Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

Questionnaire à choix multiples, Rampe d'accès (trigonométrie), Langues en voie de disparition (pourcentages), Problème de carrelage (Pythagore), Boîte de chocolats (probabilités), Polygones réguliers (angles), Commande de livres (système d'équations), Clip musical (fonctions), Marionnette (théorème de Thalès)

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Questionnaire à choix multiples *(5 pts)*

1. Réponse C (on ne peut pas savoir). Le poids (la masse) d'un enfant n'est pas proportionnel à son âge : rien ne permet de prévoir la masse de Marc à 20 ans.

2. Réponse B (4 cm). Le périmètre d'un rectangle vaut $2 \times (L + \ell)$, donc $L + \ell = 24 \div 2 = 12$ cm et $\ell = 12 - 8 = 4$ cm. Vérification : $2 \times (8 + 4) = 24$ cm.

3. Réponse A ($\frac{1}{3}$). Il y a trois réponses proposées dont une seule est exacte ; en répondant au hasard, les trois choix sont équiprobables, donc la probabilité de choisir la bonne réponse est $\frac{1}{3}$.

4. Réponse A (113 cm³). Le volume d'une boule de rayon r est $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = 36\pi \approx 113{,}1$ cm³, soit 113 cm³ arrondi à l'unité. (Les réponses B et C sont exclues d'emblée : 19 m³ est bien trop grand et 28 cm² est une aire, pas un volume.)

5. Réponse C (-1 et 2). Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x + 1 = 0$ donne $x = -1$; $5x - 10 = 0$ donne $5x = 10$, soit $x = 2$.

Exercice 2 – Rampe d'accès (trigonométrie) *(2.5 pts)*

Dans le triangle ABC rectangle en B, on connaît l'angle $\widehat{CAB} = 3°$, le côté opposé à cet angle, [BC], et on cherche le côté adjacent, [AB]. On utilise donc la **tangente** :

$$\tan \widehat{CAB} = \frac{BC}{AB} \quad \text{donc} \quad AB = \frac{BC}{\tan \widehat{CAB}} = \frac{30}{\tan 3°} \approx 572{,}4 \text{ cm}$$

AB ≈ 572 cm (arrondi au centimètre), soit environ 5,72 m : la rampe doit commencer à environ 5,72 m de l'entrée.

> 💡 **Astuce.** Vérifie que ta calculatrice est en mode degrés : $\tan 3° \approx 0{,}052$. Si tu obtiens un résultat négatif ou absurde, elle est en radians. Contrôle de vraisemblance : une pente de $3°$ est très douce, la rampe doit donc être environ 19 fois plus longue que la hauteur (30 cm), ce qui donne bien un peu plus de 5,5 m.

Exercice 3 – Langues en voie de disparition (pourcentages) *(3 pts)*

1. Prendre 43 % de 6 000, c'est multiplier par $\frac{43}{100}$: $6\,000 \times \frac{43}{100} = 60 \times 43 = 2\,580$. **Cela représente bien 2 580 langues.**

2. Les 2 580 langues regroupent celles en voie de disparition et celles déjà éteintes (231) : $2\,580 - 231 = 2\,349$. **2 349 langues sont en voie de disparition.** Vérification : $2\,349 + 231 = 2\,580$.

3. $\dfrac{231}{6\,000} = 0{,}038\,5 = \dfrac{3{,}85}{100}$. **3,85 % des langues répertoriées sont déjà éteintes.** Vérification : $6\,000 \times 0{,}038\,5 = 231$.

Exercice 4 – Problème de carrelage (Pythagore) *(3 pts)*

Dimensions d'un triangle. Le triangle est rectangle et isocèle : ses deux côtés de l'angle droit ont la même longueur, notée a, et son hypoténuse mesure 15 cm. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$a^2 + a^2 = 15^2 \quad \text{donc} \quad 2a^2 = 225, \quad a^2 = 112{,}5, \quad a = \sqrt{112{,}5} \approx 10{,}6 \text{ cm}$$

Ce que l'on peut découper dans un carreau. En coupant un carreau carré de 12 cm de côté le long d'une de ses diagonales, on obtient deux triangles rectangles isocèles dont les côtés de l'angle droit mesurent 12 cm. Leur hypoténuse (la diagonale du carreau) mesure, d'après le théorème de Pythagore : $\sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{288} \approx 17{,}0$ cm.

Comparaison. Comme 10,6 cm $<$ 12 cm (et donc 15 cm $<$ 17,0 cm), chacun des deux demi-carreaux est un triangle rectangle isocèle plus grand que le triangle demandé : on peut y découper le triangle voulu en plaçant son angle droit dans le coin du carreau et en reportant 10,6 cm sur chacun des deux côtés.

Conclusion : oui, les carreaux sont assez grands pour découper deux de ces triangles dans chacun d'eux.

Exercice 5 – Boîte de chocolats (probabilités) *(4 pts)*

La boîte contient $10 + 8 + 6 = 24$ chocolats, indiscernables au toucher : on est dans une situation d'équiprobabilité.

1. 10 chocolats sur 24 sont au lait : $p = \dfrac{10}{24} = \dfrac{5}{12}$. **La probabilité de prendre un chocolat au lait est $\dfrac{5}{12}$** (environ 0,42).

2. Alexis a déjà retiré un chocolat de chaque sorte. Il reste $24 - 3 = 21$ chocolats : 9 au lait, 7 noirs et 5 blancs. $p = \dfrac{7}{21} = \dfrac{1}{3}$. **La probabilité que le quatrième chocolat soit noir est $\dfrac{1}{3}$.**

> ⚠ **Piège.** Les chocolats déjà mangés ne sont plus dans la boîte : il faut recompter le total (21) et les chocolats noirs restants (7), et non garder $\dfrac{8}{24}$.

3. On peut représenter la situation par un arbre à deux niveaux. Pour le premier chocolat, la probabilité qu'il soit blanc est $\dfrac{6}{24}$. Il reste alors 23 chocolats dont 5 blancs : la probabilité que le second soit aussi blanc est $\dfrac{5}{23}$. Donc :

$$p = \frac{6}{24} \times \frac{5}{23} = \frac{30}{552} = \frac{5}{92}$$

La probabilité que Thomas prenne deux chocolats blancs est $\dfrac{5}{92}$, soit environ 0,054 (environ 5 %).

Exercice 6 – Polygones réguliers (angles) *(5.5 pts)*

1. a. O est le centre du carré ABCD : c'est le point d'intersection de ses diagonales. Or les diagonales d'un carré sont perpendiculaires. Les droites (OA) et (OB) portent les diagonales [AC] et [BD], donc $\widehat{AOB} = 90°$. (Autre justification : les quatre angles au centre $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOA}$ sont égaux et font un tour complet, donc chacun mesure $360° \div 4 = 90°$.)

1. b. O est le centre du pentagone régulier : il est à égale distance des cinq sommets (OA = OB = OC = OD = OE) et les cinq côtés ont la même longueur. Les cinq triangles AOB, BOC, COD, DOE et EOA ont donc leurs trois côtés de mêmes longueurs : ils sont superposables, et leurs angles au centre sont égaux. Ces cinq angles font le tour complet du point O, soit 360°. Donc $\widehat{AOB} = 360^\circ \div 5 = 72^\circ$.

1. c. Avec le même raisonnement pour l'hexagone régulier (six angles au centre égaux) : $\widehat{AOB} = 360^\circ \div 6$, donc $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

2. Notons A et B deux sommets consécutifs du polygone et O son centre. Le triangle AOB est isocèle en O (OA = OB), et les droites (OA) et (OB) sont des axes de symétrie du polygone : elles coupent en deux les angles aux sommets. Donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$. Dans le triangle AOB, la somme des angles vaut 180° :

$$\widehat{AOB} = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

Comme à la question 1, les angles au centre sont tous égaux et font un tour complet : le nombre de côtés est $360 \div 40 = 9$. Le polygone a 9 côtés de 5 cm (c'est un ennéagone régulier), donc son périmètre vaut $9 \times 5 = 45$ cm.

Le périmètre du polygone est 45 cm.

> 💡 **Astuce.** Vérifie avec les cas connus : pour le carré, l'angle au centre est 90° et l'angle au sommet $180 - 90 = 90^\circ$; pour l'hexagone, 60° et $180 - 60 = 120^\circ$. Angle au sommet et angle au centre sont toujours supplémentaires : ici $180 - 140 = 40^\circ$ confirme le résultat.

Exercice 7 – Commande de livres (système d'équations) *(3 pts)*

Notons x le nombre de livres de mathématiques et y le nombre de livres de français. L'énoncé se traduit par :

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 3\,000x + 2\,000y = 80\,000 \end{cases}$$

La première équation donne $y = 30 - x$. On remplace dans la seconde (après l'avoir divisée par 1 000) : $3x + 2(30 - x) = 80$, soit $3x + 60 - 2x = 80$, donc $x = 20$ et $y = 30 - 20 = 10$.

Vérification : $20 + 10 = 30$ livres et $20 \times 3\,000 + 10 \times 2\,000 = 60\,000 + 20\,000 = 80\,000$ F.

Le collège a commandé 20 livres de mathématiques et 10 livres de français.

Autre méthode sans équation : si les 30 livres étaient des livres de français, la commande coûterait $30 \times 2\,000 = 60\,000$ F, soit 20 000 F de moins que le montant réel. Chaque livre de mathématiques coûte 1 000 F de plus qu'un livre de français, il y a donc $20\,000 \div 1\,000 = 20$ livres de mathématiques.

Exercice 8 – Clip musical (fonctions) *(7 pts)*

1. Pour un seul clip : téléchargement direct 4 € ; membre $10 + 2 = 12$ € ; premium 50 €. **Le choix le moins cher est le téléchargement direct (4 €).**

2. a. Prix direct : $4\times$ nombre de clips ; membre : $10 + 2\times$ nombre de clips ; premium : 50 € quel que soit le nombre de clips.

Nombre de clips	**1**	**2**	**5**	**10**	**15**
Téléchargement direct (€)	4	8	**20**	**40**	**60**
Téléchargement membre (€)	12	14	**20**	**30**	**40**
Téléchargement premium (€)	50	50	**50**	**50**	**50**

2. b. Pour 5 clips, les deux formules coûtent 20 € ; au-delà, l'offre membre est moins chère (30 € contre 40 € pour 10 clips). En effet, l'offre membre est moins chère que l'offre directe lorsque $2x + 10 < 4x$, soit $10 < 2x$, c'est-à-dire $x > 5$. **Il devient intéressant de s'inscrire en tant que membre à partir de 6 clips** (pour 5 clips, les deux offres reviennent au même prix).

3. a.

- $f(x) = 50$: le prix ne dépend pas du nombre de clips, c'est le **téléchargement premium** ;
- $g(x) = 4x$: 4 € par clip, c'est le **téléchargement direct** ;
- $h(x) = 2x + 10$: 10 € d'inscription puis 2 € par clip, c'est le **téléchargement membre**.

3. b. Les trois représentations sont des droites ; deux points suffisent pour tracer chacune (on peut reprendre les valeurs du tableau) :

- f (fonction constante) : **droite horizontale** passant par les points (0 ; 50) et (20 ; 50) ;
- g (fonction linéaire) : droite passant par l'origine **(0 ; 0)** et par **(10 ; 40)** (ou (15 ; 60)) ;
- h (fonction affine) : droite passant par **(0 ; 10)** et par **(20 ; 50)** (ou (10 ; 30)).

Les droites de g et de h se coupent au point (5 ; 20) ; celles de f et de h au point (20 ; 50) ; celles de f et de g au point (12,5 ; 50).

3. c. L'offre premium est la moins chère lorsque la droite de f est en dessous des deux autres. Sur le graphique, la droite de g passe au-dessus de celle de f dès 12,5 clips, et la droite de h passe au-dessus de celle de f après le point d'intersection (20 ; 50) : pour 20 clips, les offres membre et premium coûtent toutes deux 50 €. **L'offre premium devient la moins chère à partir de 21 clips.** Vérification par le calcul : $h(21) = 2 \times 21 + 10 = 52 > 50$ et $g(21) = 84 > 50$.

> ⚠ **Piège.** Le croisement de f et de g (vers 12,5 clips) ne suffit pas : à ce moment-là, l'offre membre est encore moins chère que l'offre premium. Il faut que la droite de f soit sous les **deux** autres droites.

Exercice 9 – Marionnette (théorème de Thalès) *(3 pts)*

1. Sur la figure, la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (BC) (angle droit en B) et la droite (DE) est perpendiculaire à la droite (BC) (angle droit en E). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. **Donc les droites (AB) et (DE) sont parallèles.**

2. Les points C, E, B sont alignés, les points C, D, A sont alignés et les droites (DE) et (AB) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$$

On convertit dans la même unité : DE = 30 cm = 0,3 m ; AB = 1,2 m ; CB = 8 m. Donc :

$$\frac{CE}{8} = \frac{0{,}3}{1{,}2} \quad \text{donc} \quad CE = \frac{8 \times 0{,}3}{1{,}2} = \frac{2{,}4}{1{,}2} = 2 \text{ m}$$

EC = 2 m : le marionnettiste doit placer sa marionnette à 2 m de la source de lumière (donc à 6 m de la toile). Vérification : l'ombre est 4 fois plus grande que la marionnette ($1{,}2 \div 0{,}3 = 4$) et la toile est bien 4 fois plus loin de la lampe ($8 \div 2 = 4$).

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte neuf exercices courts : avance dans l'ordre qui te met en confiance, mais traite-les tous. Trois exercices (4, 6.2 et 7) précisent que « toute trace de recherche, même incomplète », est valorisée : écris toujours ta démarche (un schéma, un essai, une équation), même si tu n'aboutis pas.

En géométrie, nomme la propriété utilisée (« d'après le théorème de Pythagore », « tangente », « deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles », « théorème de Thalès ») avant de calculer : c'est ce qui sépare une réponse juste d'une réponse complète. Pense aux unités avant le calcul (30 cm = 0,3 m dans l'exercice 9) et au mode degrés de ta calculatrice pour l'exercice 2.

Dans l'exercice 8, les questions s'enchaînent : le tableau de la question 2 te donne directement les points pour tracer les droites de la question 3. Trace à la règle, sur toute la largeur du repère, et lis les points d'intersection avec soin ; une phrase de conclusion avec le nombre de clips est attendue.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).