0{,}4$. Donc $\dfrac{LK}{IJ} = 0{,}4$, c'est-à-dire $\mathbf{LK = 0{,}4 \times IJ}$.
(Numériquement : $LK = 0{,}4 \times 6{,}8 = 2{,}72$ cm, ce qu'on peut contrôler sur la figure.)

Exercice 4 – Pourcentage, puissance de 2 et identité remarquable *(4,5 pts)*

1. Le prix passe de 80 € à 60 € : la réduction est de $80 - 60 = 20$ €. En pourcentage de l'ancien prix : $\dfrac{20}{80} = 0{,}25 = \dfrac{25}{100}$.

Vérification : $80 \times \left(1 - \dfrac{25}{100}\right) = 80 \times 0{,}75 = 60$ €. **Le nombre caché par la tache est 25 (soldes de 25 %).**

2. On calcule les puissances successives de 2 : $2^{10} = 1\,024$, donc $2^{11} = 2 \times 1\,024 = 2\,048$. **2 048 est égal à 2^{11}.**

3. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 1$:
$(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$.
Jules a trouvé $4x^2 - 4x - 1$: le dernier terme est faux ($1^2 = +1$). Contre-exemple pour $x = 0$: $(2 \times 0 - 1)^2 = (-1)^2 = 1$, alors que $4 \times 0^2 - 4 \times 0 - 1 = -1$. **Jules a tort : $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$.**

> 💡 **Astuce.** Pour vérifier un développement, remplace x par une valeur simple (0 ou 1) dans les deux expressions : si les résultats diffèrent, le développement est faux, et c'est une justification complète.

Exercice 5 – Les 24 heures du Mans : tours, vitesse moyenne et conversion *(4,5 pts)*

1. D'après les documents 2 et 3, un tour mesure 13,629 km et l'Audi R15+ a parcouru 5 405,470 km. On divise : $\dfrac{5\,405{,}470}{13{,}629} \approx 396{,}6$.
Vérification : $396 \times 13{,}629 = 5\,397{,}084$ km et $397 \times 13{,}629 = 5\,410{,}713$ km, ce qui dépasse la distance parcourue. **La voiture a effectué 396 tours complets.**

2. La course dure 24 heures (document 1). La vitesse moyenne est $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{5\,405{,}470 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 225{,}23$ km/h. **La vitesse moyenne de l'Audi R15+ est d'environ 225 km/h (arrondie à l'unité).**

3. On convertit la vitesse de la voiture n° 37 en km/h. D'après le document 4, 1 mile $\approx 1\,609$ m $= 1{,}609$ km. 205 mph signifie 205 miles en une heure, soit $205 \times 1{,}609 = 329{,}845$ km en une heure. La voiture n° 37 roule donc à environ 330 km/h.
Comme $330 > 310$, **la voiture n° 37 est la plus rapide.**

Exercice 6 – Programme de calcul, tableur et équation *(5 pts)*

1. Nombre choisi : 7. On ajoute 1 : $7 + 1 = 8$. Carré : $8^2 = 64$. On soustrait 9 : $64 - 9 = 55$. **On obtient bien 55.**

2. Nombre choisi : -6. On ajoute 1 : $-6 + 1 = -5$. Carré : $(-5)^2 = 25$. On soustrait 9 : $25 - 9 = 16$. **Le résultat obtenu est 16.**

> ⚠ **Piège.** Le carré d'un nombre négatif est positif : $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$, et non -25.

3. La colonne B contient le résultat de la 1re étape, c'est-à-dire le nombre de départ (colonne A) augmenté de 1. **Jim a saisi dans la cellule B2 la formule `=A2+1`** (on vérifie : $-0{,}4 + 1 = 0{,}6$, valeur affichée en B2).

4. Si on note x le nombre choisi, le programme donne $(x+1)^2 - 9$. On résout $(x+1)^2 - 9 = 0$.
On reconnaît une différence de deux carrés $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ avec $a = x+1$ et $b = 3$:
$(x + 1 - 3)(x + 1 + 3) = 0$, soit $(x-2)(x+4) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x - 2 = 0$ ou $x + 4 = 0$, donc $x = 2$ ou $x = -4$.
Vérification : $(2+1)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$ (c'est d'ailleurs la ligne 14 du tableur) et $(-4+1)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$. **Les deux nombres qui donnent 0 sont 2 et -4.**

Exercice 7 – Rénovation d'une piscine : volume, durée et peinture *(7 pts)*

1. La piscine est un pavé droit de 10 m de long, 4 m de large et 1,2 m de profondeur. Son volume est $V = L \times \ell \times h = 10 \times 4 \times 1{,}2 = 48$ m³.
La pompe vide 14 m³ par heure (document 2). Durée de vidange : $t = \dfrac{48}{14} \approx 3{,}43$ h. Or $0{,}43 \text{ h} \approx 0{,}43 \times 60 \approx 26$ min, donc la vidange dure environ 3 h 26 min.
Autre façon : en 4 heures, la pompe vide $4 \times 14 = 56$ m³, et $56 > 48$. **Oui, la piscine sera vide en moins de 4 heures (environ 3 h 26 min).**

2. *Surface intérieure à peindre* (le fond et les quatre parois, pas le dessus) :

- le fond : $10 \times 4 = 40$ m² ;
- les deux grandes parois : $2 \times (10 \times 1{,}2) = 2 \times 12 = 24$ m² ;
- les deux petites parois : $2 \times (4 \times 1{,}2) = 2 \times 4{,}8 = 9{,}6$ m².

Surface totale : $40 + 24 + 9{,}6 = 73{,}6$ m².
Quantité de peinture : il faut 2 couches, soit une surface à couvrir de $2 \times 73{,}6 = 147{,}2$ m². Un litre couvre 6 m², donc il faut $\dfrac{147{,}2}{6} \approx 24{,}53$ litres.
Nombre de seaux : un seau contient 3 litres, donc $\dfrac{24{,}53}{3} \approx 8{,}18$ seaux. On ne peut acheter que des seaux entiers : 8 seaux (24 L) ne suffisent pas, il en faut **9**.
Coût : $9 \times 69{,}99 = 629{,}91$ €. **Le coût de la rénovation (peinture) est de 629,91 €.**

> ⚠ **Piège.** Trois oublis classiques coûtent des points ici : oublier le fond de la piscine, oublier la deuxième couche, et arrondir 8,18 seaux à 8 au lieu de 9 (on arrondit toujours au seau supérieur).

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte beaucoup d'exercices courts : commence par ceux qui rapportent des points rapidement (exercice 1 sur les probabilités, exercice 4, exercice 6) puis garde du temps pour la géométrie de l'exercice 3 (8 points) et les problèmes à documents des exercices 5 et 7. Dans ces deux derniers, chaque étape compte : écris une phrase pour dire ce que tu calcules (« volume de la piscine », « surface à peindre »…) avant de poser l'opération.

Pour les lectures graphiques de l'exercice 2, trace tes pointillés de lecture sur le sujet et donne une valeur approchée avec « environ » : on attend une lecture raisonnable, pas une précision au décibel près. En géométrie, nomme toujours le théorème utilisé et distingue bien le théorème de Pythagore (calculer une longueur) de sa réciproque (prouver qu'un triangle est rectangle).

Enfin, contrôle tes résultats : un produit remarquable se teste avec $x = 0$, une solution d'équation se remplace dans le programme de calcul, et un nombre de seaux ou de tours se discute (arrondi au-dessus ou au-dessous selon la situation).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).